

PRIKAZ MODELA NEZAVISNIH SEGMENTATA ZA PRORAČUN LINIJSKOG TEČENJA U KORITU ZA VELIKU VODU

Dejana ĐORĐEVIĆ¹, Filip STANIĆ²
¹Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
²École des Ponts ParisTech

REZIME

Cilj ovog rada je da našu stručnu javnost upozna sa još jednim modelom za proračun linijskog tečenja u koritu za veliku vodu koji, u proračunu gubitaka energije osim trenja, uzima u obzir i razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina, i razmenu mase usled neprizmatičnosti korita. Reč je o modelu nezavisnih segmenata koji omogućava proračun linija nivoa duž svakog od tri segmenta korita za veliku vodu ali i procenu krive protoka u složenom preseku u domenu vodostaja koji premašuju kote obala na granicama glavnog korita. Za proveru modela iskorišćeni su rezultati merenja u pravolinijskom prizmatičnom laboratorijskom kanalu Hidrauličke laboratorije u Volingfordu koji je namenski napravljen za ispitivanje tečenja u koritu za veliku vodu. Za utvrđivanje uticaja širine plavnih površina na krivu protoka korišćeni su ogledi sa širim i užim glatkim plavnim površinama i ogled u kojem je isključena jedna plavna površina, dok su za utvrđivanje uticaja rapavosti plavnih površina korišćeni ogledi sa glatkim i orapavljenim plavnim površinama. Rezultati ovog modela upoređeni su sa već prikazanim modelom razmene količine kretanja, a da bi se sagledale prednosti ova dva nedavno predložena modela u odnosu na modele koji se standardno koriste u inženjerskoj praksi, dobijeni rezultati upoređeni su sa rezultatima tradicionalnih modela. Poređenje ukazuje na to da se najbolja slaganja sa merenjima postižu upravo primenom modela koji uzimaju u obzir sve izvore gubitaka energije, dok se tradicionalnim modelom zasnovanim na podeli preseka na hidraulički homogene segmente vrednosti protoka značajno precenjuju.

Ključne reči: korito za veliku vodu, kriva protoka, model linijskog tečenja, nezavisni segmenti, razmena količine kretanja, razmena mase, nagib linije energije

1. UVOD

Ovaj rad još jedan je u nizu radova kojima se naša stručna javnost upoznaje sa najnovijim trendovima u modeliranju i analizi tečenja u koritu za veliku vodu (KVV). Đorđević i sar. [3] prikazali su konceptualni model strujanja u KVV koji su 1991. godine predložili Šiono i Najt (slike 1 i 2, str. 80 i 81), opisali osnovne odlike ovog strujanja, ukazali na glavne izazove u modeliranju linijskog tečenja u KVV i dali detaljan pregled razvoja i stanja istraživanja u oblasti hidraulike poplava i velikih voda. U radovima [3, 4 i 9] opisan je model linijskog jednolikog / nejednolikog tečenja koji su krajem 1990ih predložili Buzmar i Zek [2]. Model je poznat pod nazivom metoda razmene količine kretanja (MRKK), jer osim gubitaka energije usled trenja, uzima u obzir i gubitke energije usled razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina turbulentnom difuzijom, a u neprizmatičnim koritima i gubitke usled razmene mase. U ovom radu se, kao što je nagovešteno u [3], prikazuje još jedna metoda kod koje se osnovne jednačine održanja (jednačina održanja mase i jednačina održanja količine kretanja) ispisuju za svaki segment KVV. Metoda je razvijena sredinom 1980ih [6], a početkom 2000ih su je unapredili Prust i sar. [6] i nazvali je metodom nezavisnih segmenata (MNS). Osnovna razlika između MRKK i MNS je u načinu grupisanja članova u jednačini održanja količine kretanja i postupku rešavanja jednačina. Kao što je u [3] već istaknuto, sistem jednačina, koji čine po dve jednačine održanja za svaki od segmenata KVV, u MRKK se „pogodnim zamenama prevodi u jednu nelinearnu jednačinu sa jednom nepoznatom, dok se u MNS do raspodele protoka po segmentima dolazi rešavanjem sistema jednačina.“ Napominje se, a to će se u nastavku i videti, da je MNS izvedena za neprizmatična korita dvogubog pravougaonog popre-

čnog preseka. U pripremi je rad u kojem se MNS proširuje i uopštava tako da važi za neprizmatična korita sa poprečnim presecima proizvoljnog oblika.

Kao i u slučaju MRKK, i ovde će se pokazati kako se MNS može primeniti za procenu krive protoka u KVV. I u ovom radu će se za proveru modela iskoristiti podaci iz velikog laboratorijskog kanala za ispitivanje tečenja u KVV, napravljenog u Hidrauličkoj laboratoriji u Volingfordu (VKV). Koristiće se podaci iz oglada sa glatkim i rapavim plavnim površinama. Ogladi sa glatkim plavnim površinama će se koristiti da se pokaže kako promena širine plavne površine utiče na oblik krive protoka u KVV, a ogladi sa rapavim plavnim površinama, da pokažu uticaj rapavosti. Značaj korišćenja naprednih metoda za procenu krive protoka u KVV pokazaće se poređenjem rezultata MNS sa rezultatima pojednostavljenih, tradicionalnih metoda kao što su metoda jedinstvenog preseka (MJP) i metoda hidraulički homogenih segmenata (MHHS). Na kraju će se MNS uporediti sa MRKK i metodom Radojkovića [7], kao fizički zasnovanim metodama sa jedne strane, i sa Ekersovim empirijskim postupkom [1], sa druge strane. Poređenje sa empirijskim postupkom treba da ukaže na prednost korišćenja fizički zasnovanih metoda u proceni krive protoka u KVV.

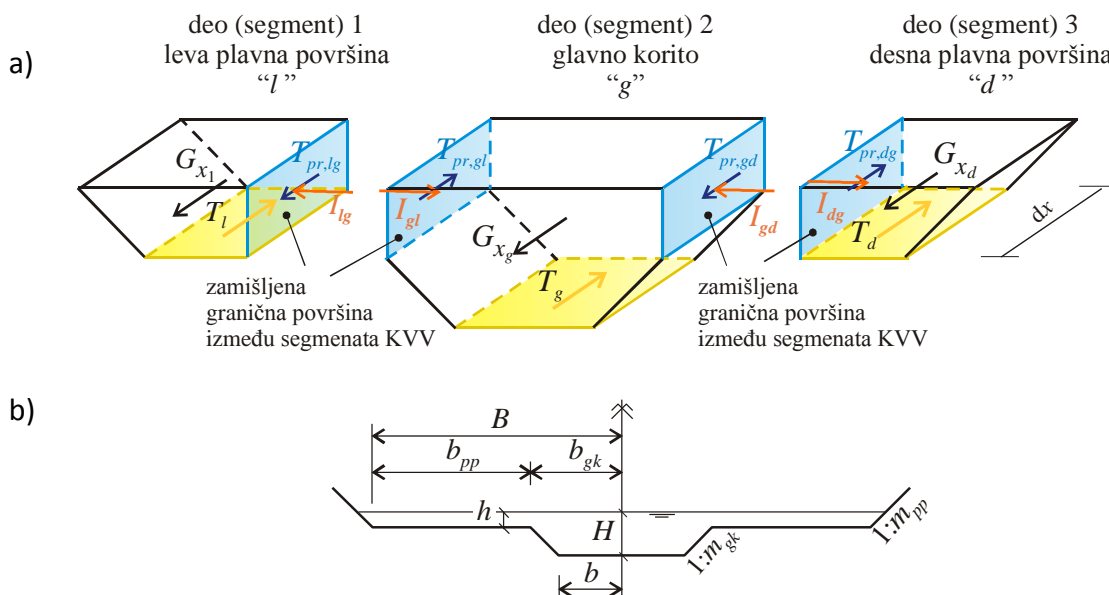
2. MATEMATIČKI MODEL

Matematički model linijskog ustaljenog tečenja u koritu za veliku vodu, koji su predložili Prust i sar. [6], zasniva se na konceptualnom modelu prikazanom na slici 1b iz Đorđević i sar. [3].

