

GRUBI ILI STANDARDNI METOD AHP U GRUPNOM VREDNOVANJU KRITERIJUMA PRI DONOŠENJU ODLUKA U VODOPRIVREDI?

Bojan SRĐEVIĆ
Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet
Departman za uređenje voda
Grupa za sistemsku analizu i donošenje odluka
Novi Sad

REZIME

U radu se razmatra pitanje oportuniti korišćenja standardnog analitičkog hijerarhijskog procesa sa realnim brojevima (CAHP; od Crisp-AHP) i istog metoda kada se koriste grubi brojevi (RAHP; od Rough-AHP) u grupnim procesima odlučivanja u kojima se ove verzije metoda mogu porediti. Paradigma je proizvoljna (tzv. lokalna) matrica poređenja na bilo kom nivou hijerarhije problema odlučivanja. Na lokalnoj matrici se analizira kvalitet određivanja težina elemenata koji se porede, isprobavaju se vrste objedinjavanja ocena dobijenih od donosilaca odluka i vrše različita poređenja pristupa ovim i drugim pitanjima, sve to pre nego se u okviru kompletnog AHP izvrši sinteza svih vektora težina izračunatih iz lokalnih matrica. Iskorišćena su dva primera iz oblasti vodoprivrede da se prikaže kakve rezultate metodi CAHP i RAHP generišu kada je broj donosilaca odluka i broj poređenih kriterijuma na vrhu hijerarhije različit. Rezultati ukazuju na približno jednak kvalitet oba metoda, naročito kada je broj kriterijuma i donosilaca veći. Potrebna je sveobuhvatnija analiza osetljivosti rešenja na različite dimenzije i strukturu problema odlučivanja.

Ključne reči: Analitički hijerarhijski proces (AHP); obični (crisp) i grubi (rough) brojevi; poređenje kriterijuma

1. UVOD

Grupni modeli donošenja odluka predmet su stalnog interesovanja naučnika i praktičara širom sveta u svim oblastima planiranja i upravljanja. Iako u naučnim diskusijama postoje uobičajene kontroverze, sa dosta pouzdanosti se može reći da modeli koji se zasnivaju na

analitičkom hijerarhijskom procesu (AHP) [11,12] dominiraju pre svega zbog jednostavnosti korišćenja i dovoljne razumljivosti članovima grupa koje odlučuju. Jedan aspekt je intuitivna sklonost da se problem odlučivanja predstavi kao hijerarhija, najčešće sa ciljem na vrhu, kriterijumima (atributima) na nivou ispod cilja i alternativama (opcijama odluke) na donjem nivou, ispod nivoa kriterijuma. Nekada se kriterijumi dele i na podkriterijume, hijerarhija ima četiri nivoa, ali se način korišćenja AHP ne menja.

O metodu AHP je više-manje sve poznato. Ovde se nepotrebno izostavlja, a pažnja koncentriše samo na vrednovanja elemenata odlučivanja u okviru jedne matrice poređenja na datom nivou hijerarhije. Matrice poređenja generišu donosioci odluka u grupi, a iste se objedinjavaju u grupnu na razne načine. Dalji rad sa grupnom matricom svodi se na izračunavanje vektora težina poređenih elemenata koji može dalje poslužiti u rešavanju alokacijskih, asignacijskih, selekcijskih i drugih zadataka u oblasti višekriterijumske optimizacije, sistemske analize itd.

U radu je paradigma AHP i njegova osnovna svojstva: (1) na datom nivou hijerarhije vrše se poređenja u parovima svih elemenata u odnosu na sve elemente na višem nivou hijerarhije i formiraju lokalne matrice poređenja; (2) za poređenja se koristi Satijeva skala sa 9 stepena gradacije značajnosti [11,12]; (3) nekim od naučno verifikovanih metoda prioritizacije (matricnim računom ili optimizacijom) iz matrica poređenja određuju se težine poređenih elemenata, za svaku matricu posebno; (4) lokalne težine se objedinjavaju postupkom sinteze koji daje rezultat: globalne težine elemenata na dnu hijerarhije (alternative) u odnosu na element na vrhu hijerarhije (cilj).

AHP se koristi u dva moguća slučaja: (a) kada postoji jedan donosilac odluka i (b) kada više donosilaca odluka participira u donošenju (grupne) odluke. Za oba slučaja postoje brojne varijante ovog metoda, a među više zastupljenim su sledeće klase:

- (1) *Standard* AHP koji koristi tzv. 'obične' (*crisp*) vrednosti za iskazivanje preferenci donosioca odluka; ova verzija se može koristiti u individualnim i grupnim slučajevima donošenja odluka;
- (2) *Fuzzy* AHP koji koristi fazi brojeve i takođe je primenljiv kao i standardni AHP;
- (3) *Hesitant* AHP koji tretira nesigurnosti donosilaca odluka i davanje višestrukih ocena preferenci;
- (4) *Rough* AHP koji koristi grube brojeve i primenjuje se kada grupu čine tri ili više individua.

Ovde se ne tretiraju fazi i hesitant verzije AHP (2 i 3 gore) o kojima je pisano u mnogim radovima stranih i domaćih autora. Ne tretira se ni kompletan AHP koji ima najmanje tri nivoa (cilj – kriterijumi – alternative) i u kome se posle izvršenih lokalnih vrednovanja korišćenjem Satijeve skale i prioritizacije elemenata hijerarhije vrši sinteza da bi se dobile globalne težine elemenata sa dna hijerarhije (alternative) u odnosu na element na vrhu hijerarhije (cilj). Pažnja se koncentriše na samo jednu matricu poređenja elemenata na bilo kom nivou hijerarhije i poredi se rezultati primene standardne i grube verzije AHP (gore označene kao 1 i 4). U pitanju je isključivo grupni kontekst korišćenja metoda AHP; jedan od primera primene grupne verzije AHP dat je u [17].

