

METODA GODIŠNJIH EKSTREMA I PIKOVA U ANALIZI VELIKIH VODA

Ajla MULAOMEROVIĆ-ŠETA, Emina HADŽIĆ, Nerma LAZOVIĆ, Hata MILIŠIĆ
Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, B&H

REZIME

U radu su prezentirani uporedni rezultati definisanja velikih voda probablističkim pristupom, po dvije najčešće korištene metode koje su od interesa za racionalno dimenzioniranje odgovarajućih vrsta hidrotehničkih objekata i sistema: metoda godišnjih ekstrema i metoda pikova/pragova. Metodom godišnjih ekstrema tretirane su teorijske funkcije raspodjele koje se uobičajeno koriste u hidrološkoj praksi : normalna (Gausova), log-normalna (Galtonova), Pirson III, log-Pirson III te Gumbelova raspodjela, a konačan odabir funkcije izvršen je na osnovu rezultata Kolmogorovljevog testa saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. Za metodu pragova, korišten je Poason-Vejbulov model sa Poasonovom raspodjelom za broj javljanja pikova i dvo-parametarskom Vejbulovom raspodjelom za visinu pikova, koji za maksimalne godišnje proticaje daje troparametarsku funkciju raspodjele. Uporedni rezultati velikih voda prema navedenim metodama dati su na 7 vodomjernih stanica sa površinama od 200 do skoro 7000 km², i dužinama nizova osmatranja od 16 do 41 godine.

Ključne riječi: poplavne vode; maksimalni proticaji; probablističke metode; metoda godišnjih ekstrema; metoda pikova/pragova

1. UVOD

Poplava je pojava neuobičajeno velike količine vode na određenom mjestu zbog djelovanja prirodnih sila (velike količine oborina) ili drugih uzroka (rušenje brane, klizanje tla, nagomilavanje leda u vodotocima, zemljotresi itd.) često praćena gubitkom ljudskih života i velikim materijalnim štetama. Prema Svjetskoj Meteorološkoj Organizaciji (WMO) [8] broj ljudi ugroženih poplavama u periodu 1991-2000. godine ocijenjen je na 1.5 milijardu dolara. Ovakva poražavajuća statistika zahtijeva što brže iznalaženje

mijera za ublažavanje katastrofalnih posljedica od poplava.

Zaštita od poplava područja u slivovima manjih vodotoka u Bosni i Hercegovini uvijek je bila u drugom planu. Mjere zaštite su uglavnom bile lokalne prirode, ograničene na veća naselja ili značajnije industrijske objekte. U poplavama u prošlosti, postojeći objekti za zaštitu od poplava nisu uvijek mogli da obezbijede zaštitu branjenog područja (sistemi nisu bili zaokruženi ili nisu imali dovoljan stepen zaštite). Zbog specifičnosti režima vodotoka (nagla pojava i kratko trajanje velikih voda), nije bilo vremena ni za kakve operativne mjere odbrane od poplava, tako da su štete bile izuzetno velike, a aktivnosti nadležnih organa su se svodile na pomoć stanovništvu, evidentiraje šteta i sanaciju objekata nakon prolaska poplavnog talasa.

Za određivanje velikih voda, zavisno od veličine i tipa objekata koji se grade, raspoloživih podataka, kadrovskih, tehničkih i finansijskih potencijala, koristi se veoma širok spektar različitih postupaka i metoda. Najčešće korištene metode za definisanje velikih voda mogu se razvrstati na dva načina [8]:

- prema tipu metode: probablističke (statističke) metode, determinističke (parametarske) metode, metode regionalnih analiza, kombinovane metode,
- prema obimu i vrsti raspoloživih podataka: metode proračuna velikih voda na hidrološki izučenim profilima (profili na kojima su vršena osmatranja od najmanje 30 godina), metode za proračun velikih voda na hidrološki nedovoljno izučenim profilima (nizovi osmatraja kraći od 15 godina), metode za proračun velikih voda na hidrološki neizučenim profilima (profili bez ikakvih osmatranja).

Stohastička priroda riječnog oticaja uslovljava široku upotrebu teorije vjerovatnoće i matematske statistike u hidrološkim analizama elemenata vodnog režima, pa

tako i proračuna velikih voda na rijekama. Probabilističke (statističke) metode je moguće koristiti ukoliko se raspolaze sa historijskim podacima o pojavi velikih voda koji se podvrgavaju statističkim analizama sa krajnjim ciljem - konstruisanje linije vjerovatnoće prevazilaženja određenih veličina.

Za statističke analize režima velikih voda primjenjuju se različite metode. Pouzdanost proračuna, pored primjenjene metode, zavisi i od kvaliteta i obima raspoloživih podataka. Nizovi hidroloških podataka, manje-više u čitavom svijetu su uglavnom nedovoljni za određivanje pouzdane veličine veoma rijetkih voda koje su mjerodavne pri dimenzioniranju nekih objekata kao što su, na primjer, prelivi preko nasutih zemljanih brana. Po mišljenju Riedela (1977.) utvrđivanje statističkog modela, koji se najbolje prilagođava osmotrenim ekstremnim vrijednostima, podrezumijeva da se raspolaze sa oko 1000 godina osmatranja, kako bi procjene mjerodavnih velikih voda bile dovoljno pouzdane [1]. Na sadašnjem stepenu istraženosti hidrološkog režima maksimalna dužina neprekidnih nizova osmatranja jedva da u nekim zemljama prevazilazi 150 godina. U takvim uslovima, određivanje veličine vrlo rijetkih pojava (povratnog perioda javljanja 1000 ili 10 000 godina), podrazumijeva nedopustivo velike ekstrapolacije linija vjerovatnoće. Takve ekstrapolacije daju utoliko nepouzdanije procjene velikih voda ukoliko su nizovi sistematskih osmatranja kraći. Ako se ovome doda i činjenica da velike vode imaju izražene varijacije, jasno je da su i same procjene velikih voda opterećene graškama. U cilju prevazilaženja ovog nedostatka, praktična rješenja se svode ili na određivanje velike vode relativno dugog povratnog perioda, ili usvajanjem vrijednosti sa gornje granice intervala povjerenja za određeni povratni period [14].

Analize velikog broja uzoraka, na različitim rijekama svijeta, ukazuje da koeficijent asimetrije nije konstantan kao ni odnos koeficijenta asimetrije i varijacije. Ova saznanja znatno sužavaju opseg mogućih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće. Raspoloživi uzorci proticaja su relativno kratki i ne dozvoljavaju pouzdano određivanje statističkih momenata višeg reda što uslovljava korištenje teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće koje nemaju više od tri parametra. U hidrološkoj praksi koriste se najčešće sljedeće funkcije raspodjele vjerovatnoće: Pirson III, log-Pirson III, Gumbelova, rijeđe log-normalna i normalna, a ponekad i neke druge. Napori učinjeni u pravcu procjene učestalosti i intenziteta velikih voda u većini razvijenih

zemalja doveli su do toga da su iskustva iz prakse i istraživanja pretočena u standarde i preporuke za proračun velikih voda, najčešće sa obaveznom primjenom u projektovanju i eksploataciji hidrotehničkih objekata i sistema [3]. Tako na primjer, u SAD-u se koristi Pirson III raspodjela, a u zemljama bivšeg SSSR-a raspodjela Krickog-Menkelja, a u Njemačkoj najčešće Pirson III raspodjela [10].

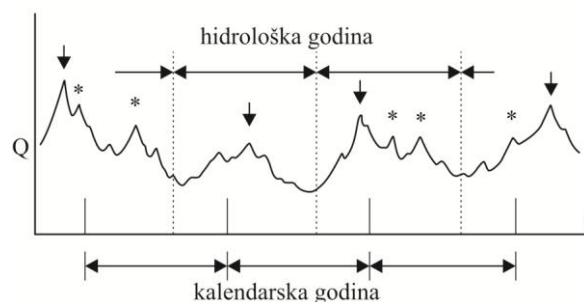
Hidrološka praksa u analizi velikih voda u Srbiji preporučuje upotrebu Gumbelove, log-Normalne i log-Pirson III funkcije [13]. Upotreba log-Pirson III funkcije oubičajena je u analizi velikih voda [2, 4, 14], a pojedina istraživanja su pokazala da se upravo ta funkcija najbolje prilagođava uzorcima velikih voda [13, 16]. Analizom velikih voda na slivu rijeke Vrbas pokazala je da se najbolje slaganje empirijskoj funkciji raspodjele ostvaruje primjenom log-Pirson III i Pirson funkcijom (na 8 vodomjernih stanica od 11 analiziranih) [11]. U istraživanjima dnevnih proticaja na 33 reprezentativna profila u Srbiji kao najbolja odabrana je log-Pirson III funkcija [15].

Prilikom analize vjerovatnoće pojave hidroloških veličina, najčešće se koriste dvije metode:

- metoda godišnjih ekstrema,
- metoda pikova.

▼ godišnji maksimum u hidrološkoj godina

* sekundarni maksimumi veći od jednog godišnjeg maksimuma



Slika 1. Ilustracija formiranja serija maksimalnih godišnjih proticaja i parcijalnih serija [8]

Za razliku od metode godišnjih ekstrema, metoda pikova koristi veći broj ekstrema registrovanih u toku jedne godine. Obično su to maksimalne vrijednosti svih poplavnih valova, koje su veće od neke unaprijed zadane bazne vrijednosti (praga). Ovako formirane parcijalne vremenske serije nazivaju se „POT serijama“ (peaks over threshold) – serijama pikova iznad praga.

Međusobna nezavisnost članova serije u tako formiranoj seriji neophodan je uslov za primjenu daljnjih statističkih analiza sa ovim serijama. Ovaj uslov uglavnom je zadovoljen, uprkos činjenici da određeni događaji mogu pokazati viši stepen zavisnosti nego kad se analiza primjenjuje na godišnje ekstreme.

Koja metoda će se koristiti, zavisi od svrhe analiza. Uobičajeno se u analizi velikih voda koristi metoda godišnjih ekstrema [2, 12, 18]. Za informacije o prilično čestim događajima, na primjer veličini maksimalnih proticaja koji se mogu očekivati tokom izgradnje jedne brane (recimo 4 godine), metoda pikova može dati bolje rezultate, dok će za definiranje proticaja koji neće biti prevaziđeni na preljevu jedne brane u njenom životnom vijeku (recimo 100 godina), metoda godišnjih ekstrema imati prednost [10].