Kao što je već rečeno, poprečni presek KVV deli se u modelu nezavisnih segmenata vertikalnim ravnima na glavno korito i plavne površine. Jednačine održanja mase i količine kretanja ispisuju se posebno za svaki deo složenog preseka. Pri ispisivanju osnovnih jednačina uticaj izostavljenog susednog dela ili izostavljenih susednih članova mora se uzeti u obzir uvođenjem dodatnih članova. U jednačini održanja mase to je jedinični bočni protok q_b (bočni protok po jedinici dužine). On predstavlja zbir jediničnog bočnog dotoka q_{ul} u razmatrani deo poprečnog preseka i jediničnog bočnog isticanja iz tog dela preseka q_{izl} . Jednačine održanja mase za svaki od tri segmenta tada glase:

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{\partial Q_i}{\partial x} = q_{ul,i} - q_{izl,i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Prostorna koordinata x i vreme t su u ovoj jednačini nezavisno promenljive veličine dok su površina razmatranog dela poprečnog preseka A_i , protok kroz taj



Slika 1. a) Shema sila koje deluju na delove korita za veliku vodu. Sile koje deluju na uzvodnu i nizvodnu graničnu površinu (sile pritiska i inercije) nisu ucrtane; b) geometrija korita za veliku vodu

deo preseka Q_i , jedinični bočni dotok u razmatrani deo poprečnog preseka $q_{ul,i}$ i jedinično bočno isticanje $q_{izl,i}$ iz tog dela preseka, zavisno promenljive veličine.

Prema zakonu održanja količine kretanja, promena proticaja količine kretanja izazvana dejstvom spoljašnjih (površinskih i zapreminskih) sila dovodi do promene količine kretanja unutar razmatrane kontrolne zapremine. Dopunski članovi u jednačini održanja količine kretanja su prividna sila trenja na graničnoj vertikalnoj površini između susednih segmenata i sile inercije kojim susedni segmenti deluju jedan na drugi (slika 1a). Jednačine održanja količine kretanja za elementarnu deonicu dužine dx za tri segmenta (slika 1) tada glase:

$$\underbrace{\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_i^2}{A_i} \right)}_{\text{silainercije}} + \underbrace{g A_i \frac{\partial Z}{\partial x}}_{\substack{\text{silegravitacijske} \\ \text{i pritiska}}} + \underbrace{g A_i I_{tr,i}}_{\text{silatrenja}} - \underbrace{\left(-q_{ul,i} U_{ul,i} + q_{izl,i} U_{izl,i} \right)}_{\substack{\text{bočnidotok} \\ \text{kolicinekretanja} \\ \text{iz susednog segmenta} \quad \text{bočnoisticanje} \\ \text{kolicinekretanja} \\ \text{u susedni segment}}} = \underbrace{\left(\frac{\tau_{ij} h_{gr,k} dx}{\rho dx} \right)}_{\substack{\text{prividna (fiktivna)} \\ \text{silainercijena} \\ \text{zamisljenj granicnoj površini} \\ \text{između dva segmenta}}} \quad (2)$$

komponente sile inercije u kom

razmatrani segment deluje na susedni seg. susedni segment deluje na razmatrani seg.

sve po jedinici mase, pomnoženo jedinicom površinom

Veličine koje figurišu u prethodnoj jednačini imaju sledeće značenje: ρ je gustina vode, $U_i = Q_i / A_i$ je srednja brzina u razmatranom delu poprečnog preseka, Z je nivo vode u poprečnom preseku (koji se kod prizmatičnih, laboratorijskih kanala može izraziti kao $Z = z_d + h$), g je ubrzanje Zemljine teže, I_{tr} je nagib linije energije usled trenja, $U_{ul,i}$ je komponenta brzine susednog dela preseka u pravcu glavnog toka kojom se ostvaruje unos količine kretanja, $U_{izl,i}$ je komponenta brzine razmatranog segmenta u pravcu glavnog toka kojom se prenosi količina kretanja susednom segmentu, τ_{ij} je prividni napon smicanja na granici dva segmenta, a $h_{gr,k}$ dubina na taj

granici. U KVV postoje dve granice. Jedna na levoj, i druga na desnoj obali, pa je $k = 1, 2$.

Kada se uvede pretpostavka o ustaljenom tečenju ($\partial / \partial t = 0$), protok kroz segment izrazi korišćenjem srednje brzine u segmentu ($Q_i = A_i U_i$) i pretpostavi da se poprečni presek KVV može predstaviti dvogubim pravougaonim koritom, jednačine (1) i (2) posle odgovarajućih transformacija i sređivanja dobijaju sledeći oblik:

jednačine održanja mase za $i = 1, 2, 3$:

$$A_i \frac{dU_i}{dx} + U_i B_i \frac{dh_i}{dx} = q_{ul,i} - q_{izl,i} \quad (3)$$

jednačine održanja količine kretanja za $i = 1, 2, 3$:

$$\frac{(q_{ul,i} - q_{izl,i}) U_i}{g A_i} - Fr_i \frac{dh_i}{dx} - \frac{U_i^2}{g B_i} \frac{dB_i}{dx} + \frac{U_i}{g A_i} (q_{ul,i} - q_{izl,i}) - I_d + \frac{dh_i}{dx} + I_{tr,i} - \frac{(q_{ul,i} U_{ul,i} - q_{izl,i} U_{izl,i})}{g A_i} \mp \frac{\tau_{ij} h_{gr,k}}{\rho g A_i} = 0 \quad (4)$$

Zadržavanjem članova sa izvodom dubine na levoj strani znaka jednakosti i prebacivanjem ostalih članova na desnu stranu, prethodne jednačine postaju:

$$\frac{dh_i}{dx} (1 - Fr_i) = I_d - I_{tr,i} + \frac{U_i^2}{g B_i} \frac{dB_i}{dx} - \frac{q_{ul,i} (2U_i - U_{ul,i}) - q_{izl,i} (2U_i - U_{izl,i})}{g A_i} \pm \frac{\tau_{ij} h_{gr,k}}{\rho g A_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

Ove jednačine potsećaju na jednačinu ustaljenog nejednolikog tečenja u prizmatičnim koritima:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I_d - I_e}{(1 - Fr)}, \quad (6)$$

Do izraza za I_e dolazi se iz jednačina (2) i (1) kada se pretpostavi da je tečenje ustaljeno:

$$I_{e,i} = I_{tr,i} \mp \frac{\tau_{ij} h_{gr,k}}{\rho g A_i} + \frac{q_{ul,i}(2U_i - U_{ul,i}) - q_{izl,i}(2U_i - U_{izl,i})}{g A_i} = (7)$$

$$= I_{tr,i} + I_{td,i} + I_{m,i}$$

Iz prethodne jednačine se vidi da nagib linije energije (I_e) u sebi sadrži osim gubitaka energije usled trenja ($I_{tr,i}$) i gubitke usled razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina koja se ostvaruje turbulentnom difuzijom:

$$I_{td,i} = \mp \frac{\tau_{ij} h_{gr,k}}{\rho g A_i} \quad (8)$$

i gubitke usled razmene mase između glavnog korita i plavnih površina:

$$I_{m,i} = \frac{q_{ul,i}(2U_i - U_{ul,i}) - q_{izl,i}(2U_i - U_{izl,i})}{g A_i} \quad (9)$$

Kada se izraz (7) zameni u (5), vidi se da je jedina razlika između jednačina (5) i (6) u trećem članu sa desne strane znaka jednakosti iz izraza (5), koji potiče od promene sile pritiska usled neprizmatičnosti korita. Ovaj član je u prizmatičnim koritima jednak nuli, pa se iz (5) lako dobija dobro poznati jednačina ustaljenog nejednolikog tečenja u *prizmatičnim koritima*. Nadalje se pretpostavlja da je nagib linije energije I_e isti u svim segmentima KVV ($I_{e,i} \equiv I_e, i = 1, 2, 3$).

