

## IZBOR TEORIJSKE RASPODELE VEROVATNOĆA NA OSNOVU L-MOMENATA U PRORAČUNU POKAZATELJA METEOROLOŠKE I HIDROLOŠKE SUŠE

Vladislava MIHAJOVIĆ<sup>1)</sup> i Borislava BLAGOJEVIĆ<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Šumarski fakultet Univerziteta u Beogradu

<sup>2)</sup> Građevinsko-arkitektonski fakultet Univerziteta u Nišu

### REZIME

Analize sušnih perioda različitih tipova suše i njihovo međusobno povezivanje, sve više dobijaju na značajnosti. Proračun pokazatelja meteorološke SPI (Standardized Precipitation Index) i hidrološke suše SRI (Standardized Runoff Index) se sastoji iz više koraka, a najvažniji je određivanje teorijske raspodele koja se najbolje prilagodava mesečnim sumama padavina, odnosno protoka. Cilj rada je provera da li Gama raspodela, koja je vremenom prihvaćena i najčešće korišćena u metodologiji proračuna pokazatelja, zaista najbolje odgovara osmotrenim podacima. Zbog toga istražujemo mogućnost primene i nekih drugih dvoparametarskih i tropoparametarskih raspodela na 13 hidroloških stаница na prostoru sliva Južne Morave. Prihvatljivost raspodela ispitujemo za različite vremenske skale agregacije ulaznih podataka (1, 2, 3, 6, 12 i 24 meseca) i posmatramo ih po sezonskim godišnjim dobima. Kao kriterijum za određivanje mogućih raspodela koristimo dijagrame L-momenata. Od rezultata kao posebno interesantne izdvajamo i detaljno prikazujemo dijagrame L-momenata za skalu agregacije 3 meseca i za mesec maj. Razmatrane dve i tropoparametarske raspodele prema rangovima saglasnosti dajemo u sumarnoj tabeli prema sezonom - mesecima i za sve periode agregacije.

**Ključне reči:** meteorološka suša, hidrološka suša, SPI, SRI, raspodele verovatnoća, L-momenti, Južna Morava

### 1. UVOD

Za otkrivanje i analizu meteorološke suše, u svetskoj i domaćoj praksi je prihvaćen pokazatelj SPI (Standardized Precipitation Index) (McKee et al., 1993). Razlog za brzo prihvatanje i intenzivnu upotrebu ovog indeksa leži u njegovoj svestranosti i

jