UDK: 626/628:33/551.58
Originalni naučni rad

INTERVALNI ANALITIČKI HIJERARHIJSKI PROCES U VREDNOVANJU TEHNOLOGIJA NAVODNJAVANJA

Senka ŽDERO, Bojan SRĐEVIĆ
Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Departman za uređenje voda, Novi Sad

REZIME

Izbor tehnologije navodnjavanja je primer višekriterijumskog problema gde je neophodno analizirati uglavnom međusobno konfliktne, pedološke, tehničke, ekonomske, klimatske i druge komponente koje utiču na izbor. U radu je izloženo standardno i intervalno vrednovanje nekoliko važnih kriterijuma koji mogu opredeliti izbor tehnologije navodnjavanja. Korišćen je analitički hijerarhijski proces (AHP) i na ilustrativnom primeru predstavljeni su pristupi problemu kada su ocene međusobnog značaja kriterijuma izražene jednoznačno (standardni AHP) i sa intervalima ocena (intervalni AHP). Za oba slučaja računate su težine kriterijuma na jednom nivou odlučivanja (cilj-kriterijumi), upoređene su vrednosti i diskutovane razlike sa ocenom primenljivosti u praksi.

Ključne reči: Analitički hijerarhijski proces (AHP), intervalna matrica odlučivanja, metodi prioritizacije

1. UVOD

Izbor zalivnih sistema u poljoprivredi zahteva objektivno vrednovanje ekonomski isplativih i održivih tehnologija u odnosu na mnogostruke kriterijume od kojih valja izabrati stvarno merodavne koji će odlučujuće filtrirati kvalitet alternativnih tehnologija i pratećih rešenja. Postoje različiti pristupi ovom problemu. Na primer, razvijene su metodologije zasnovane na statističkim obradama, metodima operacionih istraživanja ili kombinacija različitih tehnika sa ciljem da se poveća efikasnost poljoprivredne proizvodnje [23]. Jedna od alternativnih metodologija je izložena u radovima [21, 22] gde je vrednovanje tehnologija tretirano hijerarhijskim strukturiranjem problema i korišćenjem poznatog višekriterijumskog metoda za podršku procesa odlučivanja – analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP). Ovaj metod ima brojne varijante. Osnovna je standardna varijanta razvijena sedamdesetih godina prošlog veka [19]. Kasnije su se nizali pokušaji korekcije metoda koji su u raznim pravcima usmeravani od strane istraživača iz celog sveta o čemu svedoče hiljade naučnih radova i studija primene.

U ovom radu fokus je na rešavanju problema izbora najbolje alternative u odnosu na skup kriterijuma kada se preference donosioca odluka (ili analitičara) ne iskazuju kao striktne numeričke vrednosti sa asociranim ili semantičkim značenjem, već se definišu intervali vrednosti. Tada se konačni cilj (npr. da se rangiraju varijantna rešenja – tehnologije navodnjavanja) ostvaruje u uslovima nesigurnosti donosioca odluka, rešenja mogu biti višestruka i ceo proces odlučivanja može skliznuti u neizvesnost i nepouzdanost. U uslovima kada donosilac odluke o nabavci sistema za navodnjavanje poljoprivrednih površina nije siguran u ocenu važnosti nekih elemenata odlučivanja u odnosu na druge elemente, intervalno ocenjivanje postaje zamena za jednoznačno ocenjivanje i standardni AHP postaje intervalni AHP. Rad tretira ovu situaciju na primeru standardnog i intervalnog vrednovanja kriterijuma u parovima po metodologiji AHP i daje neke preporuke za postupanje u realnim procesima odlučivanja.

U radu je dat opis osnovnih svojstava intervalnih matrica, opis standardnog i intervalnog metoda AHP sa matematičkim modelima obe varijante metoda. Ilustrovani su efekti primene dve varijante metoda AHP na dva scenarija vrednovanja četiri kriterijuma koji bi mogli biti od primarnog interesa pri izboru tehnologija navodnjavanja**.** Jedna varijanta je kada je donosilac odluka siguran u jačinu preference jednog kriterijuma u odnosu na drugi i iskazuje je jednom brojčanom vrednošću, a drugi je kada su neke preference izražene intervalima. Prikazano je poređenje izračunatih vektora težina kriterijuma za oba slučaja i komentarisane su mogućnosti koje dolaze u obzir prilikom formiranja različitih matrica odlučivanja.