Korito za veliku vodu u opštem slučaju ima dve plavne površine, što znači da postoje dva bočna protoka – jedan između leve plavne površine i glavnog korita ($q_{lg} \equiv q_{12}$, videti oznake segmenata na slici 1) i drugi, između desne plavne površine i glavnog korita ($q_{dg} \equiv q_{32}$). Bočni protok je pozitivan kada se voda sa plavne površine vraća u glavno korito, a negativan je kada se voda iz glavnog korita izliva na plavne površine. Imajući ovo u vidu, može se napisati da je za: 1) levu plavnu površinu $q_{izl,1} = q_{12}$ i $q_{ul,1} = 0$, 2) glavno korito $q_{izl,g} = 0$ i $q_{ul,g} = q_{12} + q_{32}$ i 3) desnu plavnu površinu $q_{izl,3} = q_{32}$ i $q_{ul,3} = 0$. Brzine $U_{ul,i}$ i $U_{izl,i}$ kojima se prenosi količina kretanja između susjednih segmenata su brzine u zamišljenim vertikalama na granici između dva segmenta i nadalje će biti zamenjene

oznakom $U_{gr,k}$. Jednačine održanja mase i količine kretanja za svaki pojedinačni segment KVV sada glase:

jednačine održanja mase

- leva plavna površina

$$\frac{dQ_l}{dx} \equiv \frac{dQ_1}{dx} = -q_{12} \quad (10)$$

- glavno korito

$$\frac{dQ_g}{dx} \equiv \frac{dQ_2}{dx} = q_{12} + q_{32} \quad (11)$$

- desna plavna površina

$$\frac{dQ_d}{dx} \equiv \frac{dQ_3}{dx} = -q_{32} \quad (12)$$

što za ceo poprečni presek KVV daje:

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{dQ_1}{dx} + \frac{dQ_2}{dx} + \frac{dQ_3}{dx} = 0 \quad (13)$$

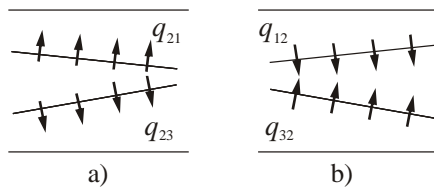
jednačine održanja količine kretanja:

- leva plavna površina

$$\frac{dh_1}{dx} (1 - Fr_1) = I_d - I_{tr,1} + \frac{U_1^2}{g B_1} \frac{dB_1}{dx} + \frac{q_{12}(2U_1 - U_{gr,1})}{g A_1} + \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_1} \quad (14)$$

- glavno korito

$$\frac{dh_2}{dx} (1 - Fr_2) = I_d - I_{tr,2} + \frac{U_2^2}{g B_2} \frac{dB_2}{dx} + \frac{q_{12}(U_{gr,1} - 2U_2)}{g A_2} + \frac{q_{32}(U_{gr,2} - 2U_2)}{g A_2} - \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_2} - \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_2}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$



Slika 2. Prikaz različitih dispozicija neprizmatičnog KVV: a) istovremeno proširivanje obe plavne površine na račun suženja glavnog korita i b) istovremeno sužavanje obe plavne površine zbog proširenja glavnog korita

- desna plavna površina

$$\frac{dh_3}{dx} (1 - Fr_3) = I_d - I_{tr,3} + \frac{U_3^2}{g B_3} \frac{dB_3}{dx} + \frac{q_{32} (2U_3 - U_{gr,2})}{g A_3} + \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_3} \quad (16)$$

Vrednost brzine na granici dva segmenta $U_{gr,k}$, $k = 1, 2$ zavisi od toga da li je korito prizmatično ili ne. Kod prizmatičnih korita Prust i ost. [6] ovu brzinu izjednačavaju sa srednjom brzinom u posmatranom segmentu:

$$U_{gr,k} = U_i \quad (17)$$

U neprizmatičnim koritima nepromenljive ukupne širine (slika 2) vrednost brzine na granici zavisi od toga da li se plavne površine sužavaju ili šire:

$$U_{gr,k} = U_i \quad \text{kada je} \quad \frac{dB_i}{dx} < 0 \quad (18)$$

$$U_{gr,k} = U_j \quad \text{kada je} \quad \frac{dB_i}{dx} > 0$$

a u neprizmatičnim koritima čija se širina menja:

$$U_{gr,1} = \varphi_1 U_1 + (1 - \varphi_1) U_2 \quad (19)$$

$$U_{gr,2} = \varphi_3 U_3 + (1 - \varphi_3) U_2$$

gde je B_i širina plavne površine, a φ_1 i φ_3 su težinski faktori koji zavise od geometrije [6].

Na raspolaganju su, dakle, 3×2 jednačine, a broj nepoznatih je deset. To su: $U_1, U_2, U_3, h_1, h_2, h_3, \tau_{12}, \tau_{32}, q_{12}$ i q_{32} . Uvođenjem pretpostavke o horizontalnom nivou u poprečnom preseku KVV, broj nepoznatih smanjuje se za dva, jer se poznavanjem jedne dubine preostale dve lako određuju. Nedostajuće dve jednačine dobijaju se uvođenjem jednačina kojima se modeliraju prividni naponi smicanja na zamišljenim granicama između glavnog korita i plavnih površina:

$$\tau_{lg} \equiv \tau_{12} = \rho \Psi^t (U_2 - U_1)^2 \quad (20)$$

$$\tau_{dg} \equiv \tau_{32} = \rho \Psi^t (U_2 - U_3)^2$$

Može se zapaziti da se, za razliku od metode razmene količine kretanja, u MNS gubici energije usled razmene količine kretanja turbulentnom difuzijom i usled razmene mase između glavnog korita i plavnih površina posmatraju razdvojeno.

Granični uslovi. Pošto se razmatra ustaljeno tečenje, problem je definisan ako se uz jednačine zadaju samo granični uslovi. U uslovima mirnog tečenja, koji se razmatraju u ovom radu, to su dubina u nizvodnom preseku i pretpostavljena vrednost protoka u uzvodnom preseku.

3. NUMERIČKO REŠAVANJE JEDNAČINA

Za rešavanje jednačina matematičkog modela linijskog tečenja koristiće se metoda konačnih razlika. Sistem od osam jednačina (10)-(12), (14)-(16) i (20) rešava se iterativno, uz pretpostavku o horizontalnom nivou vode u poprečnom preseku. Postupak rešavanja sastoji se iz sledećih koraka [8]:

1. Na početku proračuna, u iteraciji $it = 0$, pretpostavi se da je nivo u uzvodnom preseku ip jednak poznatom nivou u nizvodnom preseku $ip+1$ i pretpostave se vrednosti brzina u segmentima U_1, U_2, U_3 .
2. Sa pretpostavljenim vrednostima izračunaju se geometrijske karakteristike delova poprečnog preseka i nagibi linije energije usled trenja ($i = 1, 2, 3$):

$$\frac{1}{I_{tr,i}} = \frac{(n_i Q_i)^2}{2} \left[\frac{1}{(A_i R_i^{2/3})_{ip}^2} + \frac{1}{(A_i R_i^{2/3})_{ip+1}^2} \right] \quad (21)$$

3. Korišćenjem izraza (20) izračunaju se prividni naponi smicanja, a potom i odgovarajući nagibi linije energije:

$$I_{td,1} = \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_1} \quad (22)$$

$$I_{td,2} = -\frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_2} - \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_2} \quad (23)$$

$$I_{td,3} = \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_3} \quad (24)$$

4. Iz jednačina održanja mase (10) i (12) izračunaju se početne vrednosti jediničnih bočnih protoka između susednih segmenata na sledeći način:

$$q_{lg} \equiv q_{12} = A_{1,ip} \frac{(U_{1,ip} - U_{1,ip+1})}{\Delta x} + U_{1,ip} B_1 \frac{(h_{1,ip} - h_{1,ip+1})}{\Delta x} \quad (25)$$

$$q_{dg} \equiv q_{12} = A_{3,ip} \frac{(U_{3,ip} - U_{3,ip+1})}{\Delta x} + U_{3,ip} B_3 \frac{(h_{3,ip} - h_{3,ip+1})}{\Delta x}$$

5. Korišćenjem vrednosti komponenta nagiba linije energije izračunatih u koracima 2 i 3, iz jednačina održanja količine kretanja izračunaju se stvarne vrednosti bočnih protoka:

$$q_{lg} \equiv q_{12} = \left[\frac{h_{1,ip} - h_{1,ip+1}}{\Delta x} (1 - Fr_{1,ip}) - \frac{U_1^2}{g B_1} \frac{\Delta B_1}{\Delta x} - I_d + I_{tr,1} - I_{td,1} \right] \frac{g A_1}{2U_1 - U_{gr,1}} \quad (26)$$

$$q_{dg} \equiv q_{32} = \left[\frac{h_{3,ip} - h_{3,ip+1}}{\Delta x} (1 - Fr_{3,ip}) - \frac{U_3^2}{g B_3} \frac{\Delta B_3}{\Delta x} - I_d + I_{tr,3} - I_{td,3} \right] \frac{g A_3}{2U_3 - U_{gr,2}} \quad (27)$$

a potom i nagibi linije energije usled razmene mase:

$$I_{m,l} \equiv I_{m,1} = \frac{q_{12} (2U_1 - U_{gr,1})}{g A_1} \quad (28)$$

$$I_{m,g} \equiv I_{m,2} = -\frac{q_{12} (2U_1 - U_{gr,1}) + q_{32} (2U_2 - U_{gr,2})}{g A_2} \quad (29)$$

$$I_{m,d} \equiv I_{m,3} = \frac{q_{32} (2U_3 - U_{gr,2})}{g A_3} \quad (30)$$

Brzine na granicama između glavnog korita i svake od plavnih površina $U_{gr,1}$ i $U_{gr,2}$ određuju se na osnovu jednačina (17)-(19).

