VODOPRIVREDA Vol. 57 (2025) No. 333-334
https://doi.org/10.46793/Vodoprivreda57.1-2.69D
UDK: 556.522.4
Originalni naučni rad

PROCENA PROTOKA U DOMENU VELIKIH VODA NA HIDROLOŠKOJ STANICI BEZDAN

Dejana ĐORĐEVIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu
Aleksa KOLAŠINAC, Radivoje TOMAŠEVIĆ, Nikola KOVAČEVIĆ, Matija MATIĆ, Jovana JANJIĆ, Lazar DELIĆ, Ivana DMITROVIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu
Mira IVLJANIN, Samir ĆATOVIĆ
RHMZ Republike Srbije

REZIME

U ovom radu se za procenu protoka koriste metode Ekersa i razmene količine kretanja koje su do sada detaljno testirane na osnovu rezultata laboratorijskih ogleda u kanalima sa poprečnim presekom jednostavne geometrije (dvogubo pravougaono ili trapezno korito) ili na deonicama vodotoka sa uređenim koritom (dvogubo trapezno korito). Prema saznanjima autora, ove metode još uvek nisu u značajnijem obimu proverene u prirodnim koritima. Hidrološka stanica Bezdan na reci Dunav ima zadovoljavajući fond merenja protoka u domenu velikih voda i pruža mogućnost za poređenje i validaciju dve metode. Na ovoj hidrološkoj stanici mereni su protoci tokom tri poplavna talasa: u julu 2009. godine (dva merenja), junu 2010. (jedno merenje) i junu 2013. (četiri merenja). Svi izmereni protoci veći su od 6000 m^3/s. Merenja je obavio RHMZ Srbije pomoću ADCP uređaja. Pošto ovaj uređaj tokom merenja snima dubine, moguće je rekonstruisati deo poprečnog preseka pod vodom u onom njegovom delu u kojem je čamac sa opremom mogao da obavi merenja (u plitkim zonama merenje je nepouzdano, a postoji i opasnost od oštećenja opreme). Delovi poprečnog preseka izvan osnovnog korita rekonstruisani su na osnovu satelitskih snimaka za poznate položaje mernih preseka. Na osnovu ovako određene geometrije korita za veliku vodu i zabeleženih vodostaja, izračunati su protoci primenom ove dve metode i upoređeni su sa merenjima iz 2013. godine. Imajući u vidu česte morfološke promene korita, izabrana je jedna godina i to ona sa najvećim brojem merenja.

Ključne reči: rečno korito, metod Ekersa, model razmene količine kretanja, validacija, ADCP uređaj hidrogram talasa velike vode

Podaci o prihvatanju članka

Primljen: 2.4.2025.
Ispravljen: -
Prihvaćen: 24.4.2025.

Kontakt: dejana@grf.bg.ac.rs

1. UVOD

Ovim radom nastavlja se niz radova posvećenih primeni savremenih metoda za procenu krive protoka u koritu za veliku vodu (KVV), dakle u domenu velikih voda. Prvi radovi bili su posvećeni predstavljanju modela koje su razvili članovi Radne grupe za izučavanje tečenja u KVV, osnovane pri Međunarodnom društvu za hidraulička istraživanja (IAHR), njihovoj proveri na rezultatima laboratorijskih ogleda ove grupe, međusobnom poređenju i poređenju sa tradicionalnim metodama, i analizi osetljivosti na promenu vrednosti parametara modela i geometrije KVV. Đorđević i sar. [3 i 4] prikazali su model razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina (MRKK), koji su predložili Buzmar i Zek [2]. Stojnić i sar. [12] ispitivali su osetljivost ovog modela na promenu vrednosti relativne širine KVV (B/b) i relativne dubine osnovnog korita ($2b/h$), gde je $2B$ ukupna širina KVV, $2b$ širina u dnu glavnog korita, a h njegova dubina. U radu [8] Đorđević i Stanić prikazali su metodu nezavisnih segmenata (MNS), u kojoj se, kako sam naziv ukazuje, obavljaju proračuni za svaki segment KVV posebno, vodeći pri tom računa o međusobnom utacaju susednih segmenata. Ovaj model predložili su Prust i sar. (2009). Sledeću grupu radova, kojoj pripada i ovaj rad, predstavljaju radovi posvećeni validaciji ovih modela,

tj. oceni njihove uspešnosti u proračunu krive protoka u KVV u prirodnim koritima, čiji je poprečni presek nepravilnog oblika. Tako je MRKK proverena na hidrološkoj stanici (h.s.) Slovac na reci Kolubari [5] i h.s. Jaša Tomić i Sečanj na reci Tamiš [6] u Srbiji, i na h.s. Prijedor na reci Sani u Republici Srpskoj [11]. Potom je MRKK uspešno proverena na h.s. Ub na reci Ub [9], gde je korito, kao i u laboratorijskim ogledima pravilne geometrije (dvogubo trapezno), ali je izrazito duboko $2b/h \approx 2{,}6$ i sa uskim plavnim površinama $B/b \approx 2{,}9$, koje su, zapravo, berme obaloutvrde. Podaci sa h.s Jaša Tomić i Sečanj poslužili su i za proveru MNS [7].

Za razliku od prethodnih radova u kojima je MRKK proveravana na bujičnim vodotocima, u ovom radu se ocenjuje njena uspešnost u proceni krive protoka na velikom aluvijalnom vodotoku kakav je reka Dunav. S obzirom na to da je izgradnjom brane Đerdap 1 tok reke Dunav usporen sve do Slankamena (a ponekad i do Novog Sada), za potrebe ove analize izabrana je h.s na kojoj se meri protok i koja se nalazi na deonici toka u prirodnom režimu. To je h.s Bezdan na km 1425+590. Hidrološka stanica Bezdan je najuzvodnija h.s. i nalazi se na ulazu u Republiku Srbiju nizvodno od granice sa Mađarskom. Na ovoj stanici protok se redovno meri za potrebe proračuna protoka vode, izrade bilansa voda i međudržavne vodoprivredne saradnje sa Republikom Mađarskom. Pošto je reč o prirodnom koritu, oblik poprečnog preseka se menja, pa se kriva protoka stalno proverava i, po potrebi, prilagođava novoj geometriji korita. Pregledom baze podataka Republičkog hidrometeorloškog zavoda (RHMZ) utvrđeno je da su u junu 2013. godine, tokom prolaska talasa velikih voda, mereni protoci u vreme prolaska vrha poplavnog talasa (od 11. do 14. juna). Protoci su izmereni pomoću ADCP uređaja (Acoustic Doppler Current Profiler) koji je tokom poslednjih 25 godina postao standardni uređaj za merenje protoka na velikim rekama. Valja napomenuti da je u tom periodu, nizom istovremenih merenja sa kolegama iz vodoprivrede Mađarske, koja su u prvim fazama uključivala i merenja rasporeda brzina pomoću hidrometrijskog krila, potvrđena pouzdanost merenja protoka ovim ultrazvučnim uređajem.

Pored MRKK, koja je detaljno opisana u radovima [3] i [4], ovde će se proveriti i postupak britanskog inženjera i istraživača Pola Ekersa [1]. Postupak je razvijen na osnovu obimne baze svih do tada izvedenih laboratorijskih ogleda, dakle, za KVV jednostavne geometrije. Nakon prilagođavanja za prirodna korita [13], Ekersov postupak postao je standardan postupak za procenu krive protoka u KVV u Velikoj Britaniji. On će biti detaljno opisan u ovom radu. Reč je o postupku koji se zasniva na poboljšanju rešenja dobijenog primenom tradicionalne metode hidraulički homogenih segmenata (MHHS). Rešenje se poboljšava množenjem koeficijen-tom korekcije protoka (*KKQ*), čija vrednost zavisi od hidrauličke homogenosti poprečnog preseka KVV. Na početku izlivanja postoji velika razlika u brzinama na granici susednih segmenata (glavnog korita i plavnih površina) i tečenje u preseku je hidraulički izrazito nehomogeno. Sa povećanjem vrednosti odnosa dubine na plavnoj površini i u glavnom koritu, smanjuje se razlika brzina i poprečni presek KVV postaje hidraulički sve homogeniji.

Poređenjem računskih krivih protoka dobijenih primenom MRKK i Ekersovog postupka, kao savremenih metoda za procenu krive protoka i tradicionalne MHHS, sa izmerenim protocima i zvaničnim protocima RHMZ-a, oceniće se koji od ovih postupaka daje najmanja odstupanja i dati odgovarajući komentari.