2. ODREĐIVANJE VELIKIH VODA METODOM GODIŠNJIH EKSTREMA

Pod pojmom godišnji ekstrem podrazumijeva se najveća trenutna vrijednost proticaja u određenom profilu rijeke, registrovana u toku kalendarske (češće) ili hidrološke godine. Uzimanjem svih takvih ekstrema iz raspoloživog broja godina, formira se vremenska serija maksimalnih godišnjih proticaja koja predstavlja osnovu za sve daljnje statističke analize maksimalnih godišnjih proticaja po metodi godišnjih ekstrema pri čemu se podrazumijeva da su članovi vremenske serije (maksimalni godišnji proticaji) slučajne veličine i međusobno nezavisni. Kod uzoračkih serija maksimuma protoka na prirodnim vodotocima rijetko se javljaju statistički značajni trenovi, periodičnost, skokovi i izuzeci pa se u praksi ovi uzroci nestacionarnosti najčešće ne ispituju [14].

Cilj analize je da se odredi vjerovatnoća pojave, odnosno funkcija raspodjele vjerovatnoće maksimalnih godišnjih proticaja (Q), što se postiže nalaženjem funkcije raspodjele vjerovatnoće (vjerovatnoće prevazilaženja):

$$\Phi_r(Q) = P[Q \geq Q_{\max}] \quad (1)$$

odnosno funkcije:

$$F_r(Q) = P[Q \leq Q_{\max}] \quad (2)$$

(gdje je Q slučajna promjenljiva - maksimalni godišnji proticaj, a Q_{\max} njena vrijednost za vjerovatnoću prevazilaženja $\Phi_r(Q)$)

Funkcija raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$ je potpuna karakteristika raspodjele. To znači da se svi rezultati o slučajnoj promjenljivoj Q mogu dobiti iz funkcije raspodjele vjerovatnoće $F(Q)$, odnosno $\Phi(Q)$.

Vrijednosti Q_T maksimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja T , određuju se preko veze povratnog perioda T i vjerovatnoće prevazilaženja Φ , tj

$$\text{Zadato } T \Rightarrow \Phi(T) = \frac{1}{T} \Rightarrow Q_T = \Phi^{-1}(T) \quad (3)$$

gdje je Φ^{-1} inverzna funkcija vjerovatnoće prevazilaženja.

Analiza ekstremno opaženih veličina u svakoj godini sastoji se iz sljedećih koraka:

- formiranje statističkog niza i uređenog niza,
- određivanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće,
- proračun numeričkih karakteristika slučajne promjenljive – statističkog niza maksimalnih godišnjih proticaja (srednja vrijednost, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti itd.),
- određivanje parametara i vrijednosti izabranih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće,
- testiranje saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće radi konačnog izbor teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće,
- pomoću konačno odabrane teorijske funkcije raspodjele vjerovatnoće proračunavaju se vrijednosti kvantila - maksimalnih godišnjih proticaja za karakteristične vjerovatnoće pojave, odnosno povratne periode javljanja,
- određivanje intervala povjerenja maksimalnih godišnjih proticaja.

3.1. Formiranje statističkog niza, empirijske funkcije raspodjele i statističkih parametara uzorka

U ovom radu za analizu odabrano je 6 vodotoka u Bosni i Hercegovini (BiH) i 1 u Hrvatskoj (slika 2), od čega je na 5 vodotoka proveden proračun maksimalnih godišnjih proticaja odabranim metodama dok su za 2 vodotoka podaci preuzeti iz navedene literature.

Odabirom maksimalne vrijednosti proticaja iz svake pojedine godine Q_i^{max} formirani su nizovi maksimalnih godišnjih proticaja prikazani crvenom bojom na slici 3.

$$Q_1^{max}, Q_2^{max}, \dots, Q_{i-1}^{max}, Q_i^{max}, Q_{i+1}^{max}, \dots, Q_N^{max}$$

Za empirijsku funkciju raspodjele odabrana je Vejbulova formula

$$\Phi_e(Q_m) = \frac{m}{N+1} \tag{4}$$

gdje m predstavlja redni broj proticaja u uređenom uzorku (po rastućem redosljedu), ukupne dužine N (jednake broju godina osmatranja).

Bez ulaženja u dublju matematsku analizu, u nastavku će se dati samo izrazi pomoću kojih su izračunate pomenute nepristrasne ocjene statistika za nizove maksimalnih godišnjih proticaja na obrađivanim vodotocima, a čije vrijednosti se mogu naći u tabeli 1.

Očekivana (srednja) vrijednost:

$$Q_{sr} = E(Q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i^{max} \tag{5}$$

Varijansa:

$$Var(Q) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Q_i^{max} - Q_{sr})^2 \tag{6}$$

Standardna devijacija:

$$S_Q = \sqrt{Var(Q)} \tag{7}$$

Koeficijent varijacije:

$$c_v(Q) = \frac{S_Q}{Q_{sr}} \tag{8}$$

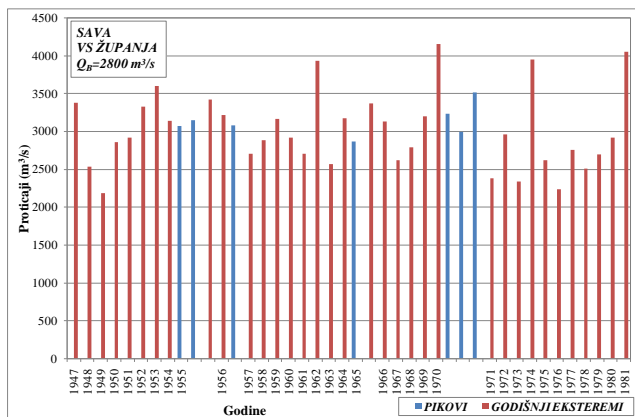
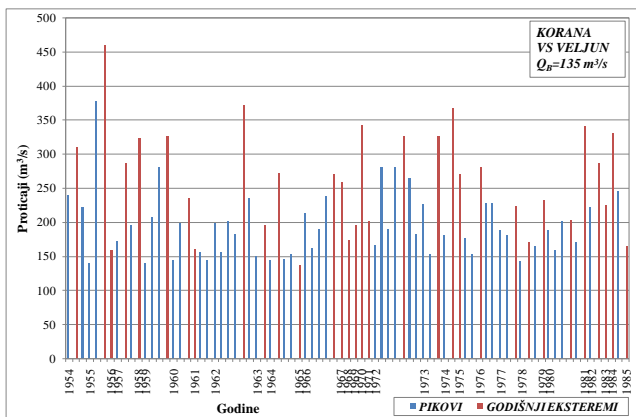
Koeficijent asimetrije:

$$c_s = \frac{N \sum_{i=1}^N (Q_i^{max} - Q_{sr})^3}{(N-1)(N-2)S_Q^3} \tag{9}$$

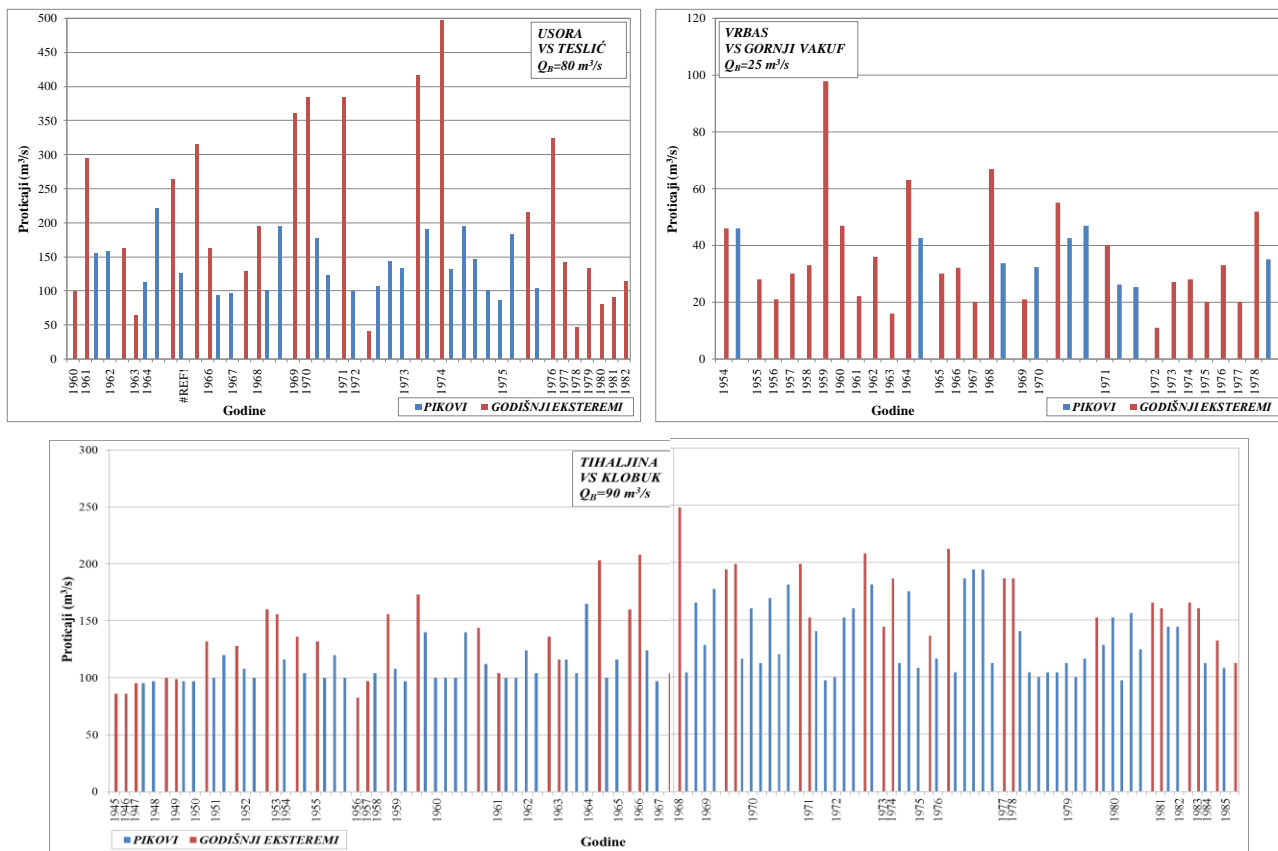
gdje je Q_i^{max} vrijednost slučajne promjenljive-maksimalni godišnji proticaj i -te godine, a N broj članova u uzorku (broj godina osmatranja).