6. Sa poznatim vrednostima bočnih protoka, izračunatim u prethodnom koraku, iz preuređenih jednačina održanja mase:

$$\frac{dU_i}{dx} = \frac{q_{ul,i} - q_{izl,i}}{A_i} - \frac{U_i B_i}{A_i} \frac{dh_i}{dx} \quad (31)$$

napisanih u diskretnom obliku:

$$U_{i,ip} = U_{i,ip+1} + \frac{q_{ul,i} - q_{izl,i}}{A_i} \Delta x - \frac{U_i B_i}{A_i} (h_{i,ip} - h_{i,ip+1}) \quad (32)$$

računaju se brzine po segmentima za tekuću iteraciju:

$$U_{1,ip}^{(it)} = U_{1,ip+1}^{(it)} + \frac{q_{12} \Delta x}{A_1} - \frac{U_{1,ip}^{(it-1)} B_1}{A_1} (h_{1,ip} - h_{1,ip+1})^{(it-1)} \quad (33)$$

$$U_{3,ip}^{(it)} = U_{3,ip+1}^{(it)} + \frac{q_{32} \Delta x}{A_3} - \frac{U_{3,ip}^{(it-1)} B_3}{A_3} (h_{3,ip} - h_{3,ip+1})^{(it-1)} \quad (34)$$

$$U_{2,ip}^{(it)} = (Q - (U_{1,ip}^{(it)} A_1 - U_{3,ip}^{(it)} A_3)) / A_2 \quad (35)$$

7. Računanje vrednosti dubine u glavnom koritu $h_{2,ip}$ iz jednačine održanja količine kretanja na osnovu poznatih vrednosti $\overline{I_{tr,2}}$, $I_{td,2}$ i $I_{m,2}$:

$$h_{2,ip} = h_{2,ip+1} + \left[I_d - \overline{I_{tr,2,ip}} - I_{m,2,ip} - I_{td,2,ip} \right] \frac{\Delta x}{1 - Fr_2} \quad (36)$$

Iz prethodne jednačine izostavljen je član $\frac{U^2}{g B_2} \frac{dB_2}{dx}$, jer se

razmatraju slučajevi u kojima se širina kanala ne menja duž toka. U proračunu dubine koriste se vrednosti brzina iz prethodne iteracije, jer u suprotnom proračun divergira.

8. Računanje dubina na plavnim površinama $h_{1,ip}$ i $h_{3,ip}$ na osnovu poznate dubine u glavnom koritu $h_{2,ip}$.

9. Proverava se da li je u datoj iteraciji ispunjen uslov konvergencije za dubine i brzine. Ako su $|h_i^{(it)} - h_i^{(it+1)}| > \varepsilon_h$ i $|U_i^{(it)} - U_i^{(it+1)}| > \varepsilon_U$, gde su ε_h i ε_U usvojene granice tolerancije za dubinu i brzinu, vraća se na korak 2, a ako su obe manje od odgovarajućih vrednosti, usvajaju se izračunate vrednosti za poprečni presek ip i prelazi se na uzvodni presek $ip - 1$.

U slučaju jednolikog tečenja, koje je ispitivano u VKV:

$$\frac{dh_i}{dx} = 0 \Rightarrow h_i = \text{const}, \quad i=1,2,3 \quad (37)$$

pa se jednačine (14)–(16) pojednostavljaju i postaju:

$$I_d - I_{tr,1} + \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_1} = 0$$

$$I_d - I_{tr,2} - \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_2} - \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_2} = 0 \quad (38)$$

$$I_d - I_{tr,3} + \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_3} = 0$$

Svaka jednačina predstavlja jednu funkciju F_i , $i = 1,2,3$, pa se sistem (38) skraćeno može napisati u vektorskom obliku:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} I_d - I_{tr,1} + \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_1} \\ I_d - I_{tr,2} - \frac{\tau_{12} h_{gr,1}}{\rho g A_2} - \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_2} \\ I_d - I_{tr,3} + \frac{\tau_{32} h_{gr,2}}{\rho g A_3} \end{bmatrix} = 0 \quad (39)$$

Vektor funkcija \mathbf{F} razvije se u Tejlorov red u okolini tačke \mathbf{U}_0 :

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) + \frac{\mathbf{F}'}{1!} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) + \mathcal{O}(\Delta \mathbf{U}^2) \quad (40)$$

gde \mathbf{U} vektor koji ima tri komponente: $\mathbf{U} = [U_1, U_2, U_3]$, a \mathbf{F}' je Jakobijanovska matrica. Pošto je $\mathbf{F}(\mathbf{U}) = 0$, prethodni izraz postaje:

$$0 = \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) + \frac{\mathbf{F}'}{1!} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) + \mathcal{O}(\Delta \mathbf{U}^2) \quad (41)$$

Zanemarenjem neizmerno malih članova višeg reda može se napisati da je:

$$-\mathbf{F}'(\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) = \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) \quad (42)$$

Kada se prethodna jednačina sa leve strane pomnoži inverznom Jakobijanovskom matricom:

$$(-\mathbf{F}')^{-1} \cdot -\mathbf{F}'(\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) = \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) \quad (43)$$

dobija se:

$$(\mathbf{U} - \mathbf{U}_0) = (-\mathbf{F}')^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) \quad (44)$$

Iz ove jednačine se sada može izračunati vektor brzina \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 - \mathbf{F}'^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}_0) \quad (45)$$

Jakobijanovska matrica za slučaj ustaljenog, jednolikog tečenja, koje je ispitivano u VKV (slika 3) ima sledeći oblik:

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial U_1} & \frac{\partial F_1}{\partial U_2} & \frac{\partial F_1}{\partial U_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial U_1} & \frac{\partial F_2}{\partial U_2} & \frac{\partial F_2}{\partial U_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial U_1} & \frac{\partial F_3}{\partial U_2} & \frac{\partial F_3}{\partial U_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2n_1^2}{R_1^{4/3}}U_1 - \frac{2\psi^1 h_1}{gA_1}(U_2 - U_1) & 0 & \frac{2\psi^1 h_1}{gA_1}(U_2 - U_1) \\ \frac{2\psi^1 h_1}{gA_1}(U_2 - U_1) & \frac{2\psi^1 h_2}{gA_3}(U_2 - U_3) & -\frac{2n_2^2}{R_2^{4/3}}U_2 - \frac{2\psi^1}{gA_2}[(U_2 - U_1)h_1 + (U_2 - U_3)h_3] \\ 0 & -\frac{2n_3^2}{R_3^{4/3}}U_3 - \frac{2\psi^1 h_2}{gA_3}(U_2 - U_3) & \frac{2\psi^1 h_2}{gA_3}(U_2 - U_3) \end{bmatrix} \quad (46)$$

Na osnovu opisanog postupka napisan je program u softverskom paketu MATLAB [8]. Ovaj program je potom primenjen za računanje krive protoka za različite geometrije KVV i različite rapavosti plavnih površina.

4. PROVERA MODELA

Za podešavanje vrednosti parametara matematičkog modela opisanog u prethodnoj tački i njegovu proveru korišćeni su rezultati merenja u VKV (slika 3).