2. MATERIJAL I METOD RADA

2.1 Intervalne matrice u metodu AHP

Zbog složenosti problema odlučivanja u poslovima poljoprivrede, vodoprivrede ili ekonomije, prirodno je dopustiti da u nekim slučajevima donosilac odluka (DO) svoje preference izrazi putem intervala vrednosti ocena. Za metod AHP je karakteristično poređenje u parovima elemenata na datom hijerarhijskom nivou u odnosu na elemente na višem nivou. Preferenca DO se iskazuje za parove elemenata odlučivanja na osnovu usvojene semantičko-numeričke skale i numeričke vrednosti se unose u odgovarajuću matricu poređenja. Za matricu se najčešće izračunava desni vektor sopstvenih vrednosti i isti proglašava za vektor težina poređenih elemenata čiji je zbir elemenata 1. Bez obzira da li su ocene jednoznačne ili intervalne, zadatak je da se na osnovu njih odrede težine elemenata odlučivanja koji su ocenjivani po bilo kom metodu. Ako je u bar jednoj matrici, umesto jednoznačne vrednosti sa skale, definisan interval vrednosti (takođe sa skale) data matrica je intervalna, a standardni AHP postaje intervalni AHP.Intervalna matrica može da sadrži jedan ili više intervala, pri čemu leve i desne granice intervala iskazuju minimume i maksimume jačine preferenci DO.

Treba podsetiti da je uspostavljanje mehanizma za praćenje konzistentnosti ocenjivanja ozbiljan problem već kod standardnog odlučivanja sa ocenama bez intervalnih sloboda. Npr., Kress [11] je uočio da je linearno programiranje kao metod za određivanje težina često neupotrebljiv za nekonzistentne matrice jer, u brojnim slučajevima, ne postoji oblast dopustivih rešenja. Prikazani ilustrativni primer u ovom radu pokazuje linearni model koji omogućava nalaženje rešenja u slučaju intervalne matrice niže dimenzije. Analize autora sa intervalnim matricama višeg reda pokazale su da ima slučajeva kada je nemoguće odrediti vektore težina jer sa redom matrice često raste i nekonzistentnost.

Za izračunavanje težina elemenata iz nekonzistentnih intervalnih matrica, osim linearnih, postoje i matematički postupci zasnovani na fazi programiranju [13] i ciljnom programiranju (leksikografsko, min-max, logaritamsko) [7, 15, 27]. Oblast istraživanja intervalnih preferenci je aktuelna, iako sa sobom nosi brojne kontroverze karakteristične za višekriterijumsku analizu i optimizaciju.

2.2 Standardni i intervalni AHP

Standardni AHP

Analitički hijerarhijski proces (AHP) je naučno priznati višekriterijumski metod za hijerarhijski strukturirane probleme odlučivanja. Pomaže donosiocu odluka da utvrdi prioritete elemenata od interesa za donošenje odluke, a to su po pravilu globalni cilj, skup kriterijuma i skup alternativa. Metod je ubedljivo najzastupljeniji u klasi metoda za podršku odlučivanja u raznim varijantama, od standardne – razvijene kasnih 70-ih godina prošlog veka [18], preko fazi varijante, do najnovijih koje se oslanjaju na nenumerički pristup vrednovanjima elemenata odlučivanja. AHP se koristi i za podršku procesa grupnog odlučivanja sa i bez konsenzusa, često se kombinuje sa drugim višekriterijumskim metodima (npr. SAW, TOPSIS i PROMETHEE), a postoje i primene zajedno sa metodima društvenog izbora kao što su glasački metodi Borda Count i Approval Voting.

Hijerarhija dobro strukturiranog problema za primenu AHP najčešće ima tri nivoa: (1) cilj na vrhu, (2) alternative na dnu i (3) kriterijume u srednjem nivou po kojima se alternative vrednuju. Po potrebi se mogu umetati i podnivoi, npr. raščlanjavanjem kriterijuma na pod-kriterijume. Kriterijumi se vrednuju u odnosu na cilj, a zatim alternative u odnosu na svaki kriterijum. U parovima se porede elementi na datom nivou u odnosu na svaki pojedinačni element u višem nivou. Pri tome se najčešće koristi semantičko-numerička skala iz Tabele 1 [18].

Onaj ko vrši vrednovanje – donosilac odluka ili analitičar – formira matrice poređenja koje iskazuju preference između elemenata. Ako ima n kriterijuma i m alternativa, formira se jedna matrica dimenzije $n \times n$ za kriterijume u odnosu na cilj, a zatim n matrica dimenzija $m \times m$ za alternative poređene u odnosu na svaki od n kriterijuma. Ukupan broj ovih matrica, koje se mogu nazvati lokalnim, je $n+1$. Kada se matematičkim postupkom, za svaku lokalnu matricu, odrede vektori težina elemenata koji su poređeni (pri čemu je zbir težina u svakom vektoru 1), na kraju se (skalarnim) množenjem vektora težina kriterijuma sa matricom čije kolone čine vektori težina alternativa, određuje konačni rezultat: vektor težina alternativa u odnosu na cilj. U toku proračuna lokalnih vektora težina obično se izračunava indikator konzistentnosti donosioca odluka/analitičara CR koji se toleriše do vrednosti 0,1 (nekada i do 0,2), a na kraju se proporcionalno lokalnim težinama određuje i indikator ukupne konzistentnosti za celu hijerarhiju, HCR sa istim tolerantnim vrednostima.