Slika 2. Situativni položaj vodomjernih stanica sa ucrtanim slivovima osnovnog toka



Slika 3. Nizovi maksimalnih godišnjih proticaja i pikova na odabranim vodotocima



Slika 3. (nastavak) Nizovi maksimalnih godišnjih proticaja i pikova na odabranim vodotocima

Tabela 1. Statistike uzorka maksimalnih godišnjih proticaja na odabranim vodotocima

	<i>Vodotok</i>	<i>Korana</i>	<i>Sava</i>	<i>Usora</i>	<i>Vrbas</i>	<i>Tihaljina</i>	<i>Bosna*</i>
	<i>VS</i>	<i>Veljun</i>	<i>Županja</i>	<i>Teslić</i>	<i>G. Vakuf</i>	<i>Klobuk</i>	<i>Maglaj</i>
	<i>Površina sliva</i> <i>F_{sl} (km²)</i>	<i>1 105</i>	<i>6 891</i>	<i>465</i>	<i>208</i>	<i>461</i>	<i>6 540</i>
	<i>Broj godina</i> <i>osmatranja N</i>	<i>32</i>	<i>35</i>	<i>23</i>	<i>25</i>	<i>41</i>	<i>33</i>
<i>Originalni</i> <i>uzorak</i>	<i>Q_{sr}</i>	<i>264.9</i>	<i>3011.4</i>	<i>201.3</i>	<i>35.8</i>	<i>148.6</i>	<i>1037</i>
	<i>S_Q</i>	<i>75.8</i>	<i>500.1</i>	<i>127.5</i>	<i>19.1</i>	<i>39.9</i>	<i>440.8</i>
	<i>c_v</i>	<i>0.358</i>	<i>0.594</i>	<i>0.690</i>	<i>1.475</i>	<i>0.246</i>	<i>0.425</i>
	<i>c_s</i>	<i>0.286</i>	<i>0.166</i>	<i>0.633</i>	<i>0.534</i>	<i>0.268</i>	<i>1.387</i>
<i>Logaritamski</i> <i>uzorak</i>	<i>y_{sr}</i>	<i>2.405</i>	<i>3.473</i>	<i>2.208</i>	<i>1.501</i>	<i>2.156</i>	<i>2.982</i>
	<i>S_y</i>	<i>0.127</i>	<i>0.071</i>	<i>0.301</i>	<i>0.212</i>	<i>0.121</i>	<i>0.172</i>
	<i>c_v</i>	<i>-0.172</i>	<i>0.245</i>	<i>-0.227</i>	<i>0.207</i>	<i>-0.265</i>	<i>0.057</i>
	<i>c_s</i>	<i>0.053</i>	<i>0.020</i>	<i>0.136</i>	<i>0.142</i>	<i>0.056</i>	<i>0.309</i>

* Podaci preuzeti iz [8]

3.2. Testiranje saglasnosti empirijske i teorijskih funkcija raspodjele

Na osnovu izračunatih statistika maksimalnih godišnjih proticaja određeni su parametri pet funkcija raspodjele koje se u hidrologiji uobičajeno koriste a to su: normalna (Gausova), log-normalna (Galtonova), Pirson III, log-Pirson III i Gumbelova funkcija raspodjele. Kojom od navedenih teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće će se opisati uzorak zavisi od dobrote prilagodavanja teorijske empirijskoj funkcije raspodjele vjerovatnoće. Za testiranje saglasnosti korišten je test Kolmogorova koji se zasniva na provjeri da li je maksimalna razlika ili maksimalno odstupanje između teorijske i empirijske funkcije data kao

$$D_N = \max |\Phi_e(Q_i) - \Phi_i(Q_i)| \quad (10)$$

za $i = 1, 2, \dots, n$; $-\infty < x < \infty$

dovoljno mala (uz prihvatljiv stepen rizika α), što implicira da se teorijska funkcija raspodjele $\Phi_i(Q)$ dobro prilagođava uzorku slučajne promjenljive-maksimalnog godišnjeg proticaja, pa se prihvata hipoteza H_0 kojom se tvrdi da uzorak obima N sa empirijskom funkcijom raspodjele $\Phi_e(Q)$ pripada populaciji čija je neprekidna funkcija raspodjele $\Phi_i(Q)$. Ukoliko to nije slučaj, tj. ako je ta razlika prevelika, prihvata se alternativna hipoteza H_a , što znači da se teorijska funkcija raspodjele $\Phi_i(Q)$ ne prilagođava datom uzorku slučajne promjenljive. U tom slučaju može se, kao rješenje, izabrati neki drugi tip teorijske funkcije raspodjele pa čitav postupak testiranja ponoviti.

Raspodjela veličine D_N , ako je ispunjena hipoteza H_0 i pri dovoljno velikom broju uzoraka, ne zavisi od oblika funkcije $\Phi_i(Q)$ populacije kojoj pripada uzorak. U teoriji statistike (prema Kolmogorovu) postoji teorema da vjerovatnoća slučajne promjenljive ($D_N \sqrt{N}$) neće biti veća od zadanog broja λ , tj. ima graničnu funkciju raspodjele

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(\lambda) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(D_N \sqrt{N} \leq \lambda) = F(\lambda) \quad (11)$$

gdje je N broj članova uzorka. ili

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(\lambda) = \lim_{N \rightarrow \infty} P(D_N \leq \frac{\lambda}{\sqrt{N}}) = F(\lambda) \quad (12)$$

za svako $\lambda > 0$. i

$$F(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda^2} \quad (13)$$

U praksi kod testiranja saglasnosti empirijske i teorijske funkcije raspodjele obično se upoređuju vrijednosti D_N i kritična vrijednost D_0 tako da je:

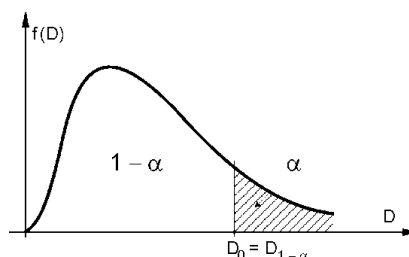
$$P[\max |F_e(x) - F_i(x)| \geq D_0] = \alpha \quad (14)$$

Kada je zadovoljena relacija:

$$P[D_N \leq D_0] = P[D_N \leq D_{1-\alpha}] = 1 - \alpha \quad (15)$$

znači da je najveća razlika D_N relativno mala jer je manja od neke kritične vrijednosti $D_{1-\alpha}$ za koeficijent rizika α (za koji se u hidrološkoj praksi obično uzima 5%).

Koristeći izraz (10) određene su maksimalne razlike empirijske i teorijskih funkcija raspodjele (tabela 2) koje su upoređene sa kritičnom vrijednosti D_0 (koji je funkcija obima uzorka i koeficijenta rizika α), kako bi se ocijenilo kojem regionu pripada, tj. da li se prihvata nulta hipoteza ili se odbacuje.



Slika 4. Region odbacivanja hipoteze H_0 za usvojeni koeficijent rizika α [7]

Tabela 2. Vrijednosti apsolutnih razlika empirijske i teorijskih funkcija raspodjele vjerovatnoće i kritična vrijednost D_0 za $\alpha = 5\%$

Vodotok (Vodomjerna stanica)	Teorijske funkcije raspodjele					D_0 (%)
	norm	l-norm	P III	l-P III	Gumbel	
Korana (VS Veljun)	9.24	9.69	8.93	9.44	11.34	23
Sava (VS Županja)	10.03	7.06	6.57	6.34	7.74	23
Usora (VS Teslić)	15.97	9.94	11.95	9.73	10.37	26
Vrbas (VS Gornji Vakuf)	17.44	8.24	8.16	7.56	10.85	26
Tihaljina (VS Klobuk)	8.23*	8.88	8.54	8.68	11.91	19

Sve navedene teorijske funkcije zadovoljavaju test Kolmogorova za usvojeni koeficijent rizika 5%. U konačnici, usvojene su one funkcije koje imaju najmanje apsolutno odstupanje od empirijske funkcije izuzev u slučaju rijeke Tihaljine kod koje se, prema testu Kolmogorova, normalna raspodjela najbolje prilagođava empirijskoj. Međutim, obzirom da se log-Pirson III raspodjela po istom testu gotovo podjednako dobro prilagođava i zbog činjenice da u domenu velikih voda većeg povratnog perioda log-Pirson III funkcija pokazuje bolje prilagođavanje, za dalje analize usvojena log-Pirson III raspodjela.