4.1 Opis laboratorijskog kanala i ogleda

VKV opisan je u radu [3]. To je pravolinijski prizmatičan kanal dužine 56 m i širine 10 m. Poprečni presek je dvostruki trapez (slika 1b) sa glavnim koritom napravljenim od betona i plavnim površinama napravljenim od pleksiglasa. Dimenzije dvogubog trapeznog preseka i nagibi kosina, dati su u tabeli 1. Za podešavanje vrednosti parametara modela i njegovu proveru korišćene su četiri ogledne postavke (tabela 1). Postavke 2 i 3 korišćene su za ispitivanje uticaja promene širine plavne površine, postavke 2 i 6, za utvrđivanje uticaja isključenja jedne plavne površine, a postavke 2 i 7, za ispitivanje uticaja rapavosti plavne površine na krivu protoka u KVV. Za razliku od prve tri ogledne postavke (ogledi 2, 3 i 6), u četvrtoj postavci (ogled 7) u dno od pleksiglasa pobodene su glatke šipke prečnika 25 mm. Na svaki m² plavne površine postavljano je po 12 šipki. To je za posledicu imalo po-većanje vrednosti Manningovog koeficijenta rapavosti u odnosu na vrednost za glatku ravnu površinu (proce-njena vrednost za pleksiglas iznosi $n = 0,010 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$). Šipke tokom ogleda nisu bile potopljene (vrhovi šipki štrčali su iznad slobodne površine vode). Manja rapavost plavnih površina ostvarena je izostavljanjem pojedinih šipki [1, 10]. U okviru svake ogledne postavke varirano je osam dubina, a merenja su obavljena u uslovima jednolikog tečenja. Nagib dna kanala nije menjan i iznosio je 1,027‰.



Slika 3. Laboratorijski kanal za ispitivanje tečenja u koritu za veliku vodu [10]

Tabela 1. Geometrija KVV za različite ogledne postavke

ogledna postavka	B [m]	b [m]	B/b [/]	m_{gk} [/]	rapavost pp
2	6,3	1,5	4,2	1	ne
3	3,3	1,5	2,2	1	ne
6	6,3	1,5	4,2	1	ne
7	6,3	1,5	4,2	1	da*

* Napomena: Podaci o vrednostima koeficijenta rapavosti plavnih površina mogu se naći u [1]

4.2 Uticaj širine plavne površine na krivu protoka

Simetrična korita. Na slici 4 upoređene su izmerene i izračunate krive protoka za ogledne postavke 2 i 3. Vrednosti parametra ψ' varirane su u rasponu od 0,005 do 0,100 kako bi se postiglo što bolje slaganje sa merenjima. Pokazalo se da najpovoljnija vrednost parametra ψ' u MNS praktično ne zavisi od širine plavnih površina, tj. širine KVV i da iznosi 0,065. Sa ovom, optimalnom vrednošću parametra ψ' najveća odstupanja od izmerene krive protoka javljaju se pri

najmanjim dubinama na plavnoj površini. U KVV sa užim plavnim površinama ($B/b = 2,20$ – ogled 3) ukupan protok potcenjen je za oko 8% (tabela 2), a u koritu sa širim plavnim površinama ($B/b = 4,20$ – ogled 2) za 4,3% (tabela 2). Sva ostala odstupanja pri $B/b = 2,20$ manja su od 5%, koliko iznose greške merenja. Činjenica da su odstupanja računskih od izmerenih protoka najveća pri najmanjim relativnim dubinama vode na plavnim površinama objašnjava se većim neizvesnostima merenja pri malim dubinama.

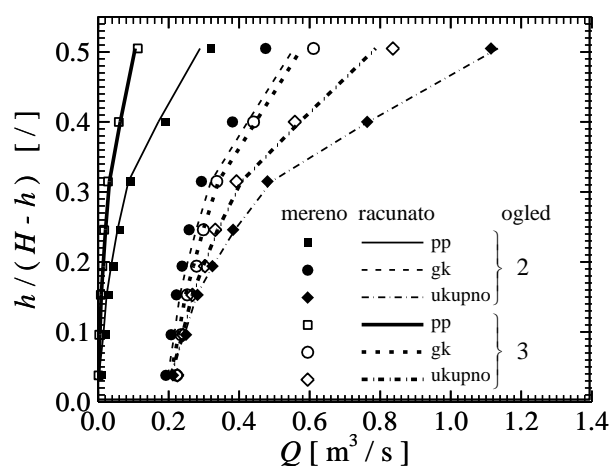
Iako je propusna moć užeg KVV manja od propusne moći šireg korita, udeo protoka kroz glavno korito u ukupnom protoku kod užih plavnih površina ($B/b = 2,20$ – ogled 3) veći je od 70% pri svim vrednostima relativne dubine na plavnoj površini, dok se u KVV sa širokim plavnim površinama ($B/b = 4,20$ – ogled 2) taj udeo smanjuje sa povećanjem dubine na plavnoj površini. Pri $h/(H-h) = 0,4$ protoci kroz glavno korito i preko obe plavne površine se približno izjednačavaju, a za $h/(H-h) > 0,4$ udeo protoka kroz glavno korito postaje manji od 50%. Takođe se uočava da se u slučaju širih plavnih površina (ogled 2) odstupanje između izračunatih i izmerenih vrednosti protoka u glavnom koritu povećava sa povećanjem relativne dubine na plavnoj površini. U rasponu vrednosti $h/(H-h) \in (0,19; 0,32)$, protok je precenjen između 5 i 10%, a pri $h/(H-h) = 0,505$ taj procenat raste na ~ 17%. To dalje znači da su vrednosti protoka na plavnim površinama potcenjene. Procenat smanjenja protoka na plavnim površinama kreće se od 7 do 14%.

Asimetrična korita – isključenje jedne plavne površine.

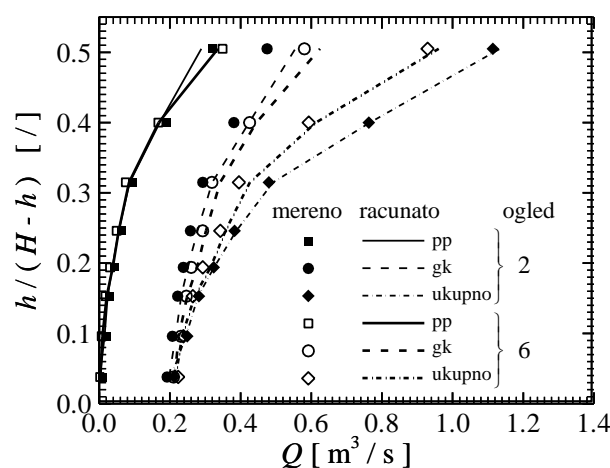
Krive protoka za simetrična i asimetrična korita (ogledi 2 i 6) upoređene su na slici 5. I slika i podaci iz tabele 2 pokazuju da MNS sa zadovoljavajućom tačnošću (3–8%) procenjuje ukupan protok u asimetričnom KVV. Za razliku od simetričnog, u asimetričnom KVV najveća odstupanja izračunatih od izmerenih protoka javljaju se pri relativnoj dubini $h/(H-h) \approx 0,20$, što približno odgovara prelazu između dva različita vida tečenja – tečenja preko plavnih površina sa malim i velikim stepenima potopljenosti. Osim ukupnog protoka u KVV, MNS sa zadovoljavajućom tačnošću procenjuje i raspodelu protoka između glavnog korita i plavnih površina. Izračunati protoci u glavnom koritu odstupaju 1-8% od izmerenih. Veća odstupanja izračunatih protoka na plavnim površinama (11-27%) pri malim relativnim dubinama $h/(H-h) < 0,25$ i u ovom slučaju

moгу se pripisati većim neizvesnostima merenja pri malim dubinama.

Može se zapaziti da je efekat isključenja jedne plavne površine ekvivalentan suženju simetričnog korita, jer se protok koncentriše u glavno korito. Udeo protoka kroz glavno korito u ukupnom protoku KVV veći je od 60% pri svim ispitivanim vrednostima relativne dubine na plavnoj površini. Isključenjem jedne plavne površine ukupan protok kroz KVV smanjuje se za 5-22%, zavisno od relativne dubine $h/(H-h)$.