Treba napomenuti da je grubi AHP ovde korišćen zbog svoje rastuće popularnosti u kontekstu sve šire primene grubih brojeva u praktično svim važnijim metodima višekriterijumske optimizacije.

Zbog konciznosti izlaganja, AHP verzija sa *crisp* brojevima biće dalje označavana kao obična verzija CAHP (C je identifikator za obične, *crisp*, brojeve). Verzija sa grubim brojevima biće označavana kao RAHP (R je identifikator za grube, *rough*, brojeve). Odabrana su dva primera iz oblasti vodoprivrede i tretirane su matrice poređenja kriterijuma u odnosu na cilj za više donosilaca odluka.

U prvom primeru ima pet kriterijuma za izbor tehnologija navodnjavanja i korišćene su matrice

poređenja kriterijuma dobijene od strane tri eksperta. Za slučaj CAHP matrice su prvo nezavisno tretirane i njihovi vektori težina kriterijuma su određeni metodom aditivne normalizacije (AN) [12,16]. Individualni vektori su geometrijski osrednjeni postupkom koji je poznat kao AIP (od *Aggregation of Individual Priorities*), a dobijeni grupni vektor je označen kao CAHP(*aip*). Zatim su individualno dobijene matrice objedinjene u zajedničku (grupnu) matricu geometrijskim osrednjavanjem ocena na svakoj poziciji matrica. Primenom metoda AN određen je grupni vektor težina koji je zbog internog objedinjavanja ocena dobijenih od tri eksperta (*Aggregation of Individual Judgments*) označen kao CAHP(*aij*).

Primena RAHP (grubi brojevi) izvršena je prema pravilima teorije grubih brojeva. Na svakoj poziciji u zajedničkoj matrici formirana je sekvenca sa po tri ocene dobijene od eksperata. Postupkom definisanim u radovima [22-24] određen je vektor težina kriterijuma koji se može porediti sa vektorima CAHP (*aip*) i CAHP (*aij*).

U drugom primeru je u potpunosti ponovljena gore opisana procedura. Tretirano je 7 matrica vrednovanja 8 kriterijuma koji se mogu koristiti kod ocenjivanja ugroženosti ramsarskih (vlažnih) područja. Problem je kompleksniji, a sekvence u slučaju RAHP su duže (sa po sedam brojeva sa Satijeve skale).

Za oba primera data je diskusija i kritička analiza rezultata, a izložene su i neke preporuke vezane za korišćenje običnog i grubog metoda AHP.

Autor rada programirao je oba metoda na programskom jeziku Fortran. Sva računanja su trajala 1-2 sekunde na standardnoj PC platformi.

2. METODOLOŠKI ASPEKTI INDIVIDUALNOG I GRUPNOG ODLUČIVANJA POMOĆU AHP

2.1 Standardni ('obični') AHP

Svaki donosilac odluka poredi kriterijume po principu svaki-sa-svakim koristeći Satijevu skalu sa 9 nivoa preferenci, odnosno 17 stepeni poređenja (kada se uzimaju oba dela skale, linearni 1-9 i nelinearni 1/9-1/2), Tabela 1. Skalu je za standardni metod AHP uveo autor metoda [11,12].

Tabela 1. Satijeva skala relativnog značaja $S = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\}$

S	Definicija	Objašnjenje
1	Istog značaja	Dva elementa su identičnog značaja u odnosu na cilj
3	Slaba dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje neznatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi
5	Jaka dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje znatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi
7	Demonstrirana dominantnost	Dominantnost jednog elementa potvrđena u praksi
9	Apsolutna dominantnost	Dominantnost najvišeg stepena
2,4,6,8	Međuvrednosti	Potreban kompromis ili dalje podela

Npr., ako individua smatra da je u odnosu na cilj kriterijum i jako dominantan u odnosu na kriterijum j , za vrednost a_{ij} upisuje se broj 5, a u simetričnom polju recipročni broj $a_{ji}=1/5$.

Skala omogućava da donosilac odluka pri poređenju dva elementa odlučivanja (ovde kriterijuma) asociira odgovarajući broj a_{ij} , u matrici A , relacija (1). Za n kriterijuma matrica je kvadratna, pozitivna i simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu. Na glavnoj dijagonali su jedinice, u gornjem trouglu ima $n \times (n-1)/2$ brojeva iz skupa 17 mogućih vrednosti sa skale, dok su u donjem trouglu recipročne vrednosti $a_{ji} = 1/a_{ij}$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Kada grupa ima M donosilaca odluka, svaki član grupe formira jednu matricu poređenja tipa (1).

Za svakog donosioca odluka se nekim od metoda iz matrice (1) ekstrahuje vektor težina kriterijuma w . Težine su kardinalna informacija o značaju kriterijuma, a na osnovu njih se utvrđuju rangovi kriterijuma kao ordinalna informacija. Da se iz matrice (1) izračuna vektor w postoje matični i optimizacioni metodi, zajedničkim imenom označavani kao metodi AHP prioritizacije. Opis najčešće korišćenih metoda dat je u radu [16], kao i u mnogim drugim radovima stranih autora.

U standardnoj verziji metoda AHP, koji se ovde označava kao CAHP zbog toga što koristi obične

brojeve sa skale u Tabeli 1, za prioritizaciju kriterijuma u oba primera korišćen je aditivni normalizacioni metod AN [12, 16]. Postupak je da se elementi date kolone matrice A saberu, a zatim izvrši njihova normalizacija tako što se svaki element kolone podeli dobijenim zbirom. Postupak se ponavlja za svaku kolonu, a zatim se nalazi srednja vrednost normalizovanih vrednosti po vrstama. Matematički model ovog postupka čine relacije (2) i (3).

$$a'_{ij} = a_{ij} \left[\sum_{i=1}^n a_{ij} \right]^{-1}, i, j=1, \dots, n \quad (2)$$

$$w_i = (1/n) \sum_{j=1}^n a'_{ij} = (1/n) \sum_{j=1}^n a_{ij} \left[\sum_{i=1}^n a_{ij} \right]^{-1}, i=1, \dots, n. \quad (3)$$

Lako se proverava da je zbir n elemenata vektora w jednak 1.