Tabela 1. Satijeva skala za poređenje u parovima (Saaty, 1980)

Numerička ocena*	Verbalni značaj
1	Isti značaj
3	Slaba dominantnost
5	Jaka dominantnost
7	Vrlo jaka dominantnost
9	Apsolutna dominantnost
(2, 4, 6, 8)	Međuvrednosti

*Recipročne vrednosti u gornjim vrstama definišu obrnuti značaj

Ideja AHP je da se prvo odrede lokalne težine kriterijuma i alternativa, a zatim da se sintezom odredi globalna '*utility*' svake alternative u odnosu na cilj. Proces se odvija uz pomoć nekada i potpuno suprotnih kriterijuma, a rešenje problema je optimalno u višekriterijumskom smislu i zadovoljen je Pareto princip optimalnosti. Rešenje iz AHP je po karakteru kardinalna informacija i direktno se može koristiti u tzv. alokacionim situacijama. Na primer, ako je cilj profit, a zemljište resurs, za date kriterijume po kojima će se meriti performansa skupa biljnih kultura kao alternativa, AHP direktno određuje u procentnom iznosu kako se na biljne kulture raspodeljuje ukupna površina zemljišta. Ova informacija se može koristiti na razne načine. Jedan je da se zemljište alocira ne na sve već samo na 'procentualno najbolje' kulture, a da se ostatak površine srazmerno dodeli najboljim kulturama (slično kao u izbornim političkim procesima). Kardinalna informacija istovremeno omogućava rangiranje alternativa, tako da je AHP često korišćen u selekcijskim procesima kada rangiranje alternativa vodi ka konačnim izborima; npr., dve prvorangirane alternative mogu biti prosleđene na dalje analize i glasanje sa 'da' ili 'ne', itd.

"*Intervalni*" *AHP*

Polovinom osamdesetih godina prošlog veka, standardni AHP je već uveliko bio u upotrebi, najpre kao podrška individualnih, a zatim i grupnih procesa odlučivanja. Akademske i druge rasprave o efikasnosti metoda vodile su se u više pravaca, od toga koje skale se mogu koristiti za poređenje elemenata odlučivanja u parovima, preko fazifikacije skala i procesa poređenja, do rada sa intervalnim matricama poređenja.

Ovde je od interesa samo poslednji pravac, i to samo onaj deo koji se odnosi na dva moguća tretmana kriterijuma koji se porede na vrhu hijerarhije u odnosu na cilj: (a) sa jednoznačnim ocenjivanjem značajnosti kriterijuma i (b) sa intervalnim ocenjivanjem da bi se dopustila fleksibilnost iskazivanja aspiracije u davanju preferenci (kriterijuma). U prvom slučaju, koji pripada standardnim verzijama metoda AHP, svako poređenje kriterijuma u parovima vodi do unošenja u matricu poređenja na datoj poziciji jednog od 17 mogućih brojeva sa skale iz Tabele 1 (1/9, 1/8, ..., 1/2, 1, 2, 3, ..., 9). U drugom slučaju se na datoj poziciji daje interval brojeva sa iste skale, pri čemu se podrazumeva da brojevi unutar intervala takođe pripadaju skali; ovaj uslov proističe iz potrebe da unutar-intervalne vrednosti, kao i granice, imaju semantičko određenje označeno kao Verbalni značaj u Tabeli 1.

Drugim rečima, 'intervalnost' AHP se sastoji u tome da postoji najmanje jedna intervalna matrica, odnosno da na najmanje jednoj poziciji u skupu svih lokalnih matrica hijerarhije postoji definisani interval. Rešenje problema prelazi u sferu višestrukih, a metodi određivanja lokalnih vektora težina i njihove sinteze se komplikuju uz dalje teškoće praćenja konzistentnosti donosioca odluka/analitičara. Treba napomenuti da je alternativa tretiranju intervalnih matrica fazi pristup u formiranju matrica poređenja, što donosi manje više iste probleme, više u formulaciji (npr. fazifikacija skale), a manje u načinu rešavanja problema identifikacije vektora težina elemenata koji se porede.