Slika 4. Uticaj širine plavnih površina na krive protoka za glavno korito, plavne površine i ceo presek



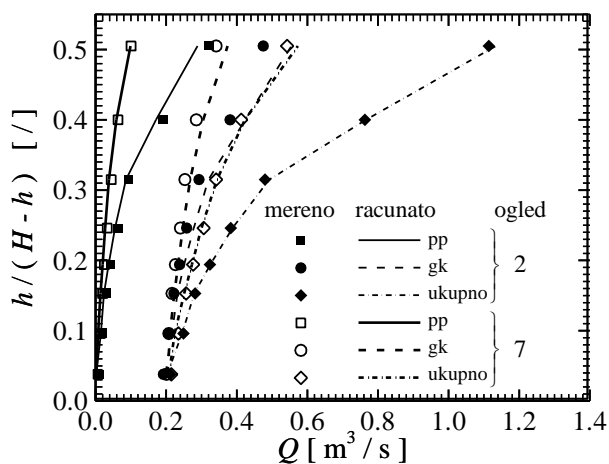
Slika 5. Uticaj isključenja plavne površine ($B/b = 4,20$) na krive protoka za glavno korito, plavne površine i ceo presek

Tabela 2. Rasponi relativnog odstupanja izračunatih od izmerenih vrednosti protoka za različite modele tečenja u KVV. Podaci za glavno korito i plavne površine dati su samo za modele kod kojih se presek KVV deli na segmente. Relativna odstupanja su data u %.

Metoda	Ogledna postavka			
	2	3	6	7
	ceo presek			
MJP	-46,0 ÷ -1,0	-27,8 ÷ -0,7	-33,6 ÷ 1,8	-49,5 ÷ -25,5
MHHS	3,5 ÷ 11,1	-0,5 ÷ 11,0	0,4 ÷ 14,2	1,8 ÷ 59,0
MRKK	-4,4 ÷ 2,6	-5,1 ÷ 5,3	-5,5 ÷ 7,4	-4,5 ÷ 3,7
MNS	-4,3 ÷ 2,6	-7,9 ÷ 3,5	-3,3 ÷ 7,9	-4,6 ÷ 5,6
Radojković	/	/	/	-2,5 ÷ 11,5
Ekers	/	/	/	-31,3 ÷ 18,3
	glavno korito			
MHHS	13,0 ÷ 35,6	-0,3 ÷ 14,5	4,0 ÷ 20,4	8,0 ÷ 105,9
MRKK	3,1 ÷ 16,8	-5,4 ÷ 4,1	-5,4 ÷ 8,8	0,8 ÷ 7,2
MNS	3,3 ÷ 16,9	-7,5 ÷ 1,4	-2,3 ÷ 7,6	1,5 ÷ 9,5
	plavna površina			
MHHS	-90,0 ÷ -17,5	-24,5 ÷ -9,7	-11,0 ÷ 0,4	-79,4 ÷ -20,9
MRKK	-80,0 ÷ -7,5	3,7 ÷ 33,3	0,4 ÷ 54,8	-69,7 ÷ -2,0
MNS	-77,0 ÷ -7,3	-6,8 ÷ 57,2	-3,7 ÷ 34,9	-71,1 ÷ -1,6

izračunatih od izmerenih protoka neznatno je prevazišlo 5% (tabela 2 i slika 6).

Nepotopljeni kruti cilindri postavljeni po celoj širini plavne površine mogu se posmatrati kao planski pošumljena plavna površina. U skladu sa očekivanjima, povećanje rapavosti plavnih površina smanjilo je propusnu moć korita za veliku vodu. Sa slike 6 se vidi da procenat smanjenja zavisi od stepena potopljenosti plavnih površina, jer otpori tečenju usled prisustva krutih cilindara rastu sa povećanjem dubine na plavnim površinama. Ovaj procenat smanjenja kreće se od oko 6,5% pri $h / (H - h) \approx 0,10$, do 50% pri $h / (H - h) \approx 0,50$. Odstupanja izračunatih i izmerenih krivih protoka za celo KVV i za glavno korito znatno su manja nego u ostalim ogledima (tabela 2). Kao što se vidi, apsolutne vrednosti se kreću u rasponu od 4,6-5,6% za ukupan i od 1,5-9,5% za protok u glavnom koritu. Odstupanja na plavnim površinama i ovde su, zbog povećanih neizvesnosti merenja pri malim dubinama, znatno veća od onih u glavnom koritu i kreću se od 1,6-71%.



Slika 6. Uticaj rapavosti plavnih površina na krive protoka za glavno korito, plavne površine i ceo presek

4.3 Uticaj rapavosti plavnih površina na krivu protoka

Prilikom provere modela u uslovima povećane rapavosti plavnih površina, ponovo se pristupilo podešavanju vrednosti parametra razmene količine kretanja usled turbulentne difuzije ψ' . Vrednosti su varirane u istom opsegu – od 0,005 do 0,100. Optimalna vrednost ostala je nepromenjena – $\psi' = 0,065$, a najveće odstupanje

Kao i u slučaju suženja glatkih plavnih površina (slika 4), sa povećanjem rapavosti plavnih površina najveći deo protoka koncentriše se u glavnom koritu – preko 65%. Međutim, ako se uporede raspodele protoka po segmentima KVV za slučaj kada se širina glatke plavne površine smanji za 62,5% (ogled 3, slika 4) i kada se rapavost plavne površine poveća postavljenjem niza nepotopljenih krutih cilindara (ogled 7, slika 6), zaključuje se da pošumljavanje pri velikim vrednostima relativne dubine $h / (H - h) > 0,25$ ima drugačije posledice od suženja korita. Protok u glavnom koritu smanjuje se u odnosu na odgovarajući protok u KVV sa glatkim plavnim površinama za 2 do 32%, dok se u KVV sa užim plavnim površinama protok na plavnim površinama povećava za oko 4-12%. Protoci na plavnim površinama su u oba slučaja manji. Međutim, iako postavljanje porozne prepreke smanjuje propusnu moć plavne površine (za 40-65%) i celog KVV (za 6,5-50%), njen efekat nije merljiv sa fizičkim smanjenjem širine KVV, naročito pri malim stepenima potopljenosti plavnih površina. Kada je $h / (H - h) < 0,25$, izmereni protok preko orapavljenih plavnih površina 2-4 puta je veći od protoka preko 62,5% užih glatkih površina. Slabiji efekat porozne prepreke koja sužava tok, od suženja plavnih površina može se objasniti činjenicom da prisustvo krutih cilindara onemogućava stvaranje velikih vrtloga sa vertikalnom osovinom koji crpu energiju glavnom strujanju, pa su otpori tečenju manji i, shodno tome, protoci preko plavnih površina veći.

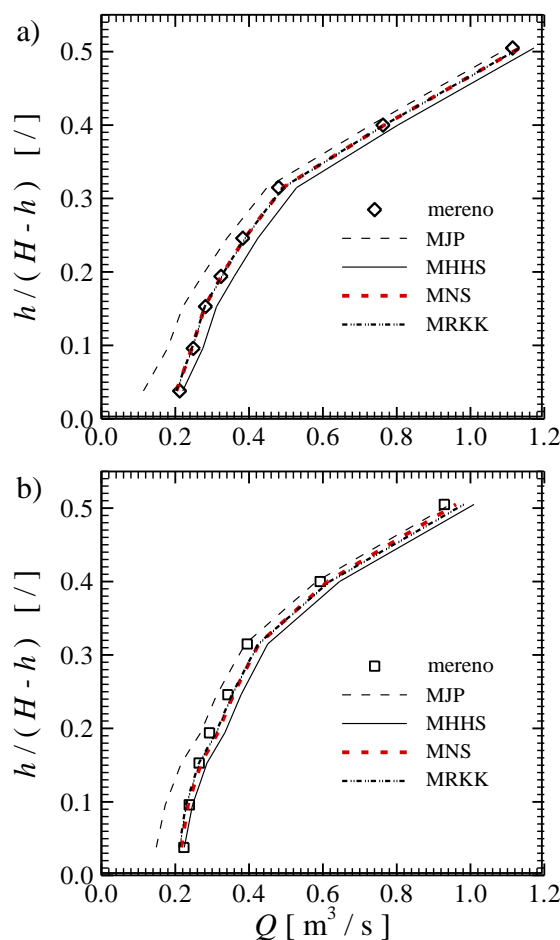
5. POREĐENJE SA DRUGIM MODELIMA

Prednost MNS u odnosu na tradicionalne metode sagledaće se, kao što je rečeno, poređenjem rezultata ove metode sa rezultatima MJP i MHHS. Za poređenje će se koristiti rezultati iz ogleda u kojima je $B/b = 4,2$ (ogledi 2, 6 i 7, tabela 1).