3.3. Određivanje intervala povjerenja maksimalnih godišnjih proticaja određenog povratnog perioda javljanja

Nakon odabira teorijske funkcije raspodjele koja se najbolje prilagođava empirijskoj određene su vrijednosti fraktila kao [8]:

$$Q_T = Q_{sr} + K_p(T) \cdot S_Q \quad (16)$$

te gornja granica 95% intervala povjerenja prema izrazu [8]:

$$Q_T^g = Q_T + z_{1-\tau/2} S_{G_T} \quad (17)$$

gdje je Q_T vrijednost fraktila, Q_{sr} srednja vrijednost, S_Q standardna devijacija, $K_p(T)$ faktor frekvencije za odabranu teorijsku funkciju raspodjele i povratni period T , $z_{1-\tau/2}$ vrijednost standardizovane normalne promjenljive za odabrani koeficijent sigurnosti (nivo povjerenja) od $(1-\tau/2)$, odnosno vrijednost standardizovane normalne promjenljive z za vjerovatnoću [8]:

$$P[Z \leq z] = F(z) = 1 - \tau/2 \quad (18)$$

Prema ovom empirijskom metodi, standardna greška procjene za slučajnu promjenljivu datog povratnog perioda T , računa se pomoću sljedećeg izraza [8]:

$$S_{G_T} = \delta_T \left(\frac{S^2}{N} \right)^{1/2} \quad (19)$$

gdje je parametar δ_T funkcija faktora frekvencije $K_p(T)$ i određenog broja statističkih momenata (zavisno od primjenjene teoretske funkcije raspodjele

Određivanje parametra δ_T pokazan je za Pirson III funkciju obzirom da je test Kolmogorova pokazao da se najbolje prilagođava empirijskoj funkciji raspodjele [7].

$$\delta_T = \left\{ \begin{aligned} &1 + K_p(T)c_s + \frac{K_p(T)^2}{2} \left[\frac{3c_s^2}{4} + 1 \right] + \\ &+ 3K_p(T) \frac{\partial K_p(T)}{\partial c_s} \left[c_s + \frac{3c_s^3}{4} \right] + \\ &+ 3 \left(\frac{\partial K_p(T)}{\partial c_s} \right)^2 \left[2 + 3c_s^2 + \frac{5c_s^4}{8} \right] \end{aligned} \right\}^{1/2} \quad (20)$$

$$\frac{\partial K_p(T)}{\partial c_s} \cong \frac{z^2 - 1}{6} + \frac{4(z^3 - 6z)}{6^3} c_s - \frac{3(z^2 - 1)}{6^3} c_s^2 + \frac{4z}{6^4} c_s^3 - \frac{10}{6^6} c_s^4 \quad (21)$$

gdje je c_s koeficijent asimetrije uzorka, a $K_p(T)$ faktor frekvencije za Pirson III raspodjelu koji se računa prema formuli [7]:

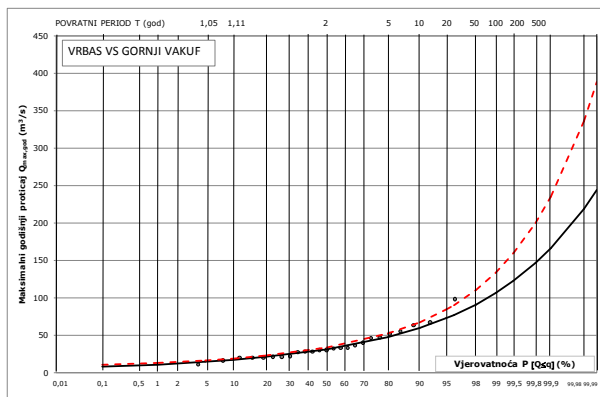
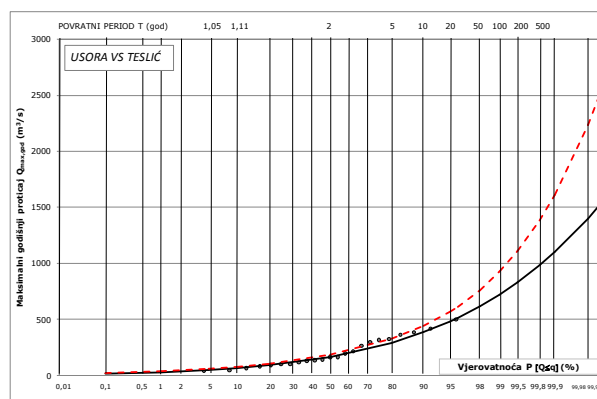
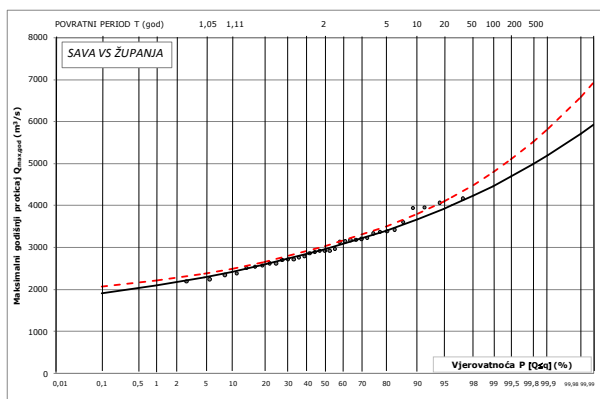
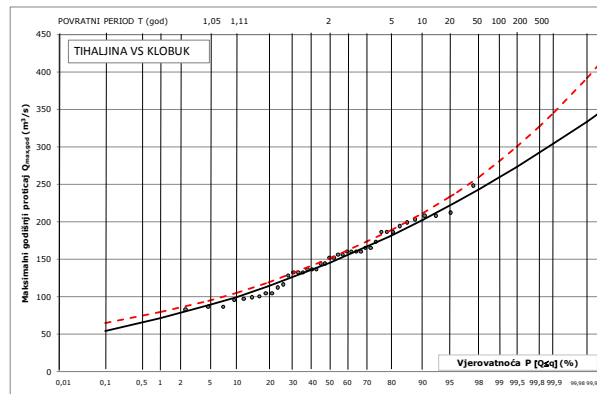
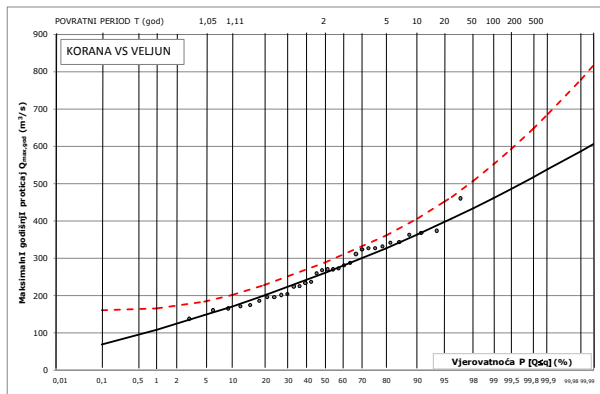
$$K_p(T) \cong z + (z^2 - 1) \frac{c_s}{6} + \frac{1}{3} (z^3 - 6z) \left(\frac{c_s}{6} \right)^2 - (z^2 - 1) \left(\frac{c_s}{6} \right)^3 + z \left(\frac{c_s}{6} \right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{c_s}{6} \right)^5 \quad (22)$$

gdje je z vrijednost normalne standardizovane promjenljive za odabrani povratni period T .

Standardna greška procjene za log-Pirson III raspodjelu $S_{G_T}^y$ ($y = \log(x)$) može se sračunati prema istim formulama kao i za Pirson III raspodjelu ali uvrštavajući vrijednosti standardne devijacije S_y i koeficijente asimetrije logaritamskog uzorka $c_{s,y}$, odnosno slučajne promjenljive $y = \log(x)$.

3. METODA PIKOVA

Metoda pikova spada u red mlađih metoda za analizu ekstremnih vrijednosti i zasniva se na primjeni Makovljevog procesa obnavljanja [18]. Teorijsku osnovu za metodu postavio je Todorović (1970), a značajan doprinos dao je Zelenhasić (1970).



Slika 5. Empirijska, usvojena teorijska funkcija raspodjele i gornja granica 95% intervala povjerenja maksimalnih godišnjih proticaja na odabranim vodomjernim stanicama

Kod analize velikih voda po metodi godišnjih ekstrema uzorak maksimalnih proticaja formira se tako što se iz jedne godine uzima samo jedan ekstremni podatak, dok se svi ostali podaci odbacuju, što je i osnovna zamjerka ovoj metodi. Jasno da odabrani ekstrem u jednoj godini može biti nekoliko puta prevaziđen u drugoj godini, a po teoriji ekstrema ti podaci se odbacuju čime se dobiva manji uzorak maksimalnih proticaja za statističku analizu i tako gube dragocjene informacije koje bi mogli da daju i ostali opaženi proticaji. Navedeni nedostatak metode godišnjih ekstrema eliminiše metoda pi-

kova koja uzima u obzir sve ekstremne vrijednosti hidroloških slučajnih veličina koje nadmašuju neku uslovnu uzetu granicu (*baznu vrijednost* ili *prag* Q_B). Prednost ove metode je što može pružiti i neke dodatne informacije pri analizi pojava maksimalnih godišnjih proticaja kao što su raspodjele broja javljanja pikova, raspodjela visine pikova itd [2, 14, 16]. Zbog toga, na profilima kratkih osmatranja prednost bi trebalo dati metodi pikova. Prema [2], za serije kraće od 14 godina bolje rezultate daje metoda pikova u odnosu na metodu godišnjih ekstrema.

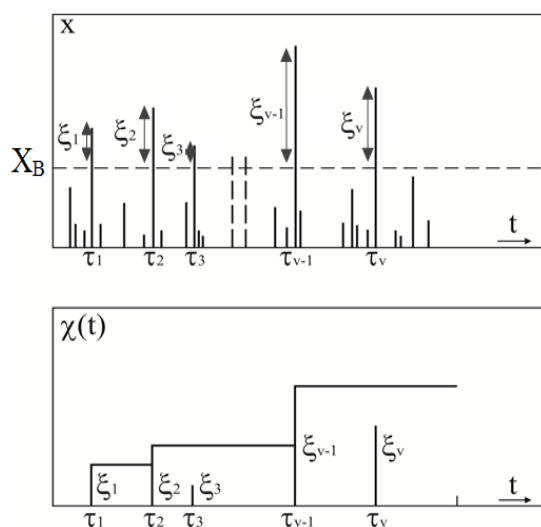
Analizira se pojava vrijednosti maksimalnih proticaja X koje su veće od neke vrijednosti x_B u vremenskom intervalu $(0, t)$ - na primjer godina dana. Ta pojava je tipičan slučajni proces jer se ne može sa sigurnošću predvidjeti koje će se godine javiti neka određena vrijednost.

Taj slučajni proces je definisan izrazom [8]:

$$\chi(t) = \max \{ \xi_\nu \} \quad \text{gdje je } \xi = X - x_B \quad (23)$$

$$\tau_\nu \leq t, \quad \nu = 1, \dots, \eta_t$$

Jedna od mogućih realizacija ovog slučajnog procesa prikazana je na slici 6. Na gornjem dijelu slike 6 prikazan je hronološki dijagram slučajne promjenljive X , odnosno proticaja registrovanih na primjer u godini dana. Iz slike se uočava da je registrovano ν vrijednosti slučajne promjenljive X koje su veće od bazne vrijednosti x_B . Pojava prve vrijednosti veće od x_B sa visinom pika $\xi_1 = x_1 - x_B$ zabilježena je u trenutku τ_1 , druge vrijednosti x_2 u trenutku, a ν -te vrijednosti x_ν , sa visinom pika ξ_ν u trenutku τ_ν .