2. MATEMATIČKI MODEL

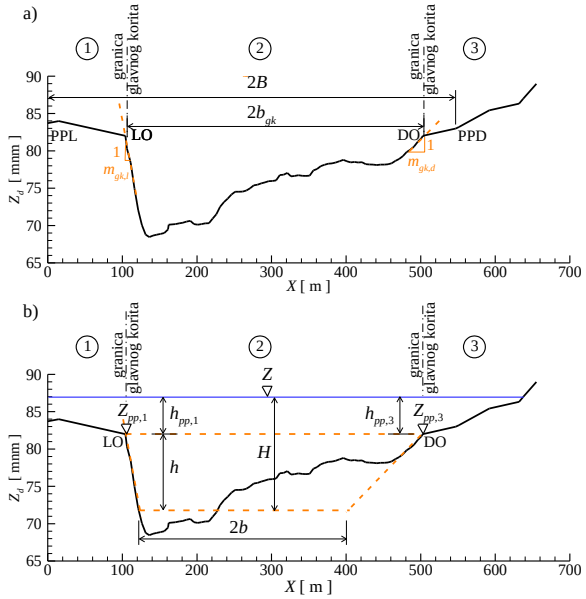
2.1 Ekersov postupak za prirodna korita

Britanski inženjer i istraživač Pol Ekers [1] je, na osnovu obimnog fonda podataka dobijenih tokom istraživanja tečenja u KVV u velikom laboratorijskom kanalu u Volingfordu napravljenom za ove namene, unapredio tradicionalni postupak proračuna protoka u KVV zasnovan na podeli složenog preseka na hidraulički homogene delove (delove sa istim hidrauličkim otporima) uvođenjem koeficijenta korekcije protoka (*KKQ*) kojim se množi ukupni protok kroz korito za veliku vodu. Postupak koji je razvijen, detaljno opisan i proveren za pojednostavljenu geometriju, ubrzo je prilagođen za prirodna korita nepravilnog oblika [13]. Ovde se daje njegov prikaz.

Suština prilagođenog prostupka je, zapravo, u pripremi neophodnih geometrijskih i hidrauličkih podataka sa kojima se, potom, računaju koeficijenti korekcije protoka prema originalno izvedenim izrazima. Postupak pripreme podataka sastoji se iz sledećih koraka.

1. korak

Nakon crtanja poprečnog preseka korita za veliku vodu, uočavaju se sledeće karakteristične tačke (slika 1a): a) granice glavnog korita na levoj (LO) i desnoj obali (DO), koje razgraničavaju delove KVV – glavno korito (deo 2) od plavnih površina (leve – deo 1 i desne – deo 3), i



Slika 1. Geometrijske karakteristike poprečnog preseka korita za veliku vodu koje se koriste u Ekersovom postupku. a) podela na segmente, definisanje granica glavnog korita na levoj i desnoj obali (LO i DO), graničih tačaka plavnih površina koje definišu njihovu širinu (PPL i PPD) i nagiba leve i desne obale glavnog korita ($m_{gk,l}$ i $m_{gk,d}$); b) kote dna leve ($Z_{pp,1}$) i desne plavne površine ($Z_{pp,3}$) na granici sa glavnim koritom

b) granične tačke na levoj (PPL) i desnoj plavnoj površini (PPD) koje definšu njihovu širinu.

Rastojanje između tačaka LO i DO je širina glavnog korita u nivou obala ($2b_{gk}$), dok ono između tačaka PPL i PPD određuje širinu „u dnu“ KVV ($2B$) (slika 1a). Kada postoji samo jedna plavna površina, širina u dnu KVV (B) jednaka je zbiru širine glavnog korita ($2b_{gk}$) i rastojanja između odgovarajuće tačke plavne površine (PPL ili PPD) i odgovarajuće granice glavnog korita. Na slici su označene granice između glavnog korita (deo 2) i plavnih površina (leve, deo 1, i desne, deo 3).

2. korak

Određivanje visinskog položaja obala (slika 1b), tj. graničnih tačaka LO ($Z_{PP,1}$) i DO ($Z_{PP,3}$). U slučaju postojanja jedne plavne površine, to je visinski položaj tačke na njenoj granici sa glavnim koritom. Kada KVV ima dve plavne površine, visinski položaj plavnih površina $\bar{Z}_{pp}$ određuje se osrednjavanjem prethodno utvrđenih kota leve i desne obale:

$$\bar{Z}_{pp} = \begin{cases} Z_{pp,i}\ , & i = 1,3 \\ 0,5\left(Z_{pp,1} + Z_{pp,3}\right) \end{cases} \tag{1}$$

3. korak

Sada je moguće utvrditi prosečne nagibe kosina leve i desne obale. Kod Ekersa to je odnos horizontalne i vertikalne dužine (kotangens ugla nagiba kosine prema horizontali). Pošto je poprečni presek nepravilnog oblika, povlače se težišne linije kroz tačke u gornje 2/3 kosine obale (narandžaste isprekidane linije na slici 1a). Za nagib kosina obala glavnog korita usvaja se srednja vrednost nagiba leve ($m_{gk,l}$) i desne obale ($m_{gk,d}$);

$$m_{gk} = 0,5\left(m_{gk,l} + m_{gk,d}\right) \tag{2}$$

4. korak

Računanje površine poprečnog preseka punog glavnog korita A_{pgk}, pri čemu se usvaja da je kota punog glavnog korita srednja kota $\bar{Z}_{pp}$ određena u 2. koraku.

5. korak

Određivanje dubine glavnog korita h (slika 1b). Ova dubina definiše se kao rastojanje između srednje kote $\bar{Z}_{pp}$ i horizontalne linije dna čiji se visinski položaj određuje iz uslova da je površina trapeza oivičenog kosinama glavnog korita nagiba $m_{gk,l}$ i $m_{gk,d}$, širinom glavnog korita u nivou obala $2b_{gk}$ i širinom u dnu $2b$ (narandžasta isprekidana linija na slici 1b) jednaka površini poprečnog preseka punog glavnog korita nepravilnog oblika A_{pgk}, određenoj u prethodnom koraku. Dubina h računa se prema izrazu:

$$h = \left\{ 2b_{gk} \pm \left[\left(2b_{gk}\right)^2 - 4 m_{gk} A_{pgk} \right]^{1/2} \right\} \Big/ 2\, m_{gk} \tag{3}$$

6. korak

Određivanje širine u dnu – kraće baze trapeza (slika 1b):

$$2b = 2b_{gk} - 2\, h\, m_{gk} \tag{4}$$

7. korak

Procena vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti za glavno korito (n_2) i plavne površine (n_1 i n_3) na osnovu sadržaja koji se nalaze na plavnim površinama i godišnjeg doba (ako su plavne površine prekrivene vegetacijom).

8. korak

Određivanje dubine vode H u glavnom koritu koja odgovara koti velike vode Z. Ova dubina se odmerava od uprosečene linije dna (ravno dno – slika 1b):

$$H = Z - \bar{Z}_{pp} + h \tag{5}$$

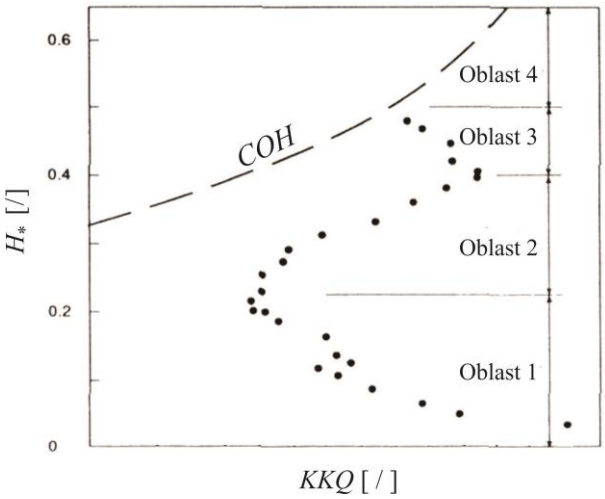
Ovim korakom završena je priprema podataka neophodnih za određivanje koeficijenta korekcije protoka prema Ekersu.

Ekersov postupak podrazumeva da su izračunati protoci po delovima složenog preseka KVV primenom metode hidraulički homogenih segmenata (MHHS), pa se oni u narednom koraku računaju korišćenjem Maningove jednačine. Sabiranjem protoka po delovima KVV dobija se ukupni protok kroz KVV (Q_{MHHS}) za koji se računaju koeficijenti korekcije KKQ. Određivanje protoka Q_{MHHS} je, dakle, 9. korak u Ekersovom postupku za prirodna korita.