2.2 Grubi AHP

Grubi AHP je rezultat primene teorije grubih skupova na originalni AHP, po analogiji kako je to već bilo učinjeno sa primenom fazi teorije na AHP. Teorija grubih brojeva prezentovana je početkom 80-tih godina prošlog veka [9,10], a daljem razvoju i razradi teorije kroz primene doprineli su brojni autori, npr. [2-8, 13, 18-20, 24].

Kao i fazi teorija, teorija grubih brojeva tretira neizvesnosti koje postoje u realnom okruženju. Ideja je da se utvrde aproksimativne granice za date skupove brojeva. Nema parametara koji posredno tretiraju nejasnoće, a data struktura podataka govori 'sama za sebe' kako su to preciznije opisali Duntsch i Gediga [2]. Drugačije nego kod fazi skupova, u grubim skupovima

neodređenosti se implicitno tretiraju preko objektivnih podataka datih putem brojeva u skupu [4]. Kao što će se videti iz dva primera, grubi skupovi mogu imati i mali broj elemenata (podataka) što znači da sa stanovišta opšte teorije skupova ne postoje ograničenja koja, npr., krakterišu statističke tehnike sa zahtevima u pogledu veličine uzorka.

Kod grube verzije AHP (RAHP) formiranje grupne matrice poređenja vrši se tako što se prvo na svakoj poziciji matrice A formira sekvenca ocena sa Satijeve skale dobijenih od M članova grupe, $a_{ij}^g = \{a_{ij}^1, a_{ij}^2, \dots, a_{ij}^M\}$. Svi elementi sekvence se zatim prevode u grube brojeve $RN(a_{ij}^m) = [a_{ij}^{mL}, a_{ij}^{mU}]$ ($m=1, \dots, M$) po metodu definisanom u [22,23]; superskript oznake L i U služe da označe donju i gornju granicu grubog broja RN .

Gruba sekvenca na datoj poziciji ij u matrici data je kao:

$$RN(a_{ij}^g) = \{[a_{ij}^{1L}, a_{ij}^{1U}], [a_{ij}^{2L}, a_{ij}^{2U}], \dots, [a_{ij}^{ML}, a_{ij}^{MU}]\} \quad (4)$$

a konverzijom se za sekvencu dobija njen prosečan grubi broj

$$RN(a_{ij}^{g(ave)}) = [a_{ij}^{g(ave)L}, a_{ij}^{g(ave)U}] \quad (5)$$

gde su:

$$RN(a_{ij}^{g(ave)L}) = (1/M) \cdot (a_{ij}^{1L} + a_{ij}^{2L} + \dots + a_{ij}^{ML}) \quad (6)$$

$$RN(a_{ij}^{g(ave)U}) = (1/M) \cdot (a_{ij}^{1U} + a_{ij}^{2U} + \dots + a_{ij}^{MU}) \quad (7)$$

Grube grupne težine kriterijuma računaju se pomoću grubih brojeva (6) i (7) prema relaciji (8).

$$RN(w_i^g) = [w_i^{gL}, w_i^{gU}] = [\sqrt[M]{\prod_j^M RN(a_{ij}^{g(ave)L})}, \sqrt[M]{\prod_j^M RN(a_{ij}^{g(ave)U})}], \quad i=1,2, \dots, M. \quad (8)$$

Osrednjavanjem vrednosti za donju (L) i gornju (U) granicu grubih grupnih težina dobija se:

$$w_i^g = \left(\frac{1}{2}\right) (w_i^{gL} + w_i^{gU}), \quad i=1,2,\dots, M. \quad (9)$$

Konačna normalizacija vrednosti izračunatih preko relacije (9) daje težine kriterijuma (10) koje se mogu porediti sa težinama iz obične, CAHP verzije metoda AHP.

$$w_i^{gFIN} = w_i^g \cdot [\sum_{j=1}^M w_j^g]^{-1}, \quad i=1,\dots,M. \quad (10)$$

Osnovni matematički operatori nad dva gruba broja $RN(a) = [a^L, a^U]$ i $RN(b) = [b^L, b^U]$ su sledeći:

$$\text{sabiranje (+): } RN(a) + RN(b) = [a^L + b^L, a^U + b^U]$$

$$\text{oduzimanje (-): } RN(a) - RN(b) = [a^L - b^L, a^U - b^U]$$

$$\text{množenje (\cdot): } RN(a) \cdot RN(b) = [a^L \cdot b^L, a^U \cdot b^U]$$

$$\text{deljenje (/): } RN(a) / RN(b) = [a^L / b^L, a^U / b^U]$$

Koristi se još i množenje skalarom, $m \cdot RN(a) = [m \cdot a^L, m \cdot a^U]$. Složeniji operatori se izvode pomoću gore navedenih operatora prema pravilima iz teorije grubih brojeva.

3. PRIMERI GRUPNOG VREDNOVANJA KRITERIJUMA OBIČNIM I GRUBIM METODOM AHP

Primer 1: Vrednovanje kriterijuma pri izboru tehnologija navodnjavanja

[14] Srđević B., Potkonjak S., Srđević Z., Škorić M., Zoranović T. (2004) Simulacija grupnog odlučivanja u izboru tehnologije navodnjavanja, Tematski zbornik radova Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 126-133.