Slika 6. Ilustracija slučajnog procesa $\chi(t)$

Na donjem dijelu slike 6 prikazana je zavisnost slučajnog procesa $\chi(t)$ pri realizaciji sa dijagrama na gornjem dijelu slike. S obzirom da $\chi(t)$ predstavlja maksimalnu vrijednost visine veličina $\chi(t)$ u intervalu $(0, \tau_i)$ jednaka je ξ_i . U intervalu $(0, \tau_2)$ iznosi ξ_2 .

Pošto je $\xi_2 > \xi_3$, u intervalu $(0, \tau_3)$ iznosi takođe ξ_2 , pošto je ξ_2 maksimalna vrijednost od tri registrovane vrijednosti pikova. Vrijednost $\chi(t)$ za ukupni posmatrani interval $(0, t)$, recimo godinu dana, prema slici 6 iznosi $\xi_{\nu-1}$, pošto je to maksimalna vrijednost od svih visina pikova.

Pojava maksimalnih vrijednosti ekstremnih proticaja (x) u intervalu $(0, t)$, se opisuje pomoću funkcije raspodjele:

$$F_t(x) = P[X(t) \leq x] \quad (24)$$

Da bi se ova funkcija raspodjele mogla izračunati, neophodno je da se analiziraju dvije slučajne promjenljive:

- broj javljanja ekstrema većih od x_B u vremenskom intervalu $(0, t)$.
- visine pikova (ekstrema većih od izabrane bazne vrijednosti x_B).

3.4. Broj javljanja pikova u vremenu

Broj javljanja pikova η u vremenskom intervalu $(0, t)$ je slučajna veličina čije vrijednosti mogu biti 0, 1, 2, ..., pa shodno tome ima raspodjelu vjerovatnoće:

$$P\{\eta = k\} = p_k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Ako se posmatra serija pikova za N godina, onda je $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ broj pikova u svakoj godini, a ukupan broj pikova tokom N godina je $M = \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_N$.

Srednja (očekivana) vrijednost i varijansa broja pikova su:

$$E(\eta) = \bar{\eta} = \lambda = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i = \frac{M}{N}; \quad (26)$$

$$\text{Var}(\eta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \bar{\eta})^2 \quad (27)$$

Zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, t)$ definisan je izrazom:

$$p_\nu(t) = P[\eta = \nu] \quad (28)$$

Uzimajući u obzir da je fenomen broja javljanja pikova markovski proces diskretnog tipa, te uvodeći pojam funkcije vremenskog intenziteta javljanja pikova $\lambda(t, \nu)$, zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova se može izraziti zavisno od oblika funkcije $\lambda(t, \nu)$. Tako se za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom:

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \quad (29)$$

zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova može se izraziti sa:

$$p_\nu(t) = e^{-\lambda(t)} \frac{[\lambda(t)]^\nu}{\nu!} \quad (30)$$

što predstavlja Poasonov zakon raspodjele vjerovatnoće sa promjenljivim parametrom $\lambda(t)$ koji predstavlja prosječan broj javljanja pikova u vremenskom intervalu $(0, t)$.

Očekivana vrijednost broja javljanja pikova $E(\eta)$ i njegova varijansa $Var(\eta)$ iznose:

$$E(\eta) = \lambda(t), \quad Var(\eta) = \lambda(t) \quad (31)$$

U inženjerskoj praksi ova osobina Poasonove raspodjele koristi se za odabir praga budući da se variranjem praga x_B može izabrati prag pri kojem je broj javljanja pikova raspodjeljen po Poasonovom zakonu tj kada je $Var(\eta)/E(\eta) = 1$ (što slijedi iz jednačine 31). U praktičnim proračunima Poasonova raspodjela može se usvojiti ako je [8, 14, 19]:

$$0.8 < Var(\eta) / E(\eta) < 1.2$$

Vrijednosti koje čine niz pikova moraju biti nezavisni što znači da se ne mogu uzeti proticaji iz dva, pa i više uzastopnih dana, jer pripadaju istom hidrološkom događaju. Niz pikova se sastoji od različitog broja podataka za svaku godinu, zbog čega raspodjela niza pikova nije direktno uporediva sa raspodjelom odgovarajućeg niza godišnjih ekstrema.

Za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom [17]:

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \left(1 + \frac{\nu}{a}\right) \quad (32)$$

gdje je parametar a pozitivan, zakon gustine raspodjele broja pikova izražava se sa [17]:

$$p_\nu(t) = \frac{\Gamma(\nu + a)}{\Gamma(\nu + 1)\Gamma(a)} (1 - e^{-\lambda/a})^\nu e^{-\lambda} \quad (33)$$

i predstavlja tzv. *negativni binomni zakon raspodjele vjerovatnoće*.

Za funkciju intenziteta javljanja pikova u vremenu sa oblikom [17]

$$\lambda(t, \nu) = \lambda(t) \left(1 - \frac{\nu}{b}\right) \quad (34)$$

gdje je parametar b pozitivan, zakon gustine raspodjele vjerovatnoće broja javljanja pikova izražava se sa [17]:

$$p_\nu(t) = \frac{\Gamma(b + 1)}{\nu! \Gamma(b + 1 - \nu)} (e^{-\lambda/b} - 1)^\nu e^{-\lambda} \quad (35)$$

Izraz (35) predstavlja *binomni zakon raspodjele vjerovatnoće*.

Istraživanja pojedinih autora daju prednost Poasonovoj raspodjeli nad drugima. Prema [2], prvi izbor za modeliranje učestalosti pikova je upravo Poasonova raspodjela, dok prema [13] izbor funkcije ne utiče na konačni rezultat.

Radi ilustracije primjene metode pikova, odnosno odabira praga $x_B = Q_B$, dat je primjer izbora praga za rijeku Koranu na VS Veljun za period 1954.-1985. godina.

Analiza je obavljena za sedam pretpostavljenih baznih vrijednosti praga 100 do 150 m³/s, a konačan odabir izvršen je variranjem praga Q_B pri kojem je broj javljanja pikova raspodjeljen po Poasonovom zakonu (tabela 3), te je odabrana ona vrijednost praga za koju je odnos varijanse i srednjeg broja javljanja pikova u godini približno jednak 1.

Osnovni nedostatak metode pikova je upravo u odabiru vrijednosti praga koji je subjektivan. Preporuka je da se odabere što niža vrijednost, kako bi se u obzir uzeo što

veći broj pikova i odredili pouzdani parametri [2], ali se pri tome ne smije narušiti osnovna pretpostavka o nezavisnosti među pikovima. Preporuke o načinu odabira praga te ispitivanje nezavisnosti mogu se naći u [2].

Tabela 3. Statistike broja javljanja pikova i visine pikova na Korani VS Klobuk (1954-1985)

Q_B	M	$E(\eta)$	$Var(\eta)$	$Var(\eta)/E(\eta)$	$E(\xi)$	$C_{v\xi}$	$C_{s\xi}$
100	90	2.812	3.277	1.165	113.43	0.633	1.027
110	90	2.812	3.277	1.165	103.43	0.694	1.027
120	89	2.781	3.358	1.208	94.56	0.755	1.040
130	87	2.719	3.077	1.132	86.67	0.818	1.051
135	81	2.53	2.58	1.02	87.84	0.956	0.792
140	78	2.44	2.64	1.08	86.06	0.887	0.800
150	73	2.28	2.53	1.11	81.67	0.764	0.828

3.5. Funkcija raspodjele visine pikova

Iz izraza za srednju vrijednost broja javljanja pikova datog jednačinom (35) slijedi da se tokom N godina osmatranja registruje $M = \lambda N$ vrijednosti slučajne promjenljive Q čije su vrijednosti veće od praga Q_B . Te vrijednosti (prekoračenja) su nazvane pikovi i njihova visina je definisana izrazom $\xi = Q - Q_B$ (Slika 6).

Uređivanjem podataka o visini pikova po veličini obrazuje se statistički niz realizacija slučajne promjenljive

$$\Xi: \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_M$$

pri čemu je:

$$\xi_1 \leq \xi_2 \leq \dots \leq \xi_i \leq \dots \leq \xi_M$$

koja omogućava računanje empirijske funkcije raspodjele vjerovatnoće pomoću izraza:

$$H_e(\xi) = P[\Xi \leq \xi] = \frac{m}{M+1} \quad (36)$$

gdje je m pozicija slučajne promjenljive u uređenom uzorku, a M ukupan broj pikova.

Teorijska funkcija raspodjele visine pikova definisana je izrazom:

$$H(\xi) = P[\Xi \leq \xi], \quad (37)$$

odnosno

$$\Phi(\xi) = P[\Xi \geq \xi] = 1 - H(\xi). \quad (38)$$

Za ove slučajne promjenljive preporučljivo je koristiti jednoparametarske ili dvoparametarske raspodjele, kako konačna raspodjela na bi imala više od četiri parametra [18].

Iskustva sa primjenom metode pikova pri analizi maksimalnih vrijednosti slučajne promjenljive pokazala su da se pri analizi statističkih serija visne pikova mogu uspješno primjeniti Vejbulova raspodjela, Gudričova, Pareto, te dvoparametarska log-normalna raspodjela [6]. U ovom radu visina pikova je opisana Vejbulom teorijskom funkcijom koja se izražava kao [17]:

$$H(\xi) = 1 - e^{-\left(\frac{\xi}{b}\right)^a} \quad (39)$$

Vrijednosti nepoznatih parametara a i b određuju se iz sljedeće dvije jednačine koje daju izraze za računanje srednje vrijednosti visine pikova $\bar{\xi}$ i odgovarajućeg koeficijenta varijacije $c_{v\xi}$:

$$\bar{\xi} = b \cdot \Gamma_1; \quad c_{v\xi} = \frac{\sqrt{\Gamma_2 - \Gamma_1^2}}{\Gamma_1} \quad (40)$$

Na osnovu sračunatih parametara a i b bilo je moguće sračunati vrijednosti kumulativne funkcije raspodjele vjerovatnoće visine pikova $\Phi(\xi) = 1 - H(\xi)$ uz pretpostavku da se raspodjela visina pikova dobro prilagođava Vejbulovoj dvoparametarskoj raspodjeli.