Analizom podataka velikog broja laboratorijskih ogleda, Ekers je zaključio da vrednost KKQ zavisi od stepena potopljenosti plavnih površina, koji je predstavljen odnosom dubine vode na plavnoj površini h_{pp} (slika 1b) i dubine vode u glavnom koritu H:

$$H_* = \left(Z - \overline{Z_{pp}}\right) / H \tag{6}$$

i raspon vrednosti H_* podelio na četiri karakteristične oblasti. Primera radi, na slici 2 prikazana je zavisnost u



Slika 2. Promena koeficijenta korekcije protoka KKQ u zavisnosti od stepena potopljenosti plavnih površina H_* (prilagođeno iz [1])

jednom od analiziranih ogleda. Iako je reč o bezdimenzijskom dijagramu, on nije univerzalan, već zavisi od oblika poprečnog preseka KVV. Određivanje stepena potopljenosti plavnih površina predstavlja 10. korak.

Proračun koeficijenata korekcije protoka KKQ i odgovarajućih računskih protoka po oblastima Q_{O_j}, j = 1-4, sprovodi se na sledeći način.

Oblast 1

Najpre se izračunaju vrednosti Darsi-Vajzbahovog koeficijenta trenja za glavno korito λ_{gk} i plavne površine λ_{pp} korićenjem izraza:

$$\lambda = \frac{8gRI_{\Pi}}{V^2} \tag{7}$$

u kojem su:

g – ubrzanje Zemljine teže,
R – hidraulički radijus odgovarajućeg dela poprečnog preseka,
I_{Π} – nagib pijezometarske linije (koristi se ako postoje pouzdana merenja nivoa, a ako ona ne postoje, koristi se nagib dna, kao u slučaju jednolikog tečenja),
V – srednja profilska brzina u odgovarajućem delu poprečnog preseka.

Pri tome se brzine u glavnom koritu $V_{gk} \equiv V_2$ i na plavnim površinama V_{pp} računaju za odgovarajuće protoke izračunate metodom HHSa. Kada postoje dve plavne površine, računa se jedna, reprezentativna vrednost λ_{pp} korišćenjem njihove ukupne površine ($A_{pp} = A_1 + A_3$), odgovarajućeg hidrauličkog radijusa ($R_{pp} = A_{pp} / O_{pp}$, gde je O_{pp} ukupni okvašen obim na plavnim površinama) i ukupnog protoka preko plavnih površina izračunatog metodom HHSa ($Q_{pp} = Q_1 + Q_3$).

Pošto su izračunati koeficijenti trenja, računa se bezdimenzijski deficit protoka na plavnoj površini:

$$Q_{*2pp} = -1{,}0\, H_* \frac{\lambda_{gk}}{\lambda_{pp}} \tag{8}$$

a potom i u glavnom koritu:

$$Q_{*2gk} = -1{,}240 + 0{,}395 \left(\frac{B}{b_{gk}}\right) + G\,H_* \tag{9a}$$

$$Q_{*2gk} = -1{,}240 + 0{,}395 \left(\frac{2B}{2b_{gk}}\right) + G\,H_* \tag{9b}$$

gde je:

$$G = 10,42 + 0,17\frac{\lambda_{pp}}{\lambda_{gk}}\ , \qquad \text{za } m_{gk} \geq 1 \quad (10a)$$

$$G = 10,42 + 0,17\frac{\lambda_{pp}}{\lambda_{gk}} m_{gk} + 0,31(1 - m_{gk}), \quad \text{za } m_{gk} < 1 \quad (10b)$$

Izraz (9a) važi za KVV sa jednom, a (9b) za KVV sa dve plavne površine. Vrednost Q_{*2gk} ne treba da bude manja od 0,5. Ako je izračunata vrednost manja od 0,5, deficitu protoka u glavnom koritu dodeljuje se vrednost 0,5, a deficitu na plavnoj površini nula ($Q_{*2pp} = 0$).

Zatim se proverava odnos širine u dnu glavnog korita i njegove dubine, tzv. faktor oblika poprečnog preseka (*FOP*):

$$ARF \equiv FOP = \frac{2b}{10h} \qquad (11)$$

U engleskoj literaturi koristi se skraćenica *ARF* od *Aspect Ratio Factor*. Vrednost faktora oblika ne treba da bude veća od 2. Ako je izračunata vrednost veća, faktoru oblika dodeljuje se vrednost 2.

Kada su izračunati deficiti protoka po delovima KVV, može se izračunati deficit ukupnog protoka:

$$KKQ_1 = (Q_{*2gk} + N_P\, Q_{*2pp})(V_{gk} - V_{pp})H\, h\, FOP \qquad (12)$$

gde su:

N_P – broj plavnih površina (N_P = 1 ili 2), a
V_{gk} i V_{pp} prethodno opisane srednje profilske brzine u glavnom koritu i preko plavnih površina.

Protok u oblasti 1 tada se računa prema izrazu:

$$Q_{O_1} = Q_{MHHS} - KKQ_1 \qquad (13)$$

Oblast 2

Koeficijent korekcije protoka u ovoj oblasti jednak je koherenciji poprečnog preseka KVV pri povišenom nivou vode. Njemu odgovara dubina H' u glavnom koritu. Koherencija poprečnog preseka (*COH*) je odnos protočnosti jedinstvenog poprečnog preseka i zbira protočnosti pojedinačnih delova KVV i predstavlja meru hidrauličke homogenosti preseka KVV. Pri manjem stepenu potopljenosti H_*, neujednačenost brzina, pa samim tim i hidrauličkih uslova, između različitih delova poprečnog preseka je izražena. Sa povećanjem dubine na plavnim površinama neujednačenost se smanjuje i hidraulički uslovi u poprečnom preseku postaju sve ujednačeniji.

Pošto se u ovoj oblasti traži koherencija pri povišenom nivou, potrebno je izračunati faktor povišenja (*pom*) u odnosu na nivo velike vode (*Z*) za koji se određuje protok. Ovaj faktor se, u zavisnosti od nagiba kosina obala glavnog korita, računa prema jednom od sledeća dva izraza:

$$pom = 0,05 + 0,05\, N_{pp}, \qquad \text{za } m_{gk} \geq 1 \quad (14a)$$

$$pom = 0,05 + 0,05\, N_{pp} + 0,06 m_{gk}, \quad \text{za } m_{gk} < 1 \quad (14b)$$

Uvećana dubina u glavnom koritu određuje se na sledeći način:

$$H' = \frac{H\, h}{h - pom\, H} \qquad (15)$$

Za nju se računaju geometrijske karakteristike celog poprečnog preseka i pojedinih njegovih delova, a potom i koherencija:

$$COH = \frac{(1 + A_*)\sqrt{\dfrac{1 + A_*}{1 + \lambda_*\, O_*}}}{1 + A_*\sqrt{\dfrac{A_*}{\lambda_*\, O_*}}} \qquad (16)$$

Bezdimenzijske veličine iz prethodnog izraza su:

- bezdimenzijska površina:

$$A_* = A_{pp} / A_{gk} \qquad (17)$$

u kojoj je A_{pp} zbir površina poprečnih preseka obe plavne površine, a A_{gk} površina poprečnog preseka glavnog korita;

- odnos koeficijenata trenja plavnih površina i glavnog korita je:

$$\lambda_* = \lambda_{pp} / \lambda_{gk} \qquad (18)$$

pri čemu se Darsi-Vajzbahov koeficijent za plavne površine računa na isti način kao u oblasti 1, ali za povišen nivo, odnosno veću dubinu u glavnom koritu, što znači da je potrebno izračunati protoke, odnosno brzine u svim segmentima za povišen nivo po MHHSa;

- bezdimenzijski okvašeni obim:

$$O_* = O_{pp} / O_{gk} \tag{19}$$

u kojem je O_{pp} ukupni okvašen obim plavnih površina ($O_1 + O_3$).

Kada je nivo vode iznad krajnjih tačaka na levoj i/ili desnoj obali, poprečni presek se u krajnjim tačkama produžava vertikalnim linijama i sa tako prilagođenim oblikom KVV računaju se potrebne geometrijske karakteristike njegovih delova.