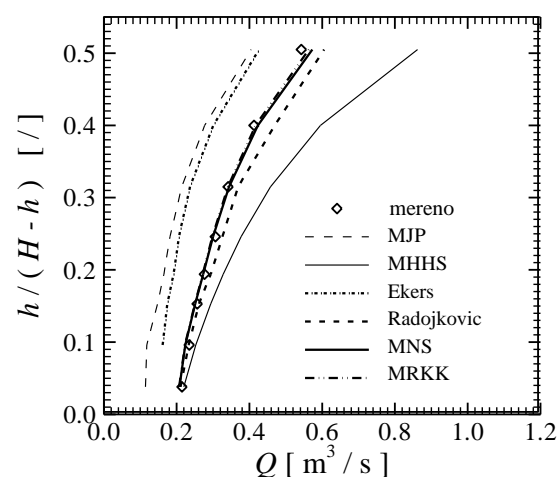
U slučaju *simetričnih* KVV (slika 7a), odstupanja od izmerenih vrednosti dobijena primenom tradicionalnih metoda značajno su veća od onih dobijenih MNS (tabela 2, ogled 2). Ovo je naročito izraženo u domenu malih relativnih dubina na plavnim površinama pri kojima se, zbog velikih gradijenata brzine, obavlja intenzivna razmena količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. Protoci dobijeni primenom MJP potcenjeni su i do 46%, dok se primenom MHHS protoci precenjuju za približno 10%. Sa povećanjem stepena potopljenosti plavnih površina ($h/(H-h) > 0,31$) ova odstupanja se smanjuju, jer se hidraulički uslovi u poprečnom preseku postepeno ujednačavaju. Tako u slučaju primene MHHS odstupanja ne prelaze 7%, a u slučaju MJP, ona su manja od 5%. Ovo značajno smanjenje razlika između izračunatih i izmerenih vrednosti opravdava primenu tradicionalnih metoda *samo* pri visokim nivoima vode na plavnim površinama.

Obe metode koje u proceni krive protoka u KVV uzimaju u obzir razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina – MNS i MRKK pokazuju gotovo ista odstupanja u odnosu na merenja (-4,3 ili -4,4 do 2,6%, tabela 2), s tim što MNS pri najvišim stepenima potopljenosti plavnih površina daje nešto veće protoke od MRKK. Ova prednost MNS i MRKK u odnosu na tradicionalnu MHHS postaje još očiglednija kada se posmatra raspodela protoka po segmentima KVV (slika 7b), koja je veoma važna u analizi procesa pronosa nanosa i njegovog taloženja na plavnim površinama. Kao što se iz tabele 2 i sa slike 7b vidi, MNS i MRKK mnogo bolje procenjuju parcijalne protoke od MHHS – odstupanja ni u MNS ni u MRKK ne prelaze 17%, dok su ona u MHHS 2,0 do 2,5 puta veća od onih dobijenih primenom obe napredne metode.

Kod *asimetričnih* korita (slika 7b), kvalitet slaganja MNS sa merenjima malo je lošiji u poređenju sa simetričnim koritima. Odstupanja protoka za ceo presek kreću se od -7,9 do 3,5% (tabela 2, ogled 6), ali su ona dobijena primenom MHHS pri nekim dubinama čak 1,5 do 4,0 puta veća u odnosu na MNS. Metoda jedinstvenog preseka i u ovom slučaju potcenjuje ukupan protok u KVV, s tim što je procenat smanjenja nešto manji nego u slučaju simetričnih korita. Pri malim stepenima potopljenosti



Slika 7. Poređenje različitih modela – krive protoka za ceo presek: a) simetrično i b) asimetrično korito



Slika 8. Poređenje različitih modela – krive protoka za ceo presek (rapave plavne površine)

plavnih površina on se kreće između 20 i 30%, a pri velikim dubinama vode na plavnim površinama smanjuje se ispod 2%. Ukupan protok u KVV dobijen primenom MRKK ne razlikuje se značajno od ukupnog protoka po MNS. Ista konstatacija važi i za raspodelu protoka po segmentima, s tim što MNS daje nešto manja odstupanja od MRKK. U oba slučaja odstupanja su u prihvatljivim granicama – granicama greške merenja. Kada je reč o MHHS, odstupanja izračunatih parcijalnih protoka od izmerenih su 2,5-5,0 puta veća nego u metodama kod kojih se uzima u obzir razmena količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina.

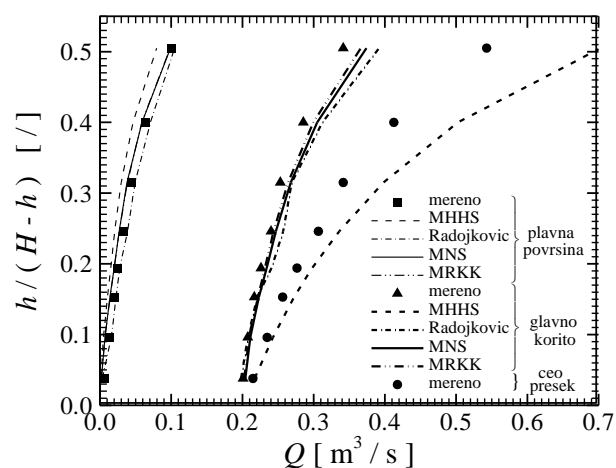
Pravi efekat razmene količine kretanja (između glavnog korita i plavnih površina) na raspored protoka u složenom koritu najbolje se može uočiti u primeru sa *rapavim plavnim površinama* (ogled 7, tabela 1), jer on opisuje uslove prisutne u KVV prirodnih vodotoka, gde su plavne površine znatno rapavije od dna glavnog korita, i gde se otpori na plavnim površinama povećavaju sa porastom nivoa vode. U ovakvim uslovima gradijent brzine na prelazu između glavnog korita i plavnih površina veći je nego u idealizovanom slučaju sa glatkim plavnim površinama, pa prednosti i MNS i MRKK u odnosu na tradicionalne metode dolaze do punog izažaja. Podaci u tabeli 2 i slika 8 jasno pokazuju da se posmatranjem KVV kao celine (bez uzimajući u obzir međudejstva susednih segmenata) ukupan protok u KVV potcenjuje za 25-50% (MJP). Ovo značajno smanjenje ukupnog protoka posledica je nerealnog povećanja vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti u glavnom koritu, kada se računa sa jedinstvenom, ekvivalentnom vrednošću Maningovog koeficijenta za ceo presek. Nasuprot tome, podelom složenog preseka KVV na hidraulički homogene delove, ukupan protok se, zavisno od dubine vode na plavnoj površini, precenjuje za 2 do 60%. Razlog za to je činjenica da se u MHHS od svih otpora uzimaju u obzir samo otpori usled trenja. Sem toga, povećanje odstupanja u odnosu na odstupanja u ogleđima sa glatkim plavnim površinama (ogledi 2 i 6, tabela 2) kod obe tradicionalne metode nedvosmisleno ukazuje na značaj obuhvatanja svih relevantnih otpora u proceni krive protoka u KVV. To je posebno izraženo kod MHHS, gde najveće relativno odstupanje za slučaj glatkih plavnih površina neznatno prelazi 10%, dok kod rapavih plavnih površina dostiže 60%.

Ako se sada u razmatranje uzmu i rezultati Ekersovog empirijskog postupka (slika 8 i tabela 2), koji se zasniva na poboljšanju rezultata MHHS uvođenjem koeficijenta korekcije protoka koji uzimaju u obzir procese na prelazu između glavnog korita i plavnih površina, vidi se da se

uvođenjem ovih koeficijenta postiže smanjenje protoka, ali da je efekat sličan MJP. Vrednosti protoka potcunjene su od približno 20 do 30%, što je manje nego u MJP. Kao što je konstatovano u [3], pri malim dubinama na plavnim površinama Ekersov postupak ne daje fizički realne rezultate.

Slika 8 nedvosmisleno pokazuje da se najbolje slaganje sa krivom protoka dobijenom merenjima postiže primenom metoda kojima se uzima u obzir i razmena količine kretanja na prelazu između segmenata KVV (MNS, MRKK i metoda Radojkovića). Za razliku od MNS i MRKK, koje daju približno iste rezultate i zanemarljiva odstupanja u odnosu na rezultate merenja (ne veća od 5-6%, što je u granicama greške merenja), metoda Radojkovića u najvećem rasponu dubina precenjuje protoke, a najveće odstupanje od oko 12% javlja se pri najvećim dubinama. Pri najmanjim dubinama protok je potcunjen za 2,5%.