Sračunate statistike broja javljanja pikova i visine pikova prikazani su u Tabeli 4, a funkcija raspodjele visine pikova prikazana je na slici 7 (lijevo) skupa sa empirijskom funkcijom raspodjele vjerovatnoće.

Tabela 4. Statistike broja javljanja pikova i visine pikova na odabranim vodotocima

VODOTOK VS	N	M	Q_B (m^3/s)	UČESTALOST PIKOVA			STATISTIKA VISINA PIKOVA				Kof. Vejbulove 2-par raspodjele	
				$E(\eta)$	$Var(\eta)$	I_d	$E(\xi)$	$S(\xi)$	$Cv(\xi)$	$Cs(\xi)$	a	b
Korana VS Klobuk	32	78	135	2.53	2.58	1.02	87.8	69.6	0.792	87.84	1.270	94.65
Sava VS Županja	35	28	2800	0.80	0.81	1.01	473.2	370.65	0.783	1.132	1.286	511.263
Usora VS Teslić	23	41	90	1.78	1.81	1.02	92.6	98.65	1.065	1.564	0.940	90.038
Vrba VS G. Vakuf	25	26	25	1.04	1.04	1.00	15.8	16.18	1.023	2.053	0.978	15.661
Tihaljina VS Klobuk	41	114	95	2.78	2.98	1.07	38.2	34.32	0.897	0.895	1.116	39.824
Bosna VS Maglaj*	33	35	850	1.06	1.12	1.06	305	341	1.112	2.362	0.897	289.39

*Preuzeto iz [8]

3.6. Funkcija raspodjele ekstremnih vrijednosti

Pri primjeni metode pikova raspodjela broja javljanja pikova i visine pikova određuju se na osnovu podataka osmatranja za odabrani prag x_B . Parametri ove raspodjele definišu teorijsku funkciju raspodjele maksimalnih godišnjih proticaja koja se upoređuje sa empirijskom raspodjelom maksimalnih godišnjih vrijednosti. S obzirom da teorijska funkcija raspodjele maksimuma ne bi trebalo da ima više od tri [14] odnosno četiri parametra [18], cjelishodno je da raspodjele broja javljanja pikova i visine pikova budu jednoparametarske ili dvoparametarske [17]. U ovom radu odabran je Poason-Vejbulov model sa Poasonovom raspodjelom za broj javljanja pikova i dvoparametarskom Vejbulovom raspodjelom za visinu javljanja pikova, koji za raspodelu godišnjih maksimuma daje troparametarsku funkciju raspodjele.

Obzirom da je raspodjela visina pikova definisana Vejbulovom raspodjelom (jednačina 39), funkcija raspodjele ekstrema definisana je izrazom [17]:

$$F_t(x) = e^{-\lambda(t)[1-H(x)]} \quad (41)$$

Odnosno

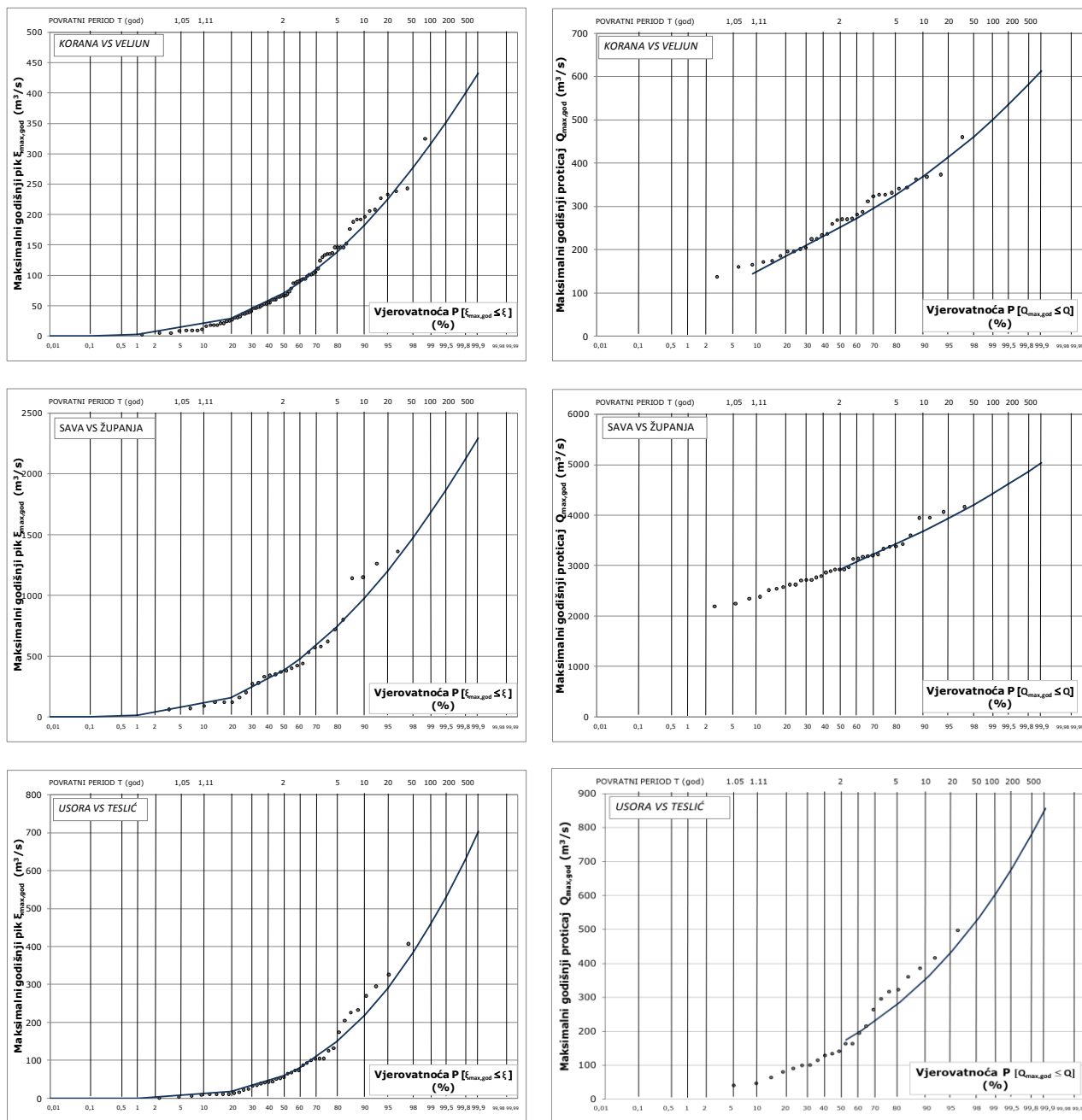
$$\Phi_t(x) = 1 - e^{-\lambda(t)[1-H(x)]} \quad (42)$$

Korištenjem funkcije (41) ujedno je omogućeno da se na osnovu niza ekstremnih vrijednosti (većeg od broja godina) dobije veza koja omogućuje definisanje povratnog perioda $T(x)$ u godinama:

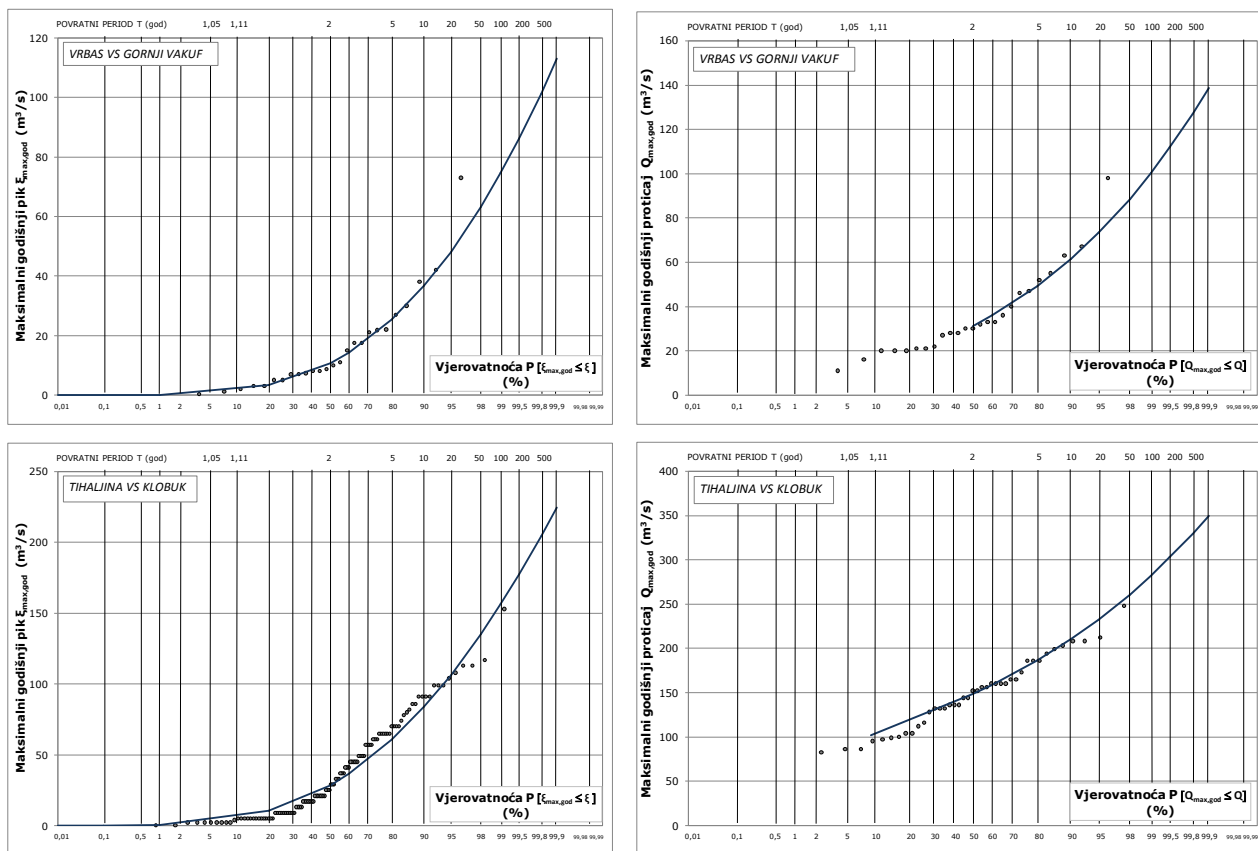
$$T(x) = \frac{1}{1 - F_t(x)} \quad (43)$$

što znači da se prosečno jedanput u T godina može očekivati vrijednost x_T ili veća od nje.