Koeficijent korekcije protoka u drugoj oblasti je, dakle:

$$KKQ_2 = COH(H') \tag{20}$$

a odgovarajući protok:

$$Q_{O_2} = KKQ_2\, Q_{MHHS} \tag{21}$$

Sada, kada su izračunati protoci u dve oblasti, može se, poređenjem njihovih vrednosti, proveriti da li se protok nalazi u jednoj od njih:

a) ako je $Q_{O_1} \geq Q_{O_2}$, onda je $Q = Q_{O_1}$; tada se proračun za razmatrani nivo završava, sem ako KVV nema sužavajuće ili proširujuće plavne površine;
b) ako je $Q_{O_1} < Q_{O_2}$ stvarna vrednost protoka još nije poznata i nastavlja se sa proračunom u oblasti 3.

Oblast 3

Koeficijent korekcije protoka u ovoj oblasti je funkcija koherencije poprečnog preseka pri razmatranom nivou vode, što znači da se koherencija (16) računa za stvarnu dubinu vode u glavnom koritu *H*. Koeficijent se računa prema izrazu:

$$KKQ_3 = 1{,}567 - 0{,}667\, COH \tag{22}$$

a protok u ovoj oblasti množenjem Q_{MHHS} ovim koeficijentom:

$$Q_{O_3} = KKQ_3\, Q_{MHHS} \tag{23}$$

Nakon ovog koraka ponovo sledi provera:

a) ako je $Q_{O_2} \leq Q_{O_3}$, tada je $Q = Q_{O_2}$ i proračun se za razmatrani nivo završava, osim ako se plavne površine sužavaju ili proširuju;
b) ako je $Q_{O_2} > Q_{O_3}$, stvarna vrednost protoka još nije poznata i prelazi se na proveru protoka u oblasti 4.

Oblast 4

U ovoj oblasti koeficijent korekcije protoka jednak je koherenciji pri razmatranom nivou:

$$KKQ_4 = COH \tag{24}$$

a protok u KVV:

$$Q_{O_4} = KKQ_4\, Q_{MHHS} \tag{25}$$

Stvarna vrednost protoka utvrđuje se poređenjem protoka iz poslednje dve oblasti:

a) ako je $Q_{O_3} > Q_{O_4}$, tada je $Q = Q_{O_3}$;
b) u suprotnom, ako je $Q_{O_3} < Q_{O_4}$, stvarna vrednost protoka je $Q = Q_{O_4}$

Time je završen proračun protoka po metodi Ekersa.

2.2 Model razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina

Ovaj, fizički zasnovan, model linijskog ustaljenog tečenja u KVV koji uzima u obzir razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina (MRKK), predložili su Buzmar i Zek [2] krajem 1990ih. Model je detaljno opisan u radovima [3 i 4], tako da se ovde, radi podsećanja, iznose samo najvažniji delovi. Kao i u MHHS, složeni presek KVV deli se na glavno korito i plavne površine. Jednačine održanja mase i količine kretanja pišu se za svaki segment, i pri njihovom ispisivanju uzima se u obzir uticaj izostavljenog susednog segmenta kroz razmenu mase (jednačina održanja mase), odnosno količine kretanja (jednačina održanja količine kretanja). Razmena se ostvaruje turbulentnom difuzijom kroz vrtloge koji nastaju usled smicanja između bržeg toka u glavnom koritu i sporijeg toka preko plavnih površina, a kada se KVV sužava ili

proširuje, i usled promene protočnosti plavnih površina (tzv. „geometrijska“ razmena). Ovim bočnim razmenama oduzima se mehanička energija glavnom strujanju, pa se ukupni gubitak energije (I_e) sastoji iz dela koji potiče od trenja (I_{tr}) i dela koji potiče od razmene količine kretanja (I_{rkk}). Kada je tečenje ustaljeno, jednačine održanja količine kretanja za delove KVV (1 – levu plavnu površinu, 2 – glavno korito i 3 – desnu plavnu površinu, slika 1) transformišu se u jednačine održanja energije:

$$I_e \equiv \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(Z + \frac{U^2}{2g}\right) = I_{tr,i} + \frac{q_{ul,i}\,(U_i - u_{b,i})}{g\,A_i} = \\ = I_{tr,i} + I_{rkk,i}\ ,\ i = 1,2,3 \tag{26}$$

U prethodnoj jednačini prostorna koordinata x je nezavisno promenljiva. Nagib linije energije za ceo poprečni presek obeležen je sa I_e, Z je kota nivoa u poprečnom preseku, koja je takođe jedinstvena za ceo presek, U_i je srednja brzina u delu i ($U_i = Q_i / A_i$), A_i je površina dela i, $q_{ul,i}$ je jedinični bočni dotok u deo i, $u_{b,i}$ je komponenta brzine susednog dela u pravcu glavnog toka kojom se ostvaruje unos količine kretanja u deo i. Kao što vidi, nagib linije energije u poprečnom preseku I_e sastoji se od nagiba linije energije usled trenja $I_{tr,i}$ i nagiba linije energije usled razmene količine kretanja $I_{rkk,i}$. Odnos ove dve komponente nagiba linije energije Buzmar i Zek [2, 3] označili su sa $\chi_i = I_{rkk,i} / I_{tr,i}$, što je omogućilo da se jednačina (26) napiše u kompaktnom obliku:

$$I_e = I_{tr,i}\,(1 + \chi_i), \qquad i = 1, 2, 3 \tag{27}$$

Deo jedničnog bočnog dotoka u segment i ($q_{ul,i}$) koji se ostvaruje turbulentnom difuzijom označava se gornjim indeksom t, a onaj usled neprizmatičnosti korita, indeksom g:

$$q_{ul,i} = q^t_{ul,i} + q^g_{ul,i} \tag{28}$$

Jedinični bočni protok usled turbulentne difuzije Buzmar i Zek modeliraju pomoću modela mešanja u horizontalnoj ravni [2]:

$$q^t_{2i} = q^t_{i2} = \left|\overline{v'}\right|(H - h_i) = \psi^t\left|U_2 - U_i\right|(H - h_i) \tag{29}$$

U ovom modelu, apsolutna vrednost vremenski osrednjene fluktuacije brzine u ravni preseka $\left|\overline{v'}\right|$ srazmerna je apsolutnoj vrednosti razlike srednjih brzina u sused-nim delovima preseka KVV, a koeficijent proporcio-nalnosti je ψ^t. Ovaj koeficijent je ujedno i parametar MRKK. Razlika dubine u glavnom koritu H i dubine osnovnog korita na strani plavne površine h_i, i = 1,3 je, zapravo, dubina vode na prelazu iz glavnog korita na plavnu površinu i određuje površinu kroz koju se ostvaruje razmena količine kretanja između ova dva segmenta.

Jedinični bočni protok usled neprizmatičnosti korita može biti doticanje na plavne površine, kada se one šire (q^g_{2i}), ili isticanje sa plavnih površina (q^g_{i2}), kada se sužavaju (za objašnjenje pogledati sliku 5 u [4]), a njegov intenzitet zavisi od brzine promene protočnosti plavnih površina. Donji indeks i odnosi se na plavne površine i uzima vrednosti 1 i 3. Smer kretanja vode u odnosu na ort spoljne normale na granicu između glavnog korita i plavne površine uzima se u obzir preko koeficijenta κ. Izrazi za ove jedinične bočne protoke glase:

$$q^g_{i2} = \psi^g\,\kappa_{i2}\,\frac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x}\,I^{1/2}_{tr,i} \quad \text{i} \quad q^g_{2i} = \psi^g\,\kappa_{2i}\,\frac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x}\,I^{1/2}_{tr,i} \tag{30}$$

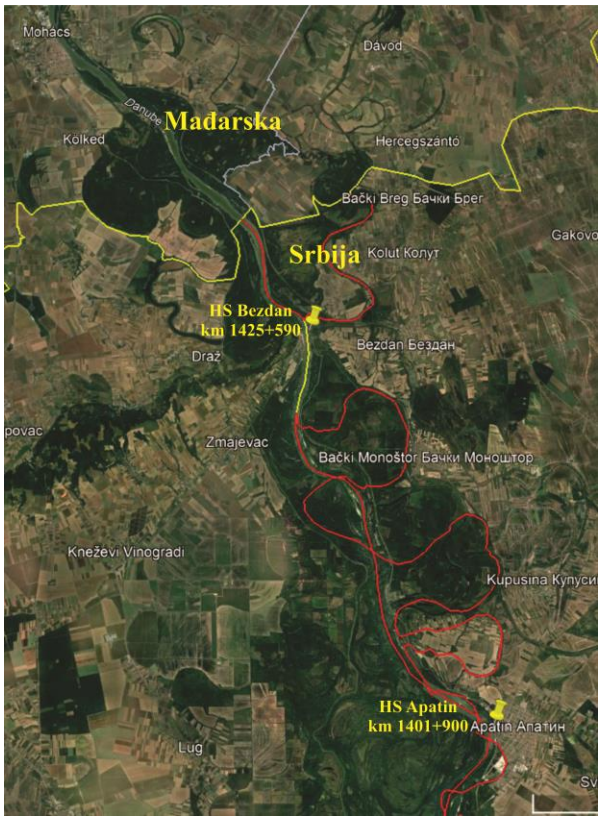
Koeficijenti κ definišu se u zavisnosti od promene protočnosti K na sledeći način:

$$\kappa_{i2} = \begin{cases} 0, & \dfrac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x} > 0 \\ -1, & \dfrac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x} < 0 \end{cases} \wedge\ \kappa_{2i} = \begin{cases} 1, & \dfrac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x} > 0 \\ 0, & \dfrac{\mathrm{d}K_i}{\mathrm{d}x} < 0 \end{cases} \tag{31}$$

Kada je κ = 1, voda ističe iz glavnog korita na plavnu površinu, jer se smer kretanja vode poklapa sa smerom orta spoljne normale, a kada je κ = –1 voda sa plavne površine dotiče u glavno korito, tj. smer kretanja vode je suprotan od smera orta spoljne normale.