Kada se posmatra raspodela protoka po segmentima (slika 9, tabela 2), uočava se da je i MNS i MRKK veoma uspešno procenjuju. Dobra procena raspodele protoka između glavnog korita i plavnih površina veoma je važna sa gledišta proračuna pronosa nanosa preko plavnih površina i utvrđivanja rasporeda njegovog taloženja na ovim površinama. U MRKK odstupanja protoka u glavnom koritu manja su od 7,5%, dok su u MNS manja od 9,5%. Na plavnim površinama, gde protok ne prelazi 20% ukupnog protoka, odstupanja su veća – dostižu 70%, ali ih treba pripisati većim neizvesnostima izmerenih veličina koja su posledica teškoća prilikom merenja brzina između krutih cilindara.



Slika 9. Poređenje različitih modela – krive protoka po segmentima i kriva protoka za ceo presek (rapave plavne površine)

Odstupanja koja se dobijaju prilikom procene raspodele protoka po segmentima kada se koristi MHHS veća su od onih za ceo presek KVV i od onih koja se dobijaju primenom MNSa i MRKKa (tabela 2). U radu [3] to je objašnjeno činjenicom da se zamišljena vertikalna na granici između glavnog korita i plavnih površina ne uključuje u okvašeni obim, što je jednako pretpostavci da na toj granici ne postoji napon smicanja. To za posledicu ima precenjivanje protoka u glavnom koritu (za najviše 105%) i potcenjivanje protoka na plavnim površinama (koje ne prelazi 80%). Pošto su ova odstupanja suprotnog znaka, ona se sabiranjem potiru, što rezultira boljom procenom protoka za ceo presek.

6. ZAKLJUČCI

U ovom radu prikazan je model linijskog tečenja u KVV zasnovan na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. Za razliku od metode razmene količine kretanja (MRKK), metoda nezavisnih segmenata (MNS), opisana u ovom radu, omogućava proračun linija nivoa duž svakog segmenta KVV. Metoda je proverena korišćenjem rezultata laboratorijskih ogleda u prizmatičnom KVV. Analizirani su uticaji različite: 1) geometrije korita i 2) rapavosti plavnih površina na krivu protoka u KVV. Rezultati dobijeni primenom modela nezavisnih segmenata upoređeni su najpre sa rezultatima dobijenim primenom tradicionalnih modela (MJP i MHHS), a potom i sa rezultatima empirijski zasnovanog Ekersovog modela i još jednim modelom zasnovanim na razmeni količine kretanja – modelom Radojkovića. Rezultati laboratorijskih ogleda poslužili su da se ispita osetljivost modela na vrednost parametra ψ' kojim se modelira razmena količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina posredstvom turbulentne difuzije. Ove analize dovele su do sledećih zaključaka:

1. Za razliku od MRKK, optimalna vrednost parametra ψ' ne zavisi ni od geometrije prizmatičnog korita (širine plavnih površina ili simetrije/asimetrije korita), ni od rapavosti plavnih površina i iznosi $\psi' = 0,065$.
2. Optimalna vrednost parametra ψ' za prizmatična korita u MNS za 35% je manja od odgovarajuće vrednosti u MRKK, što bi se moglo objasniti različitim: 1) grupisanjem članova u jednačinama održanja količine kretanja, 2) pristupom rešavanju sistema jednačina i 3) numeričkim postupkom rešavanja jednačina.
3. Prosečno odstupanje rezultata MNS od merenja u svim ispitivanim geometrijama i pri svim razmatranim rapavostima plavnih površina ne prelazi 5%. Ovo odstupanje je u granicama greške merenja. S obzirom na to da i u MRKK odstupanja ne prelaze 5%, zaključuje se da, za razliku od ostalih ispitivanih modela, MNS i MRKK u uslovima pojednostavljene geometrije KVV daju pouzdanu procenu krive protoka.
4. Pri smanjenju širine plavne površine udeo protoka kroz glavno korito u ukupnom protoku veći je od 60% pri svim ispitivanim vrednostima relativne dubine na plavnoj površini.
5. Povećanje rapavosti plavnih površina dovodi do koncentrisanja protoka u glavno korito, ali je procenat povećanja protoka u glavnom koritu manji nego u slučaju suženja glatkih plavnih površina, jer prisustvo krutih cilindara na plavnim površinama onemogućava stvaranje velikih vrtloga sa vertikalnom osovinom.
6. Zaključci u vezi sa kvalitetom rezultata procene krive protoka primenom tradicionalnih modela, Ekersovog empirijskog postupka i metode Radojkovića isti su kao u radu u kojem je predstavljena metoda razmene količine kretanja.

LITERATURA

- [1] Ackers, P. (1993): Flow formulae for straight two-stage channels, *J. Hydr. Res.*, 31(4), 509-531.
- [2] Bousmar, D. and Zech, Y. (1999): Momentum transfer for practical flow computation in compound channels, *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(7), 696-706.
- [3] Đorđević, D., Stojnić, I. i Muhić, F. (2015) Prikaz modela linijskog tečenja u koritu za veliku vodu zasnovanog na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina, *Vodoprivreda*, 273-278, Vol. 47, br. 1-3, str. 79-91.
- [4] Đorđević, D., Stojnić, I. i Rosić, N. (2017) Proračun linije nivoa u neprizmatičnom koritu za veliku vodu primenom metode razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina (primer korita jednostavne geometrije), *Vodoprivreda*, 288-290, Vol. 49, br. 4-6, str. 349-361.

- [5] Knight, D.W., Aya, S., Ikeda, S., Nezu, I. and Shiono, K. (2009): *Flow structure*, Flow and sediment transport in compound channels, ed. Ikeda, S. and McEwan, I.K., IAHR Monograph Series.
- [6] Proust, S., Bousmar, D., Riviere, N., Paquier, A. and Zech, Y. (2009): Nonuniform flow in compound channel: A 1-D method for assessing water level and discharge distribution, *Water Resour. Res.*, 45, W12411, doi: 10.1029/2009WR008202.
- [7] Radojković. (1980): M. Matematički model kretanja vode u otvorenim tokovima složenog preseka, doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd.
- [8] Stanić, F. (2015) Nejednoliko tečenje u složenom koritu: Linijski model za proračun krive protoka i raspodele protoka po segmentima, seminarski rad iz predmeta Odbrana od poplava, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [9] Stojnić, I., Muhić, F. i Đorđević, D. (2015) primena modela razmene količine kretanja u analizi uticaja geometrije i hidrauličkih otpora na osnovne odlike tečenja u koritu za veliku vodu, *Vodoprivreda*, 273-278, Vol. 47, br. 4-6, str. 261-268.
- [10] Wormleaton, P.R. and Merret, D.J. (1990): An improved method of calculation for steady uniform flow in prismatic main-channel/flood plain sections, *J. Hydr. Res.*, 28(2), 157-174.

INTRODUCTION TO AN INDEPENDENT SUBSECTIONS MODEL FOR 1D COMPOUND CHANNEL FLOW MODELLING

by

Dejana ĐORĐEVIĆ¹, Filip STANIĆ²
 Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade
²École des Ponts ParisTech

Summary

This paper aims at introducing a novel approach to 1D compound channel flow modelling to the Serbian hydraulic engineering community. To this aim an Independent Subsections Model (ISM) is presented, first. The model can be used both for the estimation of a rating curve in a two-stage channel based on the recorded water level, and the slope of the energy grade-line for non-uniform flow calculations in a flooding river once the flood discharge is known. ISM is calibrated and tested against the benchmark data from the Flood Channel Facility at HR Wallingford, UK. An effect of the two different controls on the rating curve is analysed – the effect of a floodplain to main-channel width ratio (B/b) and that of the floodplain roughness. Moreover,

the model is compared to traditional models that are still used in everyday engineering practice (the single channel – SCM and divided channel – DCM methods), to an empirically based Ackers' method and another physically based method proposed by Radojković. It is readily demonstrated that physically based models that account for momentum exchange between the main-channel and floodplains provide almost perfect fit to measurements, while the DCM method over predicts the discharge value.

Key words: compound channel, stage discharge curve, 1D flow model, momentum transfer, energy slope

Redigovano 22.10.2019.