U simulaciji procesa grupnog odlučivanja o tehnologijama navodnjavanja (pet varijanti veštačkom kišom i dve varijante kapanjem) korišćeno je pet kriterijuma: C1 – investicije (€/ha); C2 – period eksploatacije (godine); C3 – utrošak energije (kWh/ha); C4 – utrošak rada (h/ha); C5 – efikasnost korišćenja vode (%). Učestvovala su tri donosioca odluka: DO1 – stručnjak za tehnike i tehnologije navodnjavanja, DO2 – stručnjak za ekonomiku vodoprivrede i DO3 – stručnjak za sistemsku analizu. Međusobnim poređenjem pet kriterijuma, za svakog DO formirana je odgovarajuća matrica poređenja. Sve tri matrice objedinjeno su prikazane na Slici 1.

	Investicije	Period eksploatacije	Utrošak energije	Utrošak rada	Efikasnost kor, vode
Investicije	1	5 $\frac{5}{6}$ 6	5 $\frac{5}{5}$ 5	7 $\frac{3}{4}$ 4	5 $\frac{1}{7}$ 7
Period eksploatacije	1/5 $\frac{1}{5}$ 1/6	1	1/3 $\frac{1}{3}$ 1/2	1/3 $\frac{1}{3}$ 1/2	1 $\frac{1}{5}$ 5
Utrošak energije	1/5 $\frac{1}{5}$ 1/5	3 $\frac{3}{2}$ 2	1	3 $\frac{5}{2}$ 2	3 $\frac{1}{5}$ 5
Utrošak rada	1/7 $\frac{1}{3}$ 1/4	3 $\frac{3}{2}$ 2	1/3 $\frac{1}{5}$ 1/2	1	3 $\frac{1}{5}$ 4
Efikasnost kor, vode	1/5 $\frac{1}{1}$ 1/7	1 $\frac{5}{1}$ 1/5	1/3 $\frac{1}{1}$ 1/5	1/3 $\frac{5}{1}$ 1/4	1

Napomena: DO1 – bez obeležja, DO2 – uokvireno, DO3 – zasenčeno

Slika 1. Matrice poređenja kriterijuma za tri donosioca odluka [14]

Standardni (Crisp) AHP

AN metodom određeni su individualni vektori težina kriterijuma koji su zatim geometrijski osrednjeni i prikazani u Tabeli 2.

Vrednosti u poslednjoj vrsti Tabele 2 označeni su kao rezultat primene verzije metoda CAHP(*aip*), gde odrednica (*aip* - *aggregation of individual priorities*) ukazuje da je objedinjavanje izvršeno nad individualnim vektorima težina (prioriteta).

Kada su na svim pozicijama grupne matrice izvršena geometrijska osrednjavanja ocena dobijenih od donosilaca odluka, primenom AN metoda izračunate su težine kriterijuma prikazane u Tabeli 2a, identifikovane kao rezultat verzije metoda CAHP(*aij*) gde odrednica (*aij* - *aggregation of individual judgments*) ukazuje da je objedinjavanje izvršeno nad individualnim ocenama dobijenim od donosilaca odluka.

Grubi (Rough) AHP

Na svakoj poziciji grupne matrice sa Slike 1 formirana je sekvenca sa tri vrednosti poređenja uzetih iz matrica koje su pojedinačno formirali donosioci odluka DO1, DO2 i DO3. Na primer, na poziciji a_{23} grupne matrice

sekvenca je (1/3; 1/3; 1/2), odnosno u decimalnim brojevima (0,33; 0,33; 0,50) (videti matrice sa Slike 1).

Prema relacijama (4)–(7) grubi brojevi za ovu poziciju su (0,35; 0,43). Za celu matricu grubi brojevi su prikazani na Slici 2. Prema relacijama (8)–(10) dobijene su težine kriterijuma prikazane u Tabeli 3.

Tabela 2. Individualne i grupne težine kriterijuma - CAHP(*aip*)

Članovi grupe	Težine kriterijuma				
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
DO1	0,558	0,064	0,195	0,120	0,064
DO2	0,391	0,050	0,201	0,083	0,276
DO3	0,541	0,103	0,181	0,136	0,039
Grupno CAHP(<i>aip</i>)	0,490	0,069	0,192	0,111	0,088

Tabela 2a. Grupne težine kriterijuma - CAHP(*aij*)

Grupno CAHP(<i>aij</i>)	Težine kriterijuma				
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
	0,417	0,101	0,216	0,145	0,121

LOWER bound					UPPER bound				
1,00	5,11	5,00	3,72	2,78	1,00	5,56	5,00	5,72	5,78
0,18	1,00	0,35	0,35	0,96	0,20	1,00	0,43	0,43	3,36
0,20	2,44	1,00	2,61	2,00	0,20	2,89	1,00	4,11	4,00
0,19	2,44	0,27	1,00	1,40	0,29	2,89	0,42	1,00	3,30
0,25	0,96	0,33	0,80	1,00	0,68	3,36	0,73	3,18	1,00

Slika 2. Grubi brojevi za matrice sa Slike 1

Tabela 3. Grupne težine kriterijuma - RAHP

Težine kriterijuma	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
Donje granice (Lower rough weights)	3,051	0,464	1,206	0,709	0,576
Gornje granice (Upper rough weights)	3,914	0,654	1,569	1,030	1,395
Srednje vrednosti	3,482	0,559	1,387	0,869	0,985
Normalizovane srednje vrednosti	0,478	0,077	0,190	0,119	0,135

Objedinjavanje rezultata primene običnog i grubog AHP metoda izvršeno je u Tabeli 4. U prve dve vrste tabele prikazane su težine za obični metod kada se agregiraju individualni vektori težina kriterijuma posle prioritizacije (*aip*) (vrsta br. 1), odnosno kada se agregacije rade na ocenama, dakle pre prioritizacije (*aij*) (vrsta br. 2). U vrsti br. 3 date su težine dobijene grubim metodom, a u vrstama br. 4 i br. 5 apsolutna odstupanja težina dobijenih iz obe verzije metoda.