3. HIDROLOŠKA STANICA BEZDAN

Hidrološka stanica (h.s.) Bezdan je najuzvodnija hidrološka stanica na delu toka reke Dunav kroz Srbiju. Nalazi se na km1425+590 od ušća u Crno more, u blizini sela Bezdan, nedaleko od Sombora (slika 3). Osnovana je 1856. godine. Pripadajuća površina sliva je 210250 km^2, a kota nule vodomera 80,64 mnm.

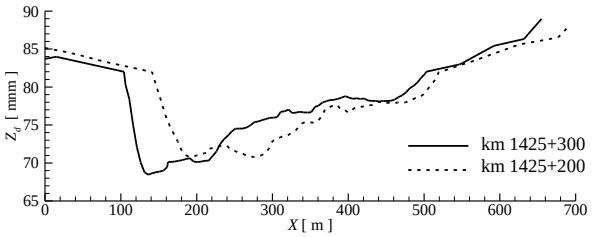


Slika 3. Geografski položaj hidroloških stanica Bezdan i Apatin

Na h.s. Bezdan vodostaji su se do 1972. godine merili vodomernom letvom, kada je vodomerna letva zamenjena limnigrafom, a od 2003. godine podaci se više ne beleže na papiru, već digitalno. Protoci se na ovoj pograničnoj h.s. mere od 1924. godine, što je od značaja za utvrđivanje bilansa voda. Od 2000ih sa merenja hidrometrijskim krilom polako se prelazi na upotrebu ultrazvučnog uređaja koji radi na principu Doplerovog efekta, tzv. ADCP uređaja. Nakon detaljne provere i poređenja sa merenjima Mađarske vodoprivredne organizacije zadužene za hidrometrijska merenja, ovaj uređaj se poslednjih 10ak godina koristi za redovna merenja radi definisanja krive protoka kako u domenu malih i srednjih, tako i domenu velikih voda.

Poprečni presek reke Dunav u blizini ove h.s. prikazan je na slici 1, a njegov položaj na slici 4. Na njemu je prikazan i položaj pomoćnog preseka za MRKK. Oba poprečna preseka prikazana su na slici 5. Zapaža se da je nizvodni presek (km 1425+200) uži i da je površina poprečnog preseka glavnog korita manja, što sve utiče na razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. Sa satelitskog snimka iz 2013. godine

Slika 4. Položaj mernih preseka u blizini h.s. Bezdan. Kriva protoka i hidrogram konstruisani su za presek na stacionaži km 1425+300, a presek na km 1425+200 je poslužio kao pomoćni za MRKK



Slika 5. Poprečni preseci reke Dunav u blizini h.s. Bezdan

(slika 4) vidi se da je desna obala urbanizovana, a da se na levoj nalaze trava i drveće. Ovo će kasnije poslužiti za izbor vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti u tački 4.

4. KRIVA PROTOKA U DOMENU VELIKIH VODA I HIDROGRAM TALASA VELIKE VODE

Merenja protoka ADCP uređajem iz juna 2013. godine i zvanični podaci iz hidrološkog godišnjaka za ovu godinu Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije (RHMZ) poslužili su za ocenu uspešnosti metode Ekersa i razmene količine kretanja u proceni krive protoka u KVV velikog aluvijalnog vodotoka. U nastavku će se prikazati uslovi pod kojima su obavljeni proračuni krive protoka i dobijeni rezultati, a potom će se računske krive protoka uporediti sa zvaničnom kri-vom RHMZa koja je važila u vreme talasa velike vode iz juna 2013. godine.

4.1 Parametri proračuna

Standardni parametar koji se koristi i u tradicionalnim i u savremenim postupcima za procenu krive protoka jeste Maningov koeficijent rapavosti. Metoda razmene količine kretanja, pored Maningovog koeficijenata ima

dva dodatna parametra. To su parametri ψ^t i ψ^g u izrazima (29) i (30) za računanje bočnih protoka nastalih usled pojave vrtloga na plavnim površinama i usled neprizmatičnosti KVV.

Maningove koeficijente rapavosti potrebno je definisati za svaki segment KVV (glavno korito i plavne površine). Zbog različitih sadržaja na levoj i desnoj obali (potencijalnim plavnim površinama), vrednosti Maningovog koeficijenta nisu iste na obe plavne površine, i razlikuju se od vrednosti u glavnom koritu. U ovom radu usvojene su početne vrednosti Maningovih koeficijenata prema preporuci iz [10]. Nakon usvajanja početnih, vrednosti Maningovog koeficijenta podeša-vane su dok u MHHS, koja je osnova za primenu metode Ekersa, nisu dobijena najmanja moguća odsupanja od izmerenih ili zvaničnih vrednosti protoka.

Vrednosti Maningovih koeficijenata rapavosti za glavno korito (n_2) usvajane su u rasponu 0,023-0,025 $m^{-1/3}s$. Na desnoj plavnoj površini usvojene su veće vrednosti Maningovog koeficijenta (n_1) nego na levoj (n_3), jer je desna obala urbanizovana, dok je na levoj obali prisutno više vegetacije (slika 4). Vrednosti n_1 na desnoj plavnoj površini su u opsegu od 0,08-0,15 $m^{-1/3}s$, a na levoj u rasponu 0,06-0,10 $m^{-1/3}s$.

Za proračun protoka po metodi razmene količine kretanja pored vrednosti Maningovih koeficijenata rapavosti, potrebno je usvojiti i vrednosti koeficijenata proporcionalnosti ψ^t i ψ^g. U ovom radu bilo je potrebno ispitati osetljivost proračuna na promenu vrednosti ovih parametara, pa su one usvajane u različitim opsezima. Tako su vrednosti parametra ψ^t varirane u opsegu 0,03-0,33. Veće vrednosti korišćene su na uzlaznoj grani nivograma/hidrograma talasa velike vode, a manje na vrhu ralasa i na silaznoj grani. Vrednosti parametra ψ^g kretale su se od 0,01 do 0,5. Veće vrednosti korišćene su u početnoj fazi nadolaženja nivoa, tj. početka izlivanja vode na plavne površine (ψ^g = 0,5). U zoni vrha talasa optimalne vrednosti parametra ψ^g su zanemarljivo male (ψ^g < 0,05), a pri povlačenju vode u glavno korito ponovo se povećavaju (ψ^g = 0,15), ali ne dostižu vrednost koju imaju na početku izlivanja.

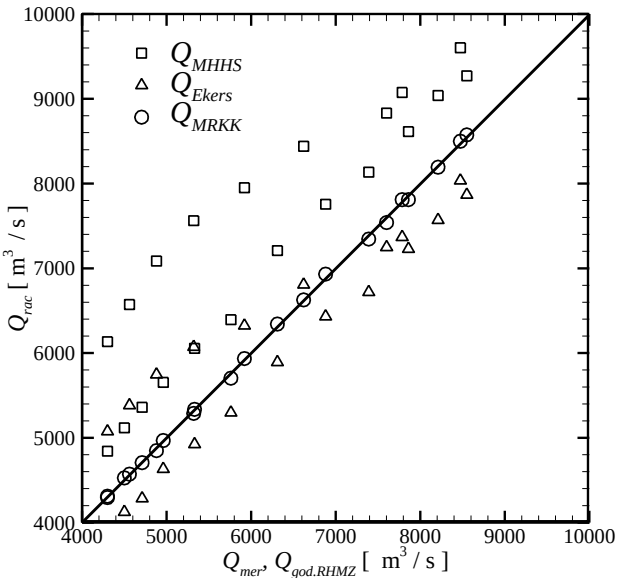
Pošto nijedan proračun nije moguć bez poznavanja nagiba linije energije, pored izbora vrednosti parametara modela, bilo je potrebno proceniti njegovu vrednost. Za to su poslužili podaci o izmerenim vodostajima koji su zabeleženi na prvoj nizvodnoj hidrološkoj stanici – h.s. Apatin (slika 3) u istom vremenskom periodu (od 5. do 25. juna 2013. godine). Zbog malih brzinskih visina, u proračunima je umesto nagiba linije energije korišćen nagib pijezometarske linije između Bezdana i Apatina pretpostavljajući da se time neće značajnije uticati na tačnost rezultata.