2.3 Metodi prioritizacije za standardne i intervalne matrice

Za određivanje vektora težina iz lokalnih matrica, u AHP se najčešće koristi metod sopstvenih vrednosti (matrice) u literaturi označavan kao EVM - *Eigenvector Method* [16, 20]. Ima i drugih metoda: (1) metod fazi programiranja prioriteta – FPP [14], (2) logaritamski metod najmanjih kvadrata – LLS [6], (3) metod otežanih najmanjih kvadrata – WLS [4], (5) metod logaritamskog ciljnog programiranja – LGP [3], (6) kosinusni maksimizacioni metod – CMM [10] itd., i svi pripadaju jednoj od dve klase - optimizacioni i matrični – ali je EVM najčešće u upotrebi. Postupak određivanja vektora težina se često naziva i prioritizacija.

Standardni metod AHP podrazumeva da matrica poređenja u parovima $\boldsymbol{A}$ na svim pozicijama sadrži brojeve sa skale iz Tabele 1, da u matrici nema praznih pozicija i da je simetrična, odnosno da važi $a_{ij} = 1/a_{ji}$ i $a_{ii} = 1$ za svako i iz skupa $i = 1, 2, .., n$, gde je n dimenzija matrice. Broj elemenata koji se porede je n, i dovoljno je da donosilac odluka izvrši ukupno $n(n-1)/2$ poređenja elemenata i unese ih u gornji trougao matrice.

Zbog recipročnosti, donji trougao se automatski popunjava na osnovu vrednosti iz gornjeg trougla, a na glavnoj dijagonali su jedinice. Do ove tačke sve odgovara standardnoj AHP situaciji. Međutim, donosilac odluke može da bude nesiguran ili neprecizan i da svoju preferencu na nekim mestima u matrici poređenja umesto jedinstvenog broja sa skale definiše interval(e), pri čemu su granične vrednosti intervala takođe sa iste skale. Problem određivanja vektora težina se komplikuje, rešenje nije jedinstveno, a mogući su i slučajevi kada rešenje ne postoji.

Dovoljno kvalitetan pristup i rešenje problema prioritizacije sa intervalnim vrednostima je dao Arbel [1] koristeći optimizaciju linearnim programiranjem. Pre opisa ovog pristupa korisno je podsetiti na osnovne elemente metoda sopstvenih vrednosti u standardnoj verziji AHP i uvesti matematičku notaciju koja važi za oba metoda prioritizacije.

Metod sopstvenih vrednosti (EVM)

Vektor težina $\boldsymbol{w}$=(w_1, w_2, ..., w_n) za matricu poređenja $\boldsymbol{A}$ oblika (1) određuje se rešavanjem linearnog sistema (2), gde λ predstavlja glavnu sopstvenu vrednost matrice i e je jedinični vektor e^T=(1,1,…,1) dimenzije n.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n12} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{w} = \lambda \boldsymbol{w}, \qquad \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w} = 1. \tag{2}$$

Ako je DO potpuno konzistentan, odnosno važi tranzitivno pravilo $a_{ij} = a_{ik} \times a_{kj}$, za svako i, j i k iz skupa vrednosti (1, 2, …, n), tada je λ=n. U suprotnom je λ > n. Potpuna konzistentnost (3) znači da važi da je:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n12} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \tag{3}$$

Kada je DO nekonzistentan, vektor $\boldsymbol{w}$ se može sa dovoljnom tačnošću odrediti iterativnom procedurom [20]. Polazna matrica $\boldsymbol{A}$ se kvadrira, svi elementi u svakoj vrsti se saberu i dobijeni zbirovi normalizuju tako što se svaki pojedinačni zbir podeli sa ukupnim zbirom zbirova svih vrsta. Postupak se ponavlja tako što se kvadrirana matrica ponovo kvadrira, a završava se kada su dva uzastopna vektora jednaka na nivou usvojene tačnosti. Matematički zapis (4) navedenog postupka se može predstaviti kao [17]:

$$\boldsymbol{w} = \lim_{m\to\infty} \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} \frac{A^k e}{e^T A^k e}. \tag{4}$$

LP metod prioritizacije za intervalnu matricu (Arbel-LP)

U slučajevima kada donosilac odluke nije siguran u tačnu ocenu međusobne važnosti pri poređenju nekih elemenata odlučivanja, on svoje mišljenje može da izrazi preko intervala brojeva sa skale iz Tabele 1. Na taj način izražava svoju 'aspiracionu preferencu' radije kao interval vrednosti nego kao sigurnu ocenu. U tom slučaju, radi se o intervalnom poređenju elemenata [2, 18], a matrica $\boldsymbol{A}$ se formira prema relaciji (5) tako što se umesto tačne numeričke ocene (a_{ij}) na nekim (ili svim) pozicijama matrice definiše interval u obliku $[l_{ij}, u_{ij}]$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & [l_{12}, u_{12}] & \dots & [l_{1n}, u_{1n}] \\ [l_{21}, u_{21}] & 1 & \dots & [l_{2n}, u_{2n}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [l_{n1}, u_{n1}] & [l_{n2}, u_{n2}] & \dots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & [l_{12}, u_{12}] & \dots & [l_{1n}, u_{1n}] \\ \left[\frac{1}{u_{12}}, \frac{1}{l_{12}}\right] & 1 & \dots & [l_{2n}, u_{2n}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left[\frac{1}{u_{1n}}, \frac{1}{l_{1n}}\right] & \left[\frac{1}{u_{2n}}, \frac{1}{l_{2n}}\right] & \dots & 1 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Donja i gornja granica intervala su sa simetričnim granicama povezane putem relacija (6).