Pregledom rezultata uočava se da u sva tri slučaja kriterijum C1 ima dominantno veću težinu, da nema narušavanja rangova kriterijuma, osim u slučaju kriterijuma C4 i C5. Prema metodu RAHP, C5 ima veću težinu od C4 (0,135 prema 0,119), a u slučaju CAHP(*aij*) odnos prioriteta je suprotan (0,121 prema 0,145), isto kao i u slučaju CAHP(*aip*) gde je odnos prioriteta suprotan (0,088 prema 0,111). Rangiranje težina ostalih kriterijuma identično je za sva tri metoda.

Apsolutna odstupanja težina u vrstama br. 4 i br. 5 mogu se smatrati zanemarljivim, osim u slučaju najviše rangiranog kriterijuma C1. CAHP(*aip*) i RAHP daju

približno iste težine za ovaj kriterijum (redom: 0,490 i 0,478); CAHP(*aij*) daje značajnije nižu težinu (0,417). Prosečna apsolutna odstupanja težina svih kriterijuma pokazuju bolju saglasnost RAHP sa CAHP(*aip*) nego sa CAHP(*aij*). Ova činjenica može biti značajna u kontekstu primene standardne verzije AHP na kompletnu hijerarhiju kada se težine kriterijuma u sintezi množe sa lokalnim težinama alternativa, a da se prethodno ne vrše geometrijska osrednjavanja na pozicijama matrice.

Implicirani zaključak iz ovog primera je da ako ima malo donosilaca odluka i nije veliki broj kriterijuma, grubi AHP daje dobre rezultate kao i standardni AHP ako se objedinjavaju individualni vektori težina (*aip*), a ne individualne ocene unutar zajedničke matrice (*aij*). Ovaj zaključak zahteva detaljnu proveru na više primera, sa uniformnijim i disperzivnijim ocenama koje daju donosioci odluka, jer je poznato da geometrijska osrednjavanja u određenoj meri unose tzv. *smoothing* efekat, odnosno umanjuju efekat ekstremnih vrednosti na rezultat osrednjavanja.

Tabela 4. Grupne težine kriterijuma za običnu i grubu verziju metoda AHP /Primer 1/

Br.	Težine kriterijuma	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	Pros. aps. ods.
1	CAHP (<i>aip</i>)	0,490	0,069	0,192	0,111	0,088	
2	CAHP (<i>aij</i>)	0,417	0,101	0,216	0,145	0,121	
3	RAHP	0,478	0,077	0,190	0,119	0,135	
4	Aps.ods. RAHP-CAHP(<i>aip</i>)	0,012	0,008	0,002	0,008	0,037	0,013
5	Aps.ods. RAHP-CAHP(<i>aij</i>)	0,061	0,032	0,026	0,026	0,014	0,032

Primer 2: Značaj ramsarskih (vlažnih) područja u Vojvodini

[1] Bubulj S., Srđević Z., Ilić M., Srđević B. (2020) *Izbor i vrednovanje kriterijuma za ocenu ranjivosti ramsarskih vlažnih područja u Vojvodini na pojavu sušnih perioda, Letopis naučnih radova 44(1):39-46.*

[15] Srđević, B., Srđević, Z., Ilić, M., Ždero S. (2021) *Group model for evaluating the importance of Ramsar*

sites in Vojvodina Province of Serbia, Environmental Development and Sustainability 23, 10892–10909 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01093-2>

U navedena dva rada je usvojeno osam kriterijuma za grupno vrednovanje značaja ramsarskih područja u Vojvodini sa stanovišta smanjenja ugroženosti od suša i drugih nepovoljnih prirodnih i antropogenih dejstava, Kriterijumi su sažeto opisanih u Tabeli 5

Tabela 5. Kriterijumi za vrednovanje značajnosti ramsarskih područja u Vojvodini

Oznaka	Kriterijum	Opis
C1	Zaštićenost staništa	Broj nacionalnih i međunarodnih regulatornih akata prema kojima su staništa zaštićena na ramsarskom području
C2	Biodiverzitet	Broj zaštićenih i ugroženih biljnih i životinjskih vrsta
C3	Vodni režim	'Izloženost' pojavi niskih vodostaja
C4	Namene	Broj aktivnosti na osnovu kojih se ostvaruje profit
C5	Položaj područja	Saobraćajna dostupnost: udaljenost od većih gradova, državnih granica, aerodroma, glavnih saobraćajnica i dr,
C6	Turizam i edukacija	Broj posetilaca godišnje
C7	Kvalitet vode	Kvalitativne i kvantitativne ocene parametara vode
C8	Kulturna baština	Broj objekata od socio-kulturološkog značaja

Grupu donosilaca odluka činilo je 7 osoba (akademske eksperata, eksperata iz oblasti zaštite prirode i doktoranata iz oblasti vodnih resursa) označenih kao

DO1, ..., DO7. Svaki član grupe je nezavisno vrednovao kriterijume i popunio matrice A, prikazane na Slici 3.