4.2 Rezultati proračuna krive protoka

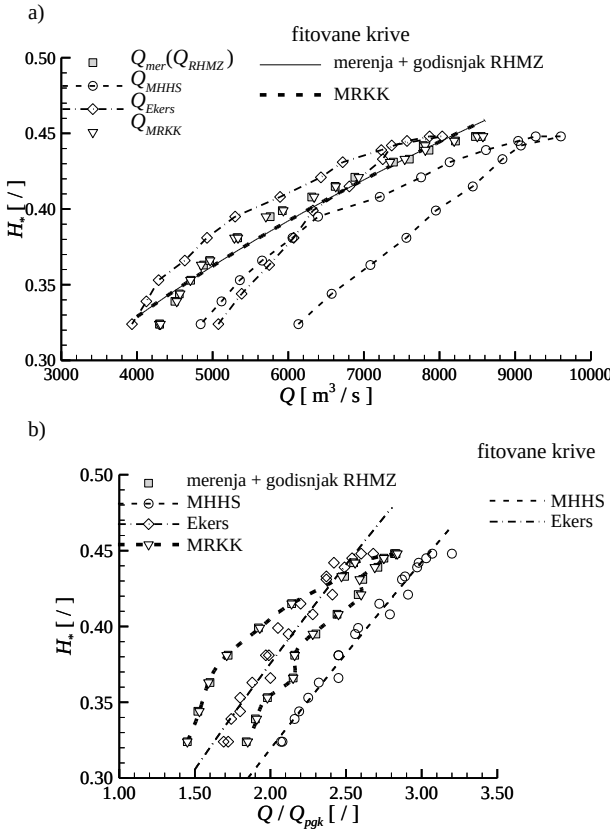
Vrednosti računskih protoka dobijene trima metodama najpre su upoređene sa izmerenim protocima Q_{mer} i protocima iz hidrološkog godišnjaka RHMZa ($Q_{god,RHMZ}$). Obuhvaćen je period od 5.-25. juna 2013. godine kada je kroz presek h.s. Bezdan prolazio talas velike vode. U ovom periodu protok je izmeren ADCP uređajem u vreme nailaska i prolaska vrha talasa (od 11. do 14. juna).

Jačina veze između zvaničnih podataka RHMZa i rezultata tri modela prvo je ispitana pomoću linearne regresije (slika 6). Jasno se vidi da MHHS precenjuje protoke (nagib regresione prave je 1,17 i koeficijent korelacije 0,88), a da MRKK obezbeđuje gotovo idealno slaganje (nagib regresione prave je 0,9995). Metoda Ekersa u više od 70% slučajeva potcenjuje protoke (nagib regresione prave je 0,97, a koeficijent korelacije 0,91).

Kada se nacrtaju krive protoka za različite stepene potopljenosti plavne površine H_* (slika 7a), uočava se da krive dobijene primenom MHHSa i metoda Ekersa imaju histerezis, što se i očekuje tokom prolaska talasa velike vode, dok su zvanična kriva i kriva dobijena primenom MRKKa praktično jednoznačne i prate stepenu zavisnost:



Slika 6. Regresiona analiza za računske i zvanične protoke RHMZa



Slika 7. Zvanična kriva protoka RHMZa i računske krive protoka za korito za veliku vodu (računske krive protoka nisu prikazane za osnovno korito – $(H - h) / H < 0$)

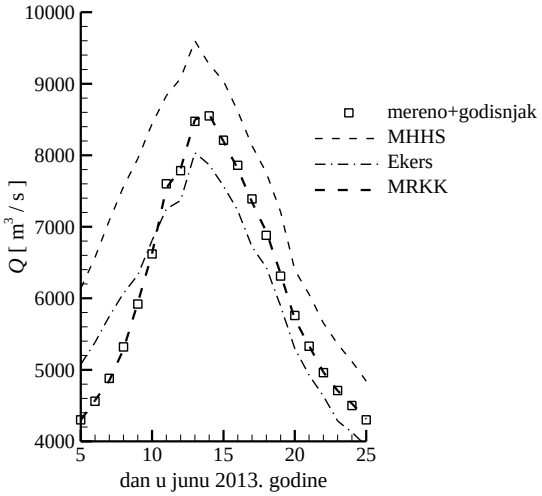
$$H_* = e^{0.43\ln(Q_{MRKK})-4.71} \tag{32}$$

Zbog postojanja histerezisa, odstupanja na delu krive protoka dobijene primenom MHHS koja odgovara rastućoj grani nivograma talasa velike vode veća su od onih na delu koji pripada opadajućoj grani. Tokom nadolaska talasa velike vode protok se u MHHS precenjuje i do 45%, dok je tokom povlačenja talasa to odstupanje ujednačenije i iznosi oko 13%. Koeficijenti korekcije protoka u metodi Ekersa značajno smanjuju protoke izračunate MHHSa (u proseku za oko 22%). Zbog toga su protoci na celoj recesionoj grani potcenjeni.

Da bi se proverilo da li su zvanična kriva protoka RHMZa i računska kriva dobijena MRKKa zaista jednoznačne, sve krive protoka normalizovane su delom protoka koji teče kroz puno glavno korito (Q_{pgk}, slika 7b). Ovaj protok izabran je pod pretpostavkom da će višak protoka, zbog ko-jeg se voda izliva na obale, pokazati efekat histerezisa koji je posledica razmene mase i količine kretanja između glav-nog korita i plavnih površina. Dobijeni rezultat potvrdio je ovu pretpostavku – obe normalizovane krive protoka po-kazuju efekat histerezisa. Međutim, kod MHHS i Ekers-ove krive normalizacija je izazvala suprotan efekat – petlja koja bi se provukla kroz računske tačke (nije nacrtana na dijagramu da ga ne bi opterećivala), značajno je sužena, tako da bi mogla da se zameni jednoznačnom krivom. Ovo je verovatno posledica činjenice da se u MHHS ne uzima u obzir međudejstvo tokova u glavnom koritu i na plavnim površinama, pa nema preraspodele nagiba linije energije, koja će biti pokazana u tački 5.

4.3 Hidrogram talasa velike vode

Hidrogrami talasa velike vode iz juna 2013. godine, prikazani na slici 8, još slikovitije pokazuju da tradicionalna metoda HHS značajno precenjuje protoke, a da ih Ekersova metoda potcenjuje. Međutim, odstupanja vršnog protoka su u prihvatljivim granicama – oko +8,5% po MHHSa i oko -8,0% po Ekersu, s tim što je korišćenje precenjene vrednosti za dimenzionisanje objekata za zaštitu od poplava uvek na strani sigurnosti. Zbog toga se primena Ekersove metode, koja je u Velikoj Britaniji usvojena kao standardni postupak u domenu velikih voda, ne preporučuje. Odstupanja računskih protoka u MRKKa manja su od 1%, što je praktično zanemarljivo. Prikazani rezultati nedvosmisleno pokazuju da se primenom MRKKa na osnovu zabeleženih nivoa mogu dobiti pouzdane procene protoka u domenu velikih voda.