$$l_{ij} = \frac{1}{u_{ij}}, \quad u_{ij} = \frac{1}{l_{ij}}, \quad (i, j = 1, 2, .., n). \tag{6}$$

Kada su donja i gornja granica intervala jednake ($l_{ij} = u_{ij}$), tada interval $[l_{ij}, u_{ij}]$ postaje jedinstven realni broj a_{ij}, kao kod standardne verzije AHP. Problem prioritizacije ovde se sastoji u nalaženju skupa vektora težina S prema relaciji (7).

$$S = \left\{(w_1, w_2, \dots, w_n) \middle| \sum_{i=1}^{n} w_i = 1;\ w_i \geq 0;\ l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij};\ \forall i, j = 1, 2, \dots, n\right\}. \quad (7)$$

Arbel [1] je predložio model prioritizacije zasnovan na linearnom programiranju; ovaj model se po njemu naziva Arbel-LP model [12], a glasi:

$$\begin{gathered} \text{Minimizirati } w_0 \\ \text{uz ograničenja} \\ l_{ij}\, w_j - w_i + w_0 \leq 0 \\ u_{ij}\, w_j - w_i + w_0 \leq 0 \\ (i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, n) \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \\ \text{i uslov nenegativnosti} \\ w_i \geq 0. \end{gathered} \quad (8)$$

Promenljiva $\boldsymbol{w}_0$ čiju vrednost treba minimizirati je pomoćna (virtuelna promenljiva) sa očiglednom funkcijom u relacijama ograničenja. Model (8) identifikuje rogljeve u višedimenzionom prostoru mogućih vektora $\boldsymbol{w}$, a moguće je dobiti više kandidat-rešenja vektora ako se model pivotira oko rogljeva *n*(*n*–1) puta. Model je računski efikasan, ali ukoliko je intervalna matrica nekonzistentna problem je često nerešiv. Ako je matrica konzistentna, tada najčešće ima više mogućih rešenja od kojih brojni softveri za linearno programiranje prema definisanoj tačnosti mogu identifikovati neka od rešenja na rogljevima sa različitim minimalnim vrednostima za $\boldsymbol{w}_0$ i različitim vrednostima izjednačavajućih ('slack') promenljivih u relacijama ograničenja modela (8).

Brojni su radovi u kojima se predlažu metodi prioritizacije za intervalne matrice, a zainteresovani čitalac može konsultovati npr. [5, 8, 9, 24, 25, 26, 28].

3. PRIMER PRIMENE ODABRANE METODOLOGIJE

U radovima [21, 22] primenjen je standardni AHP u individualnom i grupnom kontekstu za vrednovanje sledećih varijanti i podvarijanti tehnologija navodnjavanja:

a) veštačka kiša (v_1 – pokretna kišna krila; v_2 – kišna krila sa mikrorasprskivačima; v_3 – dalekometni prskači; v_4 – centar pivot; v_5 – linear),
b) kapanje (k_1 – proizvodnja u redovima; k_2 – proizvodnja u trakama).

Korišćeni su tehno-ekonomski kriterijumi: (1) Investicije (€/ha); (2) Period eksploatacije (godina); (3) Utrošak energije (kW/ha); (4) Utrošak rada (h/ha) i (5) Efikasnost korišćenja vode (%). Cilj je bio da se odabere jedna od gore navedenih tehnologija navodnjavanja. Detalji problema mogu se naći u radovima [21, 22] i ovde su izostavljeni zbog konciznosti i težišta na metodološkim aspektima korišćenja standardnog i intervalnog AHP.

Da bi se ukazalo na suštinu problema moguće 'nesigurnosti' donosioca odluka, tretiran je redukovani model vrednovanja kriterijuma eliminacijom jednog kriterijuma koji je ranije korišćen. Smanjena je dimenzionalnost problema na najvišem nivou hijerarhije i analizirana je osetljivost AHP kada se radi sa standardnim i intervalnim matricama. Zbog manje težine u odnosu na ostale kriterijume [21, 22] izostavljen je kriterijum Utrošak rada i korišćeni su kriterijumi:

(A) Investicije (€/ha)
(B) Efikasnost korišćenja vode (%)
(C) Utrošak energije (kW/ha)
(D) Period eksploatacije (godina).