DO1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	1/3	6	4	3	1/3	5
C2		1	1/3	6	4	3	1/3	5
C3			1	8	6	5	1	7
C4				1	1/3	1/4	1/8	1/2
C5					1	1/2	1/6	2
C6						1	1/5	3
C7							1	7
C8								1

DO2

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1/3	1/4	5	8	7	1/4	8
C2		1	1/2	5	8	7	1/2	8
C3			1	5	9	7	1	9
C4				1	5	3	1/5	5
C5					1	1/5	1/9	1
C6						1	1/7	5
C7							1	9
C8								1

DO3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	5	3	7	3	1	3
C2		1	2	3	5	4	2	5
C3			1	3	5	3	1/5	4
C4				12	3	3	1/3	3
C5					1	1/3	1/6	5
C6						1	1/3	3
C7							1	5
C8								1

DO4

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	1/5	5	5	7	2	9
C2		1	1/3	5	7	7	2	9
C3			1	7	7	8	4	9
C4				1	5	3	1/5	5
C5					1	2	1/5	3
C6						1	1/3	2
C7							1	4
C8								1

DO5

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	6	4	7	5	5	3
C2		1	6	4	7	5	5	3
C3			1	1/3	2	1/2	1/2	1/5
C4				1	6	5	5	1/3
C5					1	1/4	1/4	1/6
C6						1	1	1/4
C7							1	1/4
C8								1

DO6

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1/4	3	1/5	3	1/3	1/5	3
C2		1	3	3	5	3	4	5
C3			1	1/2	4	1/3	1/5	5
C4				1	6	3	2	6
C5					1	1/5	1/7	1/3
C6						1	1/3	5
C7							1	5
C8								1

DO7

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	1/3	3	3	7	1	3
C2		1	1/4	7	3	7	1	5
C3			1	3	3	1/3	1/3	3
C4				1	3	7	5	5
C5					1	1/3	1/5	1/7
C6						1	1/5	1
C7							1	5
C8								1

Slika 3. Matrice poređenja 8 kriterijuma dobijene od 7 članova grupe

Sedam matrica činilo je bazu za primenu dva različita metoda grupisanja i računanja odgovarajućih (grupnih) težina kriterijuma. Svi članovi grupe tretirani su kao jednako važni i u postupcima agregacije imali su istu težinu.

Standardni (Crisp) AHP

Primenom aditivnog normalizacionog (AN) metoda određeni su individualni vektori težina kriterijuma koji su zatim geometrijski osrednjeni, Tabela 6.

Tabela 6. Individualne i grupne težine kriterijuma - CAHP(*aip*)

Članovi grupe	Težine kriterijuma							
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
DO1	0,135	0,135	0,284	0,022	0,044	0,065	0,284	0,031
DO2	0,135	0,195	0,267	0,060	0,018	0,041	0,267	0,018
DO3	0,229	0,218	0,119	0,082	0,042	0,061	0,219	0,031
DO4	0,173	0,186	0,380	0,064	0,034	0,027	0,118	0,019
DO5	0,278	0,278	0,034	0,122	0,022	0,050	0,050	0,165
DO6	0,069	0,302	0,068	0,201	0,024	0,114	0,189	0,032
DO7	0,149	0,208	0,188	0,158	0,027	0,073	0,153	0,044
Grupno CAHP(<i>aip</i>)	0,176	0,241	0,168	0,094	0,033	0,064	0,184	0,041

Na isti način kao u Primeru 1, na svim pozicijama grupne matrice izvršena su geometrijska osrednjavanja ocena dobijenih od 7 članova grupe. Primenom AN metoda izračunate su težine kriterijuma prikazane u

Tabeli 6a. Težine su rezultat verzije metoda CAHP(*aij*) a odrednica *aij* ukazuje da je objedinjavanje izvršeno nad individualnim ocenama dobijenim od donosilaca odluka.

Tabela 6a. Grupne težine kriterijuma - CAHP(*aij*)

Grupno CAHP(<i>aij</i>)	Težine kriterijuma							
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
	0,174	0,242	0,165	0,093	0,033	0,064	0,188	0,041

Grubi (Rough) AHP

U ovom metodu na svakoj poziciji grupne matrice formira se sekvenca sa sedam vrednosti poređenja uzetih iz svake matrice koju su formirali pojedinačni DO. Na primer, na poziciji a_{13} grupne matrice sekvenca je (1/3; 1/4; 5; 1/5; 6; 3; 1/3), odnosno u decimalnim

brojevima (0,33; 0,25; 5; 0,20; 6; 3; 0,33) (videti matrice sa Slike 3).

Prema relacijama (4)–(7) grubi brojevi za ovu poziciju su (0,78; 3,81). Za celu matricu grubi brojevi su prikazani na Slici 4. Prema relacijama (8)–(10) dobijene su težine kriterijuma prikazane u Tabeli 7.

LOWER bound								UPPER bound							
1,00	0,65	0,78	2,48	4,01	3,04	0,57	3,49	1,00	0,96	3,81	4,87	6,60	6,11	2,55	6,32
1,15	1,00	0,68	3,77	4,41	4,07	1,06	4,61	2,30	1,00	3,27	5,69	6,72	6,26	3,33	6,84
1,04	0,91	1,00	1,93	3,52	1,44	0,44	3,10	3,56	2,88	1,00	5,83	6,87	5,65	1,87	7,44
0,31	0,19	0,32	1,00	2,74	2,34	0,71	2,14	1,90	0,28	1,63	1,00	5,20	4,64	3,31	4,88
0,17	0,16	0,16	0,26	1,00	0,28	0,15	0,63	0,28	0,25	0,34	1,19	1,00	0,94	0,21	2,99
0,23	0,17	0,53	0,32	2,13	1,00	0,23	1,59	1,18	0,27	2,17	1,43	4,22	1,00	0,52	3,93
0,97	0,49	1,31	1,35	5,03	2,72	1,00	3,33	3,37	1,80	3,74	5,12	7,10	5,03	1,00	6,64
0,20	0,16	0,25	0,34	0,96	0,37	0,24	1,00	0,31	0,24	1,99	1,59	4,59	1,81	1,51	1,00

Slika 4. Grubi brojevi za matrice sa Slike 3

Tabela 7. Grupne težine kriterijuma - RAHP

Težine kriterijuma	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
Donje granice (Lower rough weights)	1,533	2,003	1,372	0,808	0,271	0,520	1,578	0,349
Gornje granice (Upper rough weights)	3,219	3,771	3,660	2,072	0,598	1,310	3,588	1,142
Srednje vrednosti	2,376	2,887	2,516	1,440	0,434	0,915	2,583	0,746
Normalizovane srednje vrednosti	0,171	0,208	0,181	0,104	0,031	0,066	0,186	0,054