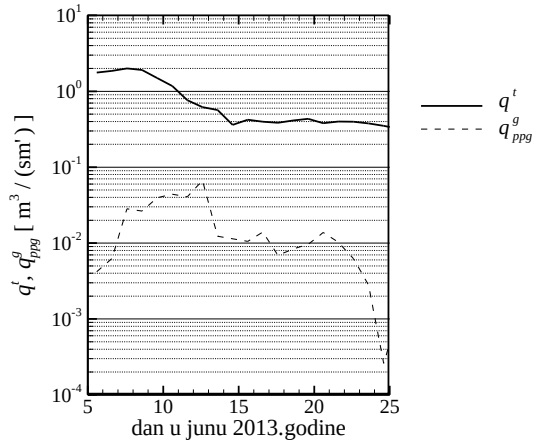


Slika 8. Poređenje računskih hidrograma dobijenih metodom hidraulički homogenih segmenata (MHHS), Ekersovom metodom i metodom razmene količine kretanja (MRKK) sa zvaničnim hidrogramom Republičkog hidrometeorološkoh zavoda Srbije (RHMZ)

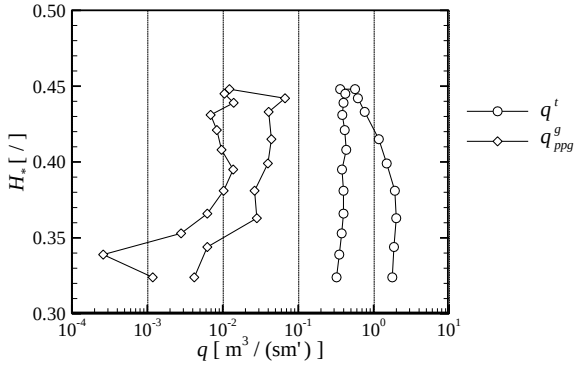
5. DISKUSIJA REZULTATA

Da bi se pokazalo zašto normalizovana zvanična kriva protoka RHMZa i kriva protoka dobijena primenom MRKKa imaju histerezisnu petlju, a one dobijene MHHS i Ekersovom metodom ne, posmatraće se hronološka promena jediničnih bočnih protoka usled turbulentne difuzije i neprizmatičnosti KVV (slika 9), i njihova promena sa promenom stepena potopljenosti plavnih površina (slika 10).

Slika 9 pokazuje da se najintenzivnija razmena mase i količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina dešava u prvim danima nadolaženja talasa velike vode, kada voda počinje da se izliva na plavne površine. U razmeni dominantnu ulogu ima turbulentna difuzija –



Slika 9. Hidrogrami jediničnih bočnih protoka usled turbulentne difuzije q^t i neprizmatičnosti KVV q^g



Slika 10. Promena jediničnih bočnih protoka sa promenom stepena potopljnosti plavnih površina; q^t je jedinični bočni protok usled turbulentne difuzije, a q^g_{ppg} jedinični bočni protok usled neprizmatičnosti korita koji se razmenjuje između plavne površine i glavnog korita

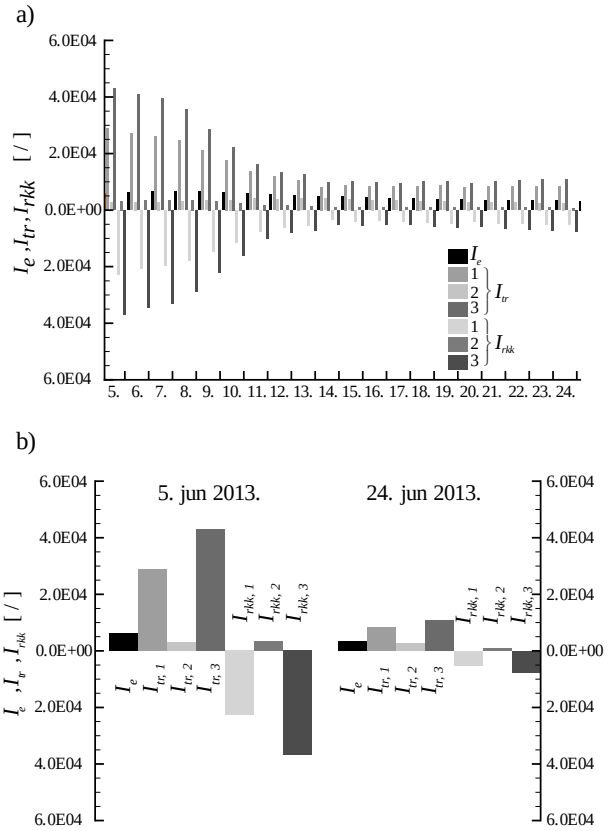
jedinični bočni protok q^t za dva reda veličine veći je od jediničnog bočnog protoka q^g, jer je gradijent brzine po širini korita veći od gradijenta pritočnosti duž toka. Vrednost q^t nešto je manja od 2 m^3/(sm'), dok q^g dostiže svega 40 l/(sm'). Razmena količine kretanja turbulentnom difuzijom približno je konstantna dok dubina na granici glavnog korita i plavne površine ne dostigne približno 40% dubine vode u glavnom koritu (H_* = 0,37). Istovremeno, sa porastom stepena potopljenosti plavnih površina raste jedinični bočni protok usled promene protočnosti plavnih površina duž toka, uslovljene neprizmatičnošću korita. Na slici 5 vidi se da se leva plavna površina u smeru toka proširuje, i da se glavno korito sužava i postaje pliće, pa se razlika između bočnih protoka q^t i q^g smanjuje sa povećanjem stepena potopljenosti plavne površine (q^t je za jedan red veličine veći od q^g). Razmena količine kretanja turbulentnom difuzijom potom počinje da opada sve do dostizanja vrha *nivograma* talasa velike vode kada je $H_* \approx 0{,}45$. Tada dolazi i do naglog smanjenja q^g (ono je zanemarljivo malo ≈ 10 l/(sm'), jer se hidraulički uslovi u poprečnom preseku i duž toka ujednačavaju – *COH* = 0,48). Duž recesione grane q^t je približno konstantan i iznosi oko 0,2 m^3/(sm'), što je za red veličine manje nego tokom nadolaženja talasa. Isto važi i za q^g čija je vrednost oko 10 l/(sm'), s tim što ispod $H_* \approx 0{,}35$ postaje potpuno zanemarljiv (manji od 1 l/(sm')).

Opisane razlike u veličini bočnih protoka q^t i q^g duž uzlazne i silazne grane nivograma i hidrograma talasa velike vode predstavljaju histerezisni efekat koji se vidi na slici 10. Ovaj efekat se direktno odslikava na histerezis normalizovanih krivih protoka RHMZa i MRKKa prikazan na slici 7b. S obzirom na to da se u MHHS ne razmatra međudejstvo glavnog korita i plavnih površina, razlika protoka u odnosu na protok punog glavnog korita u sebi ne nosi ove dodatne informacije, pa se normalizovana kriva može smatrati jednoznačnom. Sa druge strane, Ekers je uvođenjem koeficijenata korekcije protoka pokušao da objedini najznačajnije uticajne činioce od kojih zavisi promena protoka u KVV, pa kriva protoka dobijena ovim postupkom ima histerezisnu petlju, ali je ona toliko uzana da se normalizovana kriva praktično može predstaviti jednoznačnom vezom.

Na kraju treba razmotriti šta bi mogao da bude uzrok jednoznačnosti krive protoka kojom se prikazuje ukupni protok za zvaničnu krivu RHMZa i računsku krivu dobijenu primenom MRKKa. U nastojanju da se dođe do odgovora na ovo pitanje, za MRKK je na slici 11 za svaki deo KVV nacrtana raspodela ukupnog nagiba lini-

je energije na deo koji potiče od trenja i deo koji potiče od razmene količine kretanja. Na slici 11a ova podela prikazana je za celokupno trajanje talasa velike vode, da bi se videla dinamika promene ove raspodele, dok je na slici 11b izdvojen po jedan dan na uzlaznoj i silaznoj grani talasa da bi se jasno videlo kako ona izgleda za jedan dan, tj. jedan nivo.

Globalni histogram za ceo talas velike vode pokazuje da tokom nadolaženja talasa dominiraju komponente trenja i razmene količine kretanja na plavnim površinama (one su 3 do skoro 6 puta veće od ukupnog nagiba linije energije I_e, koji je, radi podsećanja, jedinstven za ceo poprečni presek KVV). Pošto se voda izlije na plavne površine, udeo ovih komponenata se smanjuje i po dostizanju vrha *nivograma* njihov udeo se manje-više ne menja (na levoj plavnoj površini nagib linije usled trenja u proseku je veći od I_e oko 2,4 puta, a na desnoj



Slika 11. Raspodela ukupnog nagiba linije energije I_e na deo koji potiče od trenja I_{tr} i deo koji potiče od razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina I_{rkk}; a) raspodela tokom trajanja talasa velike vode i b) detalji raspodele po delovima (1, 2 i 3, slika 1) KVV pri nailasku (levo) i pri povlačenju talasa (desno)

oko 2,9 puta, dok su oni usled razmene količine kretanja u proseku veći 1,4 puta na levoj, odnosno 1,9 puta na desnoj plavnoj površini). Treba zapaziti da su I_{tr} i I_{rkk} suprotnog znaka (jer u zbiru moraju da daju I_e) i da se, možda zbog toga, njihov zbirni efekat ne odražava na krivu protoka na kojoj se prikazuje ukupni protok (slika 7a). Ovu tvrdnju bi trebalo detaljnije ispitati i proveriti u nastavku istraživanja.