Autori su konsenzusno izvršili 6 poređenja (jedan-na-jedan) kriterijuma A-D po značajnosti prema skali iz Tabele 1 i uneli ocene u gornji trougao matrice iz Tabele 2. U donji trougao matrice zatim su unete simetrične vrednosti u odnosu na glavnu dijagonalu na kojoj su jedinice. Primenom metoda prioritizacije EVM izračunate su težine kriterijuma: w_A= 0,415; w_B= 0,342; w_C= 0,170; w_D= 0,072 sa indeksom konzistentnosti CR=0,06. Pošto je vrednost CR manja od tolerantne vrednosti (0,10), matrica se može smatrati dovoljno konzistentnom i rezultat se sa dovoljnom tačnošću prihvatiti kao optimalan u višekriterijumskom smislu.

Ako se poređenje kriterijuma izrazi preko intervalnih ocena sa pivotiranjem ±1 u odnosu na ocene sadržane u Tabeli 2, dobija se Tabela 3.

Tabela 2. Standardna matrica poređenja u parovima kriterijuma

	A	B	C	D
A	1	2	2	4
B	1/2	1	3	5
C	1/2	1/3	1	3
D	1/4	1/5	1/3	1

Tabela 3. Intervalna matrica poređenja u parovima kriterijuma

	A	B	C	D
A	1	[1,3]	[1,3]	[3,5]
B	[1/3,1]	1	[2,4]	[4,6]
C	[1/3,1]	[1/4,1/2]	1	[2,4]
D	[1/5,1/3]	[1/6,1/4]	[1/4,1/2]	1

U ovom slučaju Arbel-LP linearni model glasi:

$$\text{Minimizirati } w_0$$
$$\text{uz ograničenja}$$
$$-w_1 + w_2 + w_0 \le 0$$
$$w_1 - 3w_2 + w_0 \le 0$$
$$-w_1 + w_3 + w_0 \le 0$$
$$w_1 - 3w_3 + w_0 \le 0$$
$$-w_1 + 3w_4 + w_0 \le 0$$
$$w_1 - 5w_4 + w_0 \le 0$$
$$-w_2 + 2w_3 + w_0 \le 0$$
$$w_2 - 4w_3 + w_0 \le 0$$
$$-w_2 + 4w_4 + w_0 \le 0$$
$$w_2 - 6w_4 + w_0 \le 0$$
$$-w_3 + 2w_4 + w_0 \le 0$$
$$w_3 - 4w_4 + w_0 \le 0$$
$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1$$
$$\text{i uslov nenegativnosti}$$
$$w_1, w_2, w_3, w_4, w_0 \ge 0.$$

Model u nestandardnoj formi ima 4 realne i jednu pomoćnu promenljivu. Ima 12 relacija ograničenja tipa 'manje ili jednako' (po dve za svaki interval u gornjem trouglu matrice u Tabeli 3) i jednu relaciju ograničenja tipa 'jednako' koja iskazuje uslov da zbir težina kriterijuma mora biti 1. Transformacija polaznog modela u standardnu formu zahteva dodavanje 12 izjednačavajućih promenljivih i jedne veštačke promenljive, širenje linearnog prostora na 4+1+12+1=18 dimenzija, proširenje ciljne funkcije tako da se uključe sve izjednačavajuće i jedna veštačka promenljiva, uz proširenje i uslova nenegativnosti na sve originalne i dodate promenljive.

U prvom kvadrantu 18-dimenzionog prostora nalazi se skup mogućih rešenja. Dva različita softvera za simpleks algoritam identifikovala su dva različita rešenja na rogljevima tog skupa. Ako se asocira indeksiranje promenljivih (w_1, w_2, w_3, w_4) iz gornjeg modela sa kriterijumima (A, B, C, D), rešenja su:

- Rešenje #1: w_A= 0,417; w_B= 0,333; w_C= 0,167; w_D = 0,083; pomoćna promenljiva w_0= 0,000022;
- Rešenje #2: w_A= 0,370; w_B= 0,370; w_C= 0,185; w_D= 0,074; pomoćna promenljiva w_0= 0,000000.

Oba rešenja su optimalna u višekriterijumskom smislu, sa minimalnom vrednošću za pomoćnu promenljivu $\boldsymbol{w}_0$ koja je nula ili vrlo bliska nuli. Pregledom vrednosti izjednačavajućih promenljivih u oba slučaja, lako se utvrđuju razlike među rešenjima koja, po definiciji, ne mogu biti ista za ovako formiranu intervalnu matricu.