Objedinjavanje rezultata primene običnog i grubog AHP metoda izvršeno je u Tabeli 8, analogno primeru 1. U sva tri slučaja kriterijum C2 ima najveću težinu. Grubi AHP daje težinu ovom kriterijumu 0,208 što je niže od skoro identičnih vrednosti za obe verzije običnog AHP (0,241 i 0,242). Sva tri metoda rangiraju kriterijume jednako, osim što grubi AHP zamenjuje rangove

kriterijuma C1 i C3 na trećoj, odnosno četvrtoj poziciji na rang listi; razlike težina su male i mogu se smatrati zanemarljivim. Prema grubom metodu C3 ima veću težinu od C1 (0,181 prema 0,171). U slučaju CAHP(*aij*) odnos prioriteta je suprotan (0,165 prema 0,174), a u slučaju CAHP (*aip*) težine ovih kriterijuma se međusobno približavaju kao i kod grubog AHP.

Tabela 8. Grupne težine kriterijuma za običnu i grubu verziju metoda AHP

Br.	Težine kriterijuma	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	Pros. aps. ods.
1	CAHP (<i>aip</i>)	0,176	0,241	0,168	0,094	0,033	0,064	0,184	0,041	
2	CAHP (<i>aij</i>)	0,174	0,242	0,165	0,093	0,033	0,064	0,188	0,041	
3	RAHP	0,171	0,208	0,181	0,104	0,031	0,066	0,186	0,054	
4	Aps.ods. RAHP-CAHP(<i>aip</i>)	0,005	0,033	0,013	0,010	0,002	0,002	0,002	0,013	0,010
5	Aps.ods. RAHP-CAHP(<i>aij</i>)	0,003	0,034	0,016	0,011	0,002	0,002	0,002	0,013	0,010

Apsolutna odstupanja težina kriterijuma su mala, osim u slučaju najviše rangiranog kriterijuma C2. Efekat je isti kao i u Primeru 1, što implicira zaključak da grubi AHP smanjuje težinu najviše rangiranog kriterijuma u odnosu na težinu koja se dobija ako se koristi obični AHP, u obe verzije – (*aip*) i (*aij*).

4. ZAKLJUČAK

Metod višekriterijumske analize AHP se češće od drugih metoda koristi za podršku procesa odlučivanja o vodnim resursima na nivou planiranja i upravljanja. Česte su primene u izboru alternativnih rešenja kod infrastrukturnih radova, pri alokaciji voda na višestruke korisnike i namene, odabiru strategija upravljanja akumulacionim sistemima, itd. Među brojnim verzijama ovog metoda najviše primena ima standardna verzija razvijena krajem 60-tih godina prošlog veka. Standardni AHP se najčešće koristi sa realnim brojevima sa

Satijeve skala sa 9 gradacija značajnosti kada se porede elementi odlučivanja. Kasniji razvoj metoda doveo je do verzija u fazi okruženju, a usledile su verzije sa intervalima vrednosti, umnožavanjem broja ocena na pojedinim mestima u matricama prioriteta (*hesitant* situacije) itd. Kasnije su došle primene grubih brojeva kao proširenje mogućnosti AHP u grupnim procesima odlučivanja. U poslednje dve decenije ukrštaju se i porede verzije AHP u individualnim i grupnim primenama, a različite verzije se koriste i u sprezi sa drugim metodima višekriterijumske analize kao što su TOPSIS, PROMETHEE, VIKOR, DEA i dr. U svim slučajevima sreću se obične (standardne), fazi i grube varijante metoda.

U radu su date bazične postavke standardnog i grubog tretiranja matrica poređenja elemenata odlučivanja u okviru AHP. Kontekst je grupni. Na dva primra iz oblasti vodoprivrede pokazano je kako se koriste

standardni i grubi AHP i komentarisani su rezultati kada je problem po obuhvatu manji (tri donosioca odluka/pet kriterijuma), odnosno veći (sedam donosilaca odluka/osam kriterijuma). Generalni zaključak je da nema većih razlika u rezultatima obe verzije metoda, osim što grubi AHP u određenoj meri smanjuje težinu najviše rangiranog kriterijuma u odnosu na standardni AHP. Kod alokacionih zadataka to može imati većeg značaja nego kod selekcijskih. U prvom slučaju može uticati na finalnu raspodelu resursa ako se koristi kompletan AHP. U selekcijskim zadacima najčešće je važna samo ordinalna informacija (rangovi), a intenziteti važnosti (težine) nisu nužno od primarnog značaja.

Drugi zaključak je da su obična i gruba verzija AHP međusobno uporedive u grupnim aplikacijama, odnosno da daju slučajne rezultate i da se mogu koristiti alternativno, npr. u zavisnosti od raspoloživosti softvera.

ZAHVALNOST

Autor se zahvaljuje Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije koje finansira istraživanja na naučnom projektu prema ugovoru 451-03-9/2021-14/ 200117.