Na osnovu izraza (42) izvršen je proračun teorijske funkcije raspodjele maksimalnih proticaja za sve istraživane vodotoke. Vrijednosti dobivenih proticaja date su u tabeli 5, a grafički prikaz kumulativnih funkcija raspodjele vjerovatnoće $\Phi(Q)$ na slici 7 lijevo.



Slika 7. Lijevo empirijska i teorijska Poasonova funkcija raspodjele visine pikova ξ . Desno empirijska i teorijska funkcija raspodjele maksimalnih godišnjih proticaja $Q_{\max, \text{god}}$ po metodi pikova (model Poason-Vejbul)



Slika 7 (nastavak). Lijevo empirijska i teorijska Poasonova funkcija raspodjele visine pikova ξ . Desno empirijska i teorijska funkcija raspodjele maksimalnih godišnjih proticaja $Q_{\max.\text{god}}$ po metodi pikova (model Poason-Vejbul)

4. POREĐENJE REZULTATA PRORČUNA MAKSIMALNIH GODIŠNJIH PROTICAJA PRIMJENJENIM METODAMA

U ovom radu za definisanje velikih voda su korištene probablističke (statističke) metode. Ove metode baziraju se na korištenju isključivo historijskih podataka o pojavi velikih voda koje se podvrgavaju statističkim analizama sa krajnjim ciljem konstrukcije funkcija raspodjele vjerovatnoće pojave velikih voda.

Prema mišljenju velikog broja hidrologa, kvantile funkcija raspodjele mogu biti dopuštene samo do povratnih perioda $T=(2-5) \cdot N$, gdje je N dužina raspoloživog niza [18]. To bi za BiH značilo da bi se za prosječnu dužinu niza 30 godina mogao definisati maksimalni proticaj najviše do povratnog perioda 150 godina. Prema mišljenju nekih hidrologa manjkavost kratkoće hidroloških nizova može se izbjeći upotrebom metode pikova koja analizira sve ekstremne vrijednosti koje nadmašuju neku uslovno uzetu granicu (prag), bez obzira koliko puta su se javile u godini dana.

U ovom radu dati su rezultati proračuna velikih voda po obje probablističke metode (metoda godišnjih ekstrema i metoda pikova) na sedam vodomjernih stanica sa površinama slivova od 200 do 6.891 km² i dužinama nizova od 16 do 41 godine, sa ciljem da se sagleda eventualna prednost metode pikova za dužine nizova maksimalnih proticaja koje se uobičajeno susreću u BiH.

Metodom godišnjih ekstrema tretirane su teorijske funkcije raspodjele koje se uobičajeno koriste u hidrološkoj praksi: normalna (Gausova), log-normalna (Galtonova), Pirson III, log-Pirson III te Gumbelova raspodjela. Parametri raspodjela procjenjeni su metodom konvencionalnih momenata koja daje dobre rezultate za uzorke manje asimetrije i kraćih osmatranja [2], a konačan odabir funkcije izvršen je na osnovu rezultata Kolmogorovljevog testa saglasnosti. Testiranjem saglasnosti može se zaključiti da se na odabranim vodotocima najbolje prilagođavanje empirijskoj funkciji ostvaruje troparametarskim funkcijama raspodjele (zbog izraženog koeficijenta varijacije) tj. log-Pirson III funkcijom ((Sava-VS

Županja, Usora-VS Teslić, Vrbas-VS Gornji Vakuf, Tihaljina-VS Klobuk), i Perason III (Korana-VS Veljun).

Iskustva sa primjenom metode pikova pri analizi maksimalnih vrijednosti slučajne promjenljive pokazala su da se pri analizi statističkih serija visne pikova mogu uspješno primijeniti Vejbulovala, Gudričova, te dvoparameterska log-normalna [6], i Pareto raspodjela. U ovom radu visina pikova je opisana Vejbulovom dvoparameterskom raspodjelom za koju se moglo vizuelno utvrditi da se dobro prilagođava empirijskoj funkciji, dok je za funkciju raspodjele broja javljanja pikova odabrana Poasonova raspodjela (obzirom na način odabira praga, tj.uslov $Var(\eta_i)/E(\eta_i)=1$).

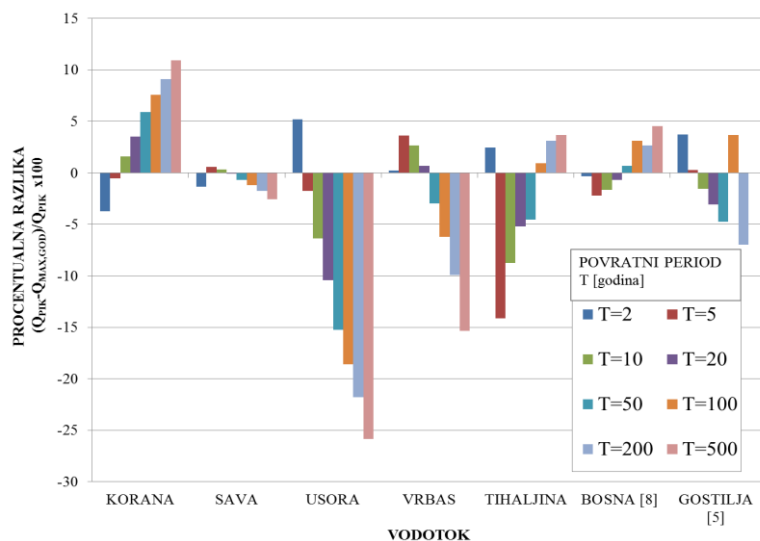
Rezultat proračuna maksimalnih godišnjih proticaja po obje primjenjene metode pokazani u tabeli 5 u kojoj su dodati rezultati sa dvije stanice preuzete iz literature [5] i [8], a procentualne razlike u vrijednostima proticaja između metode pikova i godišnjih ekstrema prikazana je na slici 8. Generalno se može reći da su razlike u rezultatima na većini stanica i sve razmatrane periode do 10 %, a do sličnih zaključaka se došlo i u analizi velikih voda na slivu rijeke Vrbas [11]. Razlike u rezultatima su veće za veće povratne periode, izuzev u slučaju VS Klobuk na rijeci Tihaljini (sa najvećom učestalosti pikova) gdje je najveće odstupanje 14% za $T=5$ godina dok za povrati period 100 godina ono iznosi 1%, a za 500 godina 4%. Značajnija odstupanja razmatrane dvije metode primjećuju se na VS Teslić na rijeci Usori.

Na rijeci Savi i Bosni, na odabranim vodomjernim stanicama čiji slivovi iznose preko 6500 km² i koje zbog veličine slivova nisu podložne učestalim varijacijama proticaja, broj pikova je najmanji. Moguće je da je ovo jedan od razloga najboljeg slaganja metode godišnjih ekstrema i pikova. U budućnosti bi bilo zanimljivo ispitati uticaj vrijednosti praga na konačan rezultat te primijeniti fleksibilniji Poason-Pareto model, budući da daje veće vrijednosti kvantila u odnosu na Poason-Vejbulov model, te se variranjem praga značajnije utiče na promjenu parametara oblika [14].

Sudeći prema dosadašnjim analizama velikih voda, moglo bi se zaključiti da primjena metode pikove ne pokazuje velike prednosti u odnosu na metodu godišnjih ekstrema. Naravno, ovakav sud je donesen na osnovu rezultata prikazanih u ovom radu i na vodomjernim stanicama u slivu rijeke Vrbas [11]. Do sličnih zaključaka se došlo i analizom velikih voda rijeke Drine na VS Paunci [14]. Eventualna prednost metode pikova u odnosu na metodu godišnjih ekstrema bi mogla biti u slučajevima kratkih nizova osmatranja i za procjene velikih voda manjih povratnih perioda [11], dok bi za rjeđe pojave metoda godišnjih ekstrema bila adekvatnija. Budući da su uzorci velikih voda uglavnom nesimetrični, predlaže se primjena troparametrskih funkcija raspodjele vjerovatnoće, a daljim istraživanjima bi se mogao ispitati uticaj metode procjene parametara (primjena L-momenata i metode maksimalne vjerodostojnosti) na konačni rezultat.

Tabela 5. Uporedne vrijednosti maksimalnih godišnjih proticaja određene metodama godišnjih ekstrema (Q_{max} , i proticaj sa gornje granice 95% intervala povjerenja $Q^{95\%}$) (Slika 5) i pikova (Slika 7 desno)

T	KORANA VS VELJUN			SAVA VS ŽUPANJA			USORA VS TESLIĆ			VRBAS VS GORNJI VAKUF			TIHALJINA VS KLOBUK			GOSTELJA VS ŽIVINICE (Fsl=210 km ²) N=16 godina [5]			BOSNA VS MAGLAJ [8]		
	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}	Q_{max}	$Q^{95\%}$	Q_{PIK}
2	260	289	251	2952	3027	145	145	145	175	31.2	34.0	31.2	145	151	148	32.0	37.3	33.2	964	1128	961
5	327	360	325	3399	3498	181	181	181	286	47.6	52.4	49.3	181	189	159	41.2	50.0	41.4	1354	1629	1325
10	364	406	370	3673	3804	202	202	202	362	59.9	67.4	61.5	202	212	186	47.1	58.5	46.4	1612	1984	1586
20	397	451	411	3924	4101	221	221	221	437	72.8	84.3	73.3	221	233	210	52.6	66.4	51.0	1859	2330	1846
50	435	508	462	4236	4492	243	243	243	534	91.3	110.4	88.7	243	260	233	59.5	76.6	56.8	2179	2781	2194
100	461	550	499	4464	4790	259	259	259	608	106.5	133.5	100.2	259	280	261	64.7	84.1	61.1	2420	3120	2416
200	486	592	534	4688	5093	273	273	273	683	122.9	159.8	111.8	273	300	282	69.7	91.5	65.2	2659	3459	2732
500	516	646	580	4980	5503	292	292	292	782	146.6	200.1	127.1	292	326	303				2953	3730	3093



Slika 8. Procentualna razlika maksimalnih godišnjih proticaja dobivenih po metodama pikova i godišnjih ekstrema na razmatranim vodomjernim stanicama i odabrane povratne periode

5. ZAKLJUČCI

Hidrotehnički sistemi i objekti se nalaze pod dejstvom prirodnih procesa koji imaju stohastički karakter sa veoma značajnim varijacijama u vremenu, te mogu biti ugroženi ovim procesima. Šta više, nedovoljna sigurnost samog objekta/sistema može da predstavlja i opasnost po materijalna dobra i stanovništvo bliskih regija.