Tabela 4. Izračunate težine kriterijuma

	w_A	w_B	w_C	w_D
Standardni AHP	0,415	0,342	0,170	0,072
Rešenje #1	0,417	0,333	0,167	0,083
Rešenje #2	0,370	0,370	0,185	0,074

Primetimo da je Rešenje #1 blisko po težinama kriterijuma kao za slučaj standardne matrice bez intervala (Tabela 4). Rešenje #2, iako takođe zadovoljavajuće, izjednačava po težini prva dva kriterijuma, a preostala dva imaju bliske vrednosti. Ovaj efekat ujednačavanja mogao bi imati posledice kada bi se pristupilo daljem vrednovanju tehnologija navodnjavanja u odnosu na kriterijume kako se obično radi kada se primenjuje kompletan AHP.

4. ZAKLJUČCI

Savremeno donošenje odluka pri izboru tehnologija i sistema navodnjavanja poljoprivrednih kultura valja podržati matematičko-kompjuterskim tehnikama kojima se realizuju modeli višekriterijumskog odlučivanja. Za hijerarhijski strukturirane probleme pogodno je koristiti model analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP) koji omogućava lokalno vrednovanje po značaju kriterijuma u odnosu na cilj, zatim alternativnih rešenja u odnosu na kriterijume i, konačno, sintezu lokalnih vrednovanja da bi se utvrdile globalne težine alternativa u odnosu na cilj. Metod je naučno verifikovan kao pouzdan saradnik donosilaca odluka u brojnim mogućim scenarijima odlučivanja: (1) individualni i grupni; (2) nezavisni i sa konsenzusom; (3) sa potpunom i nepotpunom informacijom; (4) 'tačna' i 'upitna' informacija (engl. *hesitant information*); (5) jednoznačne i intervalne ocene važnosti elemenata odlučivanja; itd.

U radu se tretira samo slučaj (5). Tačnije, razmatra se jedan nivo odlučivanja, cilj-kriterijumi, na kome je jedna matrica poređenja u parovima po težini (značaju) kriterijuma u odnosu na cilj. Nastavak, posle okončanog utvrđivanja težina kriterijuma, jeste da se međusobno vrednuju i rangiraju alternativne tehnologije navodnjavanja kao što je pokazano u nekim ranijim radovima drugog autora i saradnika.

Modelom linearnog programiranja (Arbel-LP) rešen je problem određivanja težina četiri važna kriterijuma pri izboru tehnologije navodnjavanja. Razmatran je slučaj kada je matrica poređenja kriterijuma intervalna. Dobijena su i diskutovana dva moguća rešenja i ista upoređena sa rešenjem kada ne bi bilo intervala, odnosno kada bi se koristile samo vrednosti sa sredine svakog intervala.

Kod intervalnih problema postoje slučajevi kada rešenja nema, odnosno ne postoji prostor dopustvih rešenja. Nekonzistentnost iskaza preferenci je česta pri donošenju odluka tako da i dobijena rešenja (težine elemenata koji su poređeni) nužno sadrže u sebi neodređenost ili netačnost. Na primer, komplikovanost problema raste kada na svim pozicijama u matrici postoje intervali, naročito sa povećanjem dimenzije matrice. U radu je pokazano da su moguća i višestruka rešenja kada je ta dimenzija mala (ovde 4×4), u zavisnosti kako se softverski i na kojoj računarskoj platformi realizuje simpleks algoritam. Razlog je što u višedimenzionim linearnim prostorima hiper-ravni ograničavaju delove tih prostora sa brojnim rogljevima i realno se može desiti da dati softver/algoritam identifikuje rogalj koji se razlikuje od roglja koji bi identifikovao drugi softver/algoritam. Ocena je da ima prostora za dalja poređenja varijantnih primena AHP u rešavanju ‘intervalnih problema’ što će biti deo buduće istraživačke agende autora i saradnika Grupe za sistemske analize i donošenje odluka Departmana za uređenje voda Poljoprivrednog fakulteta u Novom Sadu.

ZAHVALNICA

Sredstva za realizaciju ovih istraživanja obezbeđena su od strane Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj republike Srbije (ugovor 451-03-9/2021-14/ 200117).

LITERATURA

[1] Arbel, A. 1989. Approximate articulation of preference and priority derivation. European Journal of Operational Research, 43(3): 317-326.

[2] Arbel, A., Vargas, L. G. 1993. Preference simulation and preference programming: robustness issues in priority derivation. European Journal of Operational Research, 69(2): 200-209.

[3] Bryson, N. 1995. A goal programming method for generating priorities vectors. Journal of Operational Research Society 46: 641–648.

[4] Chu, A., Kalaba, R., Springam, K. 1979. A comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets. Journal of Optimization Theory and Applications, 27(4): 531-541.

[5] Conde, E., Pérez, M. D. L. P. R. 2010. A linear optimization problem to derive relative weights using an interval judgement matrix. European Journal of Operational Research, 201(2): 537-544.

[6] Crawford, G., Williams C. 1985. A note on the analysis of subjective judgement matrices. Journal of Mathematical Psychology, 29: 387-405.