LITERATURA

- [1] Bubulj S., Srđević Z., Ilić M., Srđević B. (2020) Izbor i vrednovanje kriterijuma za ocenu ranjivosti ramsarskih vlažnih područja u Vojvodini na pojavu sušnih perioda, *Letopis naučnih radova* 44(1):39-46.
- [2] Düntsch, I., Gediga, G. (1997) The rough set engine GROBIAN. In *Proc. 15th IMACS World Congress, Berlin* (Vol. 4, pp. 613-618).
- [3] Fazlollahabbar, H., Vasiljević, M., Stević, Ž., Vesković, S. (2017) Evaluation of supplier criteria in automotive industry using rough AHP. *International Conference on Management, Engineering and Environment ICMNEE 2017*, 186-197.
- [4] Khoo, L. P., Zhai, L. Y. (2001) A prototype genetic algorithm-enhanced rough set-based rule induction system. *Computers in Industry* 46(1): 95-106.
- [5] Liang, H., Ren, J., Gao, Z., Gao, S., Luo, X., Dong, L., Scipioni, A. (2016) Identification of critical success factors for sustainable development of biofuel industry in China based on grey decision-making trial and evaluation laboratory (DEMATEL) *Journal of Cleaner Production* 131: 500-508.
- [6] Li, Y., Zhen, H., Qiang, H. (2012) Multi-criteria sorting method based on AHP and variable precision rough set. *IEEE 2012 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, 15-17 July 2012 Xian China. doi: 10.1109/ICMLC.2012.6358922.
- [7] Mehdi, S., Malekinezhad, H., Jahanbakhshi, F., Ildoromi, A-R, Chezgi, J., Ghorbanzadeh, O., Naghipour, E. (2020) Integration of interval rough AHP and fuzzy logic for assessment of flood prone areas at the regional scale. *Acta Geophysica* 68(2): 477-493. DOI: 10.1007/s11600-019-00398-9
- [8] Pamucar, D., Mihajlović, M., Obradović, R. and Atanasković, P. (2017) Novel approach to group multi-criteria decision making based on interval rough numbers: Hybrid DEMATEL-ANPMAIRCA model. *Expert Systems with Applications* 88: 58-80.
- [9] Pawlak, Z. (1982) Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences* 11(5): 341-356.
- [10] Pawlak, Z. (1991) Rough sets: Theoretical aspects of reasoning about data. 1991. *Dordrecht & Boston: Kluwer Academic Publishers*.
- [11] Saaty T,L, (1977) A scaling method for priorities in hierarchical structures, *Journal of mathematical psychology* 15(3): 234-281
- [12] Saaty T,L, (1980) *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill Inc,
- [13] Song, W., Zhu, Y., Zhou, J. (2022) A new rough cloud AHP method for risk evaluation of public-private partnership projects. *Soft Comput* 26, 2045-2062 (2022). doi.org/10.1007/s00500-021-06392-y
- [14] Srđević B., Potkonjak S., Srđević Z., Škorić M., Zoranović.T.(2004) Simulacija grupnog odlučivanja u izboru tehnologije navodnjavanja, Tematski zbornik radova Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 126-133.
- [15] Srđević, B., Srđević, Z., Ilić, M., Ždero S. (2021) Group model for evaluating the importance of Ramsar sites in Vojvodina Province of Serbia, *Environmental Development and Sustainability* 23, 10892-10909 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01093-2>
- [16] Srdjevic B, (2005) Combining different prioritization methods in analytic hierarchy

- process synthesis, *Computers & Operations Research* 32 (7): 1897-1919,
- [17] Srđević, Z., Srđević, B., Suvočarev, K., & Galamboš, L. (2020) Hybrid Constructed Wetland Selection as a Group Decision-Making Problem, *Water Resources Management*, 34(1): 295-310, DOI 10.1007/s11269-019-02444-z
- [18] Stević, Ž., Tanackov I., Vasiljević, M., Vesković, S. (2016) Evaluation in logistics using combined AHP and EDAS method. *In XLIII international symposium on operational research, Serbia*, pp. 309-313.
- [19] Stević, Ž. (2018) Integrisani model vrednovanja dobavljača u lancima snabdevanja. *Doktorska disertacija*, FTN, Novi Sad, 2018.
- [20] Tiwari, V., Jain, P.K., Tandon, P. (2016) Product design concept evaluation using rough sets and VIKOR method, *Advanced Engineering Informatics*, 30 :16-25.
- [21] Wang X.-T., Xiong, W. (2010) Rough AHP approach for determining the importance ratings of customer requirements in QFD. *Computer Integrated Manufacturing Systems, CIMS* 16(4):763-771.
- [22] Zhai, L-Y, Khoo, L-P, Zhong, Z-W (2009). A rough set based QFD approach to the management of imprecise design information in product development. *Advanced Engineering Informatics* 23(2): 222-228.
- [23] Zhai, L-Y, Khoo, L-P, Zhong, Z-W (2008) A rough set enhanced fuzzy approach to quality function ndeployment., *International Journal of Advanced manufacturing Technology* 37:613–624. doi: 10.1007/s00170-007-0989-9
- [24] Zhang, Q., Xie, Q., Wang, G. (2016) A survey on rough set theory and its applications. *CAAI Transactions on Intelligence Technology*.

ROUGH OR STANDARD AHP METHOD IN GROUP EVALUATIONS OF CRITERIA SETS IN WATER RESOURCES RELATED DECISION MAKING PROCESSES?

by

Bojan SRĐEVIĆ

University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management
Group for Systems Analysis and Decision Making, Novi Sad, Serbia

Summary

In this paper, we analyze the opportunity of using the standard analytic hierarchy process (AHP) with crisp numbers, labeled as CAHP (after crisp-AHP), and the same method if rough numbers are used instead; the latter version is labeled as RAHP (after rough-AHP). Context is group decision-making in which these two versions of the AHP method can be used. Any local pairwise comparison matrix in the problem hierarchy is a subject of discussion because most researchers are concerned with the quality of prioritization methods for extracting local weights of compared elements, types of aggregations of individual judgments, etc. And, all this

before the final AHP synthesis is performed across the complete hierarchy. Two examples from the water resources framework are used to demonstrate the use of CAHP and RAHP methods and discuss their results in cases when the dimensions of the matrices and the number of decision-makers are different. Preliminary analyses indicate that the results are comparable, but more sensitivity analyses are required for different dimensions and structures of decision making problems.

Keywords: Analytic hierarchy process (AHP); crisp and rough numbers; comparison of criteria.