7. ZAKLJUČCI

U radu su ocenjene dve savremene metode za procenu protoka u domenu velikih voda na primeru najuzvodnije h.s. na reci Dunav u Srbiji – h.s. Bezdan na kojoj se protoci redovno mere za potrebe provere bilansa voda. Za ocenu su korišćena četiri merenja iz juna 2013. godine kojima su obuhvaćeni deo uzlazne grane i vrh talasa velike vode, koji je iznosio 8550 m^3/s, i preostali zvanični podaci RHMZa koji se odnose na ovaj hidrološki događaj. S obzirom na to da je metoda razmene količine kretanja do sada pokazala dobre rezultate na manjim, bujičnim vodotocima, ovaj talas je poslužio za njenu validaciju na primeru velikog aluvijalnog vodotoka. Pored MRKK, razmotrena je i mogućnost primene metode koja je u Velikoj Britaniji usvojena kao standardna metoda za definisanje krive protoka. To je Ekersova metoda koja je razvijena na osnovu rezultata brojnih laboratorijskih ogleda, a potom je prilagođena za procenu krive protoka u KVV prirodnog vodotoka. Pošto su prethode provere prvog autora sa rezultatima merenja u laboratorijskim kanalima jednostavne geometrije pokazale da metoda Ekersa potcenjuje izmerene vrednosti protoka, u ovom radu je proveren i postupak koji je predložen za prirodna korita sa poprečnim presekom nepravilnog oblika. S obzirom na to da Ekersov postupak koristi protoke izračunate primenom metode hidraulički homogenih segmenata, prikazani su i rezultati ove metode.

Poređenja sa merenjima protoka i zvaničnim podacima iz hidrološkog godišnjaka RHMZa još jednom su potvrdila da MHHS značajno precenjuje (13-45%) i da Ekersova metoda potcenjuje (oko 8%) izmerene vrednosti protoka. Metoda razmene količine kretanja daje praktično idealno slaganje sa merenjima i zvaničnim podacima.

Krive protoka RHMZa i MRKKa nacrtane na uobiča-jen način nemaju histerezisnu petlju koja se po pravilu javlja tokom trajanja talasa velikih voda. Međutim, histerezis se otkriva normalizacijom ukupnog protoka u

KVV protokom punog glavnog korita. On se može objasniti posmatranjem promene jediničnih bočnih protoka kojima se opisuje međudejstvo toka u glavnom koritu i na plavnim površinama tokom trajanja talasa i to ne samo u vremenu, već i sa promenom stepena potopljenosti plavnih površina. Obe komponente bočnog protoka, koje u MRKK učestvuju u delu protoka koji prevazilazi protok punog glavnog korita, pokazuju histerezis, što se odražava i na ovako konstruisanu krivu protoka.

Razloge zbog kojih histerezisna petlja ne postoji na krivama protoka na kojima se na apscisi prikazuje ukupan protok kroz KVV treba još ispitati, a do jednog od mogućih objašnjenja možda može da se dođe posmatranjem parcijalnih nagiba linije energije – nagiba linije energije usled trenja i usled razmene količine kretanja. Ovi nagibi imaju približno istu vrednost, ali su suprotnog znaka, jer u zbiru moraju da daju nagib linije energije I_e koji je jedinstven za ceo poprečni presek KVV, pa se možda zbog toga njihov zbirni efekat ne odražava na krivu protoka.

LITERATURA

[1] Ackers, P. (1993): Flow formulae for straight twostage channels, *J. Hydr. Res.*, 31(4), 509-531.

[2] Bousmar, D. and Zech, Y. (1999) Momentum transfer for practical flow computation in compound channels, *J. Hydr. Eng., ASCE*, 125(7), 696-706.

[3] Đorđević, D., Stojnić, I., Muhić, F., (2015) Prikaz modela linijskog tečenja u koritu za veliku vodu zasnovanog na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina, *Vodoprivreda*, 47 (273-275): 79-91.

[4] Đorđević, D., Stojnić, I., Rosić, N., (2017) Proračun linije nivoa u neprizmatičnom koritu za veliku vodu primenom metode razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina (Primer korita jednostavne geometrije), *Vodoprivreda*, 49 (288-290): 349-361.

[5] Đorđević, D., Ivković, M., Stojnić, I. (2018) Primena modela razmene količine kretanja za procenu krive protoka u koritu za veliku vodu prirodnog vodotoka, *Zbornik radova 18. naučnog savetovanja SDHI i SDH*, 507-516.

[6] Đorđević, D., Ivković, M. & Stojnić, I. (2019) On the possibilities of application of exchange discharge model in estimation of a rating curve at a river gauging station. In: *E-proceedings of the 38th IAHR World Congress*, 2783-2790 (doi: 10.3850/38WC092019-0815).

[7] Đorđević, D., Đurović, N., Đurić, P., Stanić, F. & Milinković, N. (2019) Application of the independent subsections method for the estimation of the rating curve in the compound channel – a case study. In: *E-proceedings of the 38th IAHR World Congress*, 3734-3741 (doi:10.3850/38WC092019-1234).

[8] Đorđević, D. & Stanić, F. (2019) Prikaz modela nezavisnih segmenata za proračun linijskog tečenja u koritu za veliku vodu. *Vodoprivreda* 51 (297-299): 123-136

[9] Đorđević, D., Erić, R., Jaćimović, D. (2021) Pocena krive protoka i rekonstrukcija poplavnog talasa u dubokom koritu sa uskim plavnim površinama. *Vodoprivreda* 53 (309-310): 65-74

[10] Jovanović, M. (2008) Regulacija reka, Građevinski fakultet, Beograd.

[11] Praštalo, P. i Đorđević, D. (2023) Procjena krive protoka u neprizmatičnom korotu za veliku vodu po metodi Ekersa i metodi razmjene količine kretanja – primjer rijeke Sane –. *Vodoprivreda* 55(321-322): 49-58

[12] Stojnić, I., Muhić, F. & Đorđević, D. (2015) Primena modela razmene količine kretanja u analizi uticaja geometrije i hidrauličkih otpora na osnovne odlike tečenja u koritu za veliku vodu. *Vodoprivreda*. 47(276-278): 261-268.

[13] Wark, J.B., James, C.S. & Ackers, P. (1994) *Design of straight and meandering compound channels – Interim guidelines on hand calculation methodology*, R&D Report 13. National Rivers Authority, Bristol

FLOOD DISCHARGE EVALUATION AT THE BEZDAN GAUGING STATION

by

Dejana ĐORĐEVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade
Aleksa KOLAŠINAC, Radivoje TOMAŠEVIĆ, Nikola KOVAČEVIĆ, Matija MATIĆ, Jovana JANJIĆ, Lazar DELIĆ,, Ivana DMITROVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade
Mira IVLJANIN, Samir ĆATOVIĆ
Serbian Hydrometeorological Service

Summary

This paper evaluates river discharge using the Ackers method and the momentum exchange method, both of which have been extensively tested in laboratory channels with simple cross-sectional geometries (compound rectangular or trapezoidal) and in regulated reaches with engineered trapezoidal beds. To the authors' knowledge, these methods have not yet been widely validated in natural river environments. The Bezdan gauging station on the Danube River offers a robust dataset of high-water discharge measurements, making it an ideal site for comparison and validation. Measurements were conducted during three major flood events: July 2009 (two surveys), June 2010 (one survey), and June 2013 (four surveys). All recorded discharges exceeded 6000 m³/s. The Serbian Hydrometeorological Service (RHMZ) carried out the measurements using an Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP). Because the ADCP simultaneously records depth, it allows partial reconstruction of the underwater cross-section in zones accesto the survey vessel, while shallow areas where measurements are unreliable and equipment risk is high, were supplemented using satellite imagery tied to known survey locations. Based on this reconstructed geometry and observed water levels, discharges were calculated with both methods and compared against the 2013 measurements. To account for frequent morph-ological changes of the riverbed, the year with the most extensive measurements was selected, providing a robust basis for evaluating the applicability of these methods under natural high-water conditions.

Key words: river channel, Ackers' method, exchange discharge model, validation, ADCP measurements, flood hydrograph