[7] Despotis, D. K., Derpanis, D. 2008. A min–max goal programming approach to priority derivation in AHP with interval judgements. International Journal of Information Technology & Decision Making, 7(01): 175-182.

[8] Ghorbanzadeh, O., Feizizadeh, B., Blaschke, T. 2018. An interval matrix method used to optimize the decision matrix in AHP technique for land subsidence susceptibility mapping. Environmental Earth Sciences, 77(16): 584.

[9] Islam, R., Biswal, M. P., Alam, S. S. 1997. Preference programming and inconsistent interval judgments. European Journal of Operational Research, 97(1): 53-62.

[10] Kou, G, Lin, C. 2014. A cosine maximization method for the priority vector derivation in AHP, European Journal of Operational Research 235(1): 225–232.

[11] Kress, M. 1991. Approximate articulation of preference and priority derivation - A comment. European Journal of Operational Research, 52(3): 382-383.

[12] Lee, Y. M., Ellis, J. H. 1996. Comparison of algorithms for nonlinear integer optimization: application to monitoring network design. Journal of Environmental Engineering, 122(6): 524-531.

[13] Mikhailov, L. 2000. A fuzzy programming method for deriving priorities in the analytic hierarchy process. Journal of Operational Research Society, 51: 341- 349.

[14] Mikhailov, L. 2003. Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgements. Fuzzy sets and systems, 134(3): 365-385.

[15] Romero, C. 2001. Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. Omega, 29(1): 63-71.

[16] Saaty, T. L. 1977. A scaling method for priorities in hierarchical structures. Journal of mathematical psychology, 15(3): 234-281.

[17] Saaty, T. L., Vargas, L. G. 1984. Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios. Mathematical modelling, 5(5): 309-324.

[18] Saaty, T. L., Vargas, L. G. 1987. Uncertainty and rank order in the analytic hierarchy process. European Journal of Operational Research, 32(1): 107-117.

[19] Saaty, T.L. 1980. The Analytic Hierarchy Process. McGraw- Hill, New York.

[20] Srđević, B. 2005. Combining different prioritization methods in the analytic hierarchy process synthesis. Computers & Operations Research, 32(7): 1897-1919.

[21] Srđević, B., Potkonjak, S., Srđević, Z., Škorić, M., Zoranović, T. 2004b. Simulacija grupnog odlučivanja u izboru tehnologije navodnjavanja. Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 126-133.

[22] Srđević, B., Srđević, Z., Kolarov, V. 2004a. Direktno višekriterijumsko vrednovanje tehnologija navodnjavanja. Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 117-125.

[23] Srđević, Z., Bajčetić, R., Srđević, B., Blagojević, B. 2010. Primena GIS-a i analitičkog hijerarhijskog procesa u određivanju pogodnosti zemljišta za navodnjavanje. Vodoprivreda, 42(243-245): 61-68.

[24] Sugihara, K., Ishii, H.,Tanaka, H. 2004. Interval priorities in AHP by interval regression analysis. European Journal of operational research, 158(3): 745-754.

[25] Wang, Y. M., Elhag, T. M. 2007. A goal programming method for obtaining interval weights from an interval comparison matrix. European Journal of operational research, 177(1): 458-471.

[26] Wang, Y. M., Yang, J. B., Xu, D. L. 2005. Interval weight generation approaches based on consistency test and interval comparison matrices. Applied Mathematics and Computation, 167(1): 252-273.

[27] Xu, Z., Chen, J. 2008. Some models for deriving the priority weights from interval fuzzy preference relations. European journal of operational research, 184(1): 266-280.

[28] Zadnik, S. L., Groselj, P. 2013. Estimating priorities in group AHP using interval comparison matrices. Multiple Criteria Decision Making, 8: 143-159.

INTERVAL ANALYTIC HIERARCHY PROCESS IN THE EVALUATION OF IRRIGATION TECHNOLOGIES

by

Senka ŽDERO, Bojan SRĐEVIĆ
University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management, Novi Sad

Summary

The choice of irrigation technology is an example of a multi-criteria problem where it is necessary to analyze mainly conflicting, pedological, technical, economic, climatic and other components that affect the choice. In this paper is presented standard and interval evaluation of several important criteria that can determine the choice of irrigation technology. An analytic hierarchy process (AHP) was used and the illustrative example presents approaches to the problem when the assessments of the mutual importance of the criteria areexpressed by a unique number (standard AHP) and with assessment intervals (interval AHP). In both cases, the weights of the criteria at one level of decision-making (goal-criteria) were calculated, the values were compared and the differences were discussed with the assessment of applicability in practice.

Key words: Analytic hierarchy process (AHP), interval decision matrix, prioritization methods

Redigovano 27.10.2021.