Krajnji cilj statističkih analiza je pronalazak teorijske funkcije (modela) koji najbolje opisuje empirisku funkciju u domenu velikih voda. Pronalaskom adekvatne funkcije, moguća je njena ekstrapolacija izvan domena mjerenih proticaja i određivanje zahtijevanih kvantila. Ukoliko nijedna od prihvatljivih teorijskih funkcija ne može udovoljiti ovome cilju, praktično rješenje je usvajanje kvantila sa gornje granice intervala povjerenja. U radu su prikazane dvije statističke metode koje se na razmatranim vodomjernim stanicama u domenu velikih voda gotovo podjednako dobro prilagođavaju empirijskoj funkciji te za sve povratne periode daju bliske vrijednosti (do 10%, izuzev VS Teslić na rijeci Usori). Eventualna prednost metode pikova mogla bi biti procjene velikih voda kraćih povratnih perioda te za kraće nizove osmatranja, što bi trebalo računski dokazati, a to nije bio zadatak ovog rada.

Uporednim rezultatima primjene metode pikova i metode godišnjih ekstrema moguće je izvesti sljedeće preliminarne zaključke:

- na svim vodotocima gdje postoji zadovoljavajući nivo podataka za primjenu metode godišnjih ekstrema, moguće je primijeniti i metodu pikova,
- test Kolmogorova je potvrdio da svim stanicama odabranih pet funkcija raspodjele vjerovatnoće dobro opisuje empirijsku funkciju za usvojeno $\alpha=5\%$,
- najbolje slaganje sa empirijskom funkcijom postignuto je za troparametarske funkcije raspodjele vjerovatnoće (Pirson III i log-Pirson III);
- za metodu pragova, korišten je Poason-Vejbulov model (Poasonova raspodjela za broj javljanja pikova i dvoparametarska Vejbulovala raspodjela za visinu pikova) koji za maksimume daje troparametarsku funkciju raspodjele,
- na vodomjernim stanicama koje kontrolišu značajnije slivne površine, učestalost pikova je najmanja, a rezultati po obje metode i sve razmatrane povratne periode ne prelaze 5%,
- odstupanja u rezultatima ove dvije metode je veća za veće povratne periode, izuzev u slučaju VS Klobuk na rijeci Tihaljini,
- najveća odstupanja primjećena su na rijeci Usori VS Teslić i Vrbasu VS Gornji Vakuf na kojima se raspolagalo sa osmatranjima od 23 odnosno 25 godina respektivno.
- metoda pikova ne daje nužno veće vrijednosti od metode godišnjih ekstrema.

ZAHVALNOST

Ovaj rad je najvećim dijelom proizašao iz diplomskog rada Ajle Mulaomerović-Šeta iz Hidrologije, na Građevinskom fakultetu u Sarajevu, pod mentorstvom profesora Husne Hrelje, čijim su preranim odlaskom kolege sa fakulteta izgubile cijenjenog prijatelja, studenti uvaženog profesora, hidrotehnička praksa velikog stručnjaka, a autori ovog rada i više od toga. Dragi Profesore, zahvaljujemo što ste statistiku učinili zanimljivom, razumljivom i upotrebljivom. U nadi da na ovaj rad profesor Hrelja ne bi imao previše zamjerki, obavljujemo ga u čaopisu čiji je dugogodišnji član Redakcijskog kolegijuma i autor mnogih članaka i sam bio.

Autori se zahvaljuju recenzentima na pažljivom čitanju i konstruktivnim komentarima koji su doprinijeli poboljšanju ovog rada.

LITERATURA

- [1] Anđelić, M., Bonacci, O., Đorđević, N., Hrelja, H., i drugi (1986): Maksimalno vjerovatne velike vode, Jugoslovensko društvo za hidrologiju i Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
- [2] Bezak N., Mikoš M., Šraj M. (2014): Comparison between the peaks-over-threshold method and the annual maximum method for flood frequency analysis, *Hydrological Sciences Journal*. 59 (5), pp. 959-977.
- [3] Blagojević, B., Mihailović, V., Plavšić, J. (2014): Statistička analiza velikih voda na profilima hidroloških stanica: potreba za promenom pristupa, *Vodoprivreda*. 46 (1-6), pp.199-209.
- [4] Despotović, J., Čatović, S., Marjanović, S., Kapor, B.: Analiza velikih voda na hidrološkim stanicama u Srbiji, 16. Savetovanje SDHI i SDH, Donji Milanovac, Srbija
- [5] Fejzić, Đ. (2008): Mogućnosti i primjeri primjene metode pragova u hidrotehničkoj praksi, Seminarski rad na Građevinskom fakultetu u Sarajevu.
- [6] Hrelja, H. (1984): Analiza kiša kratkog trajanja za potrebe definiranja oticajna sa urbanih površina, Zavod za hidrotehniku Građevinskog fakulteta u Sarajevu, Sarajevo.
- [7] Hrelja, H. (2000): Vjerovatnoća i statistika u hidrologiji, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu.
- [8] Hrelja, H. (2007): Inženjerska hidrologija, Građevinski fakultet u Sarajevu.
- [9] JP za „Vodno područje slivova Jadranskog mora" Mostar i JP za "Vodno područje slivova rijeke Save" Sarajevo, (2003): Razvoj sistema hidrometeorološkog prognoziranja i ranog upozorenja na opasnost od poplava.
- [10] Mulaomerović, A. (2008): Usporedna analiza rezultata primjene metode godišnjih ekstrema i metode pragova u definiranju velikih voda Diplomski rad na Građevinskom fakultetu u Sarajevu.
- [11] Mulaomerović, A., Lazović, N., Hadžić, E., Milišić, H., Lozančić, Ž. (2018) Method of Annual Extreme and Peaks Over Threshold in Analysis of Maximum Discharge, 10. Dani BHAAAS u BiH, Jahorina
- [12] Pavlović D., Vukmirović V., Plavšić J., Despotović J. (2014): Metoda pikova jedan stohastički model zapremine prekoračenja,
- [13] Radičević, M., Jevremović, V., Plavšić, J., Pavlović D. (2015): Pisonov sistem raspodjela i njegova primena u hidrologiji, 17. Savetovanje SDHI i SDH Vršac, Srbija
- [14] Radić, Z., Mihailović, V., Plavšić, J. (2012): Usporedna analiza statističkih metoda za proračun velikih voda, 16. Savetovanje SDHI i SDH, Donji Milanovac, Srbija.
- [15] Radić, Z., Mihailović, V. (2010) Marginalne raspodele dnevnih proticaja na reprezentativnim profilima u Srbij, *Vodoprivreda* 42
- [16] Topalović, Ž., Plavšić, J. (2015): Praktični problemi određivanja mjerodavnih velikih voda za potrebe projektovanja sistema odbrane od poplava, 17. Savetovanje SDHI i SDH, Vršac, Srbija
- [17] Vukmirović, V. (1990): Analiza vjerovatnoće pojave hidroloških veličina, Građevinski fakultet Beograd i Naučna knjiga, Beograd.
- [18] Vukmirović V. (2010): Analiza kiša metodom parcijalnih serija, *Vodoprivreda* 42.
- [19] Vukmirović V., Petrović J. (1997): Flood flow analysis using renewal processes. In: Annual FRIEND-AMHY meeting, Thessaloniki, 1995;

- UNESCO IHP-V Technical Documents in Hydrology, No. 11.
- [20] Vukmirovic V., Vukmirovic N. (2017) Stochastic analysis of flood series, Hydrological Sciences Journal. 62 (11), pp. 1721-1735.
- [21] Zelenhasić, E. (1970): Theoretical probability distributions for flood peaks, Colorado State University Fort Collins, Colorado.<

METHOD OF ANNUAL EXTREME AND PEAKS OVER TRASHOLD IN ANALYSIS OF MAXIMUM DISCHARGE

by

Ajla MULAOMEROVIĆ-ŠETA, Emina HADŽIĆ, Nerma LAZOVIĆ, Hata MILIŠIĆ
Faculty of Civil Engineering University of Sarajevo, B&H

Summary

The comparative results of defining maximum discharge with a probabilistic approach are presented in the paper. Maximum discharge sre defined using two most commonly used methods that are of interest for the rational dimensioning of the corresponding types of hydrotechnical objects and systems: the method of annual extremes and the method of peaks / thresholds. The method of annual extrema treats the theoretical distribution functions commonly used in hydrological practice: Normal (Gaussian), Log-Normal (Galton), Pearson 3, Log-Pearson 3, and Gumbel's distribution, and the final selection of the function is based on the results of the Kolmogorov test, i.e. agreement of the empirical and theoretical probability distribution

functions. For the threshold method, a Poison-Weibull model with a Poisson distribution for the number of peak occurrence and a two-parameter Weibull's distribution for peaks was used, which for the maximum discharge gives a three-parametric distribution function. Comparative results of maximum discharge according to these methods are given to 7 water streams, ie catchment areas from 200 to almost 7000 km², and lengths of observation from 16 to 41 years.

Key words: flood waters; maximum discharge; probabilistic methods; method of annual extrema; peak / threshold method

Redigovano 6.11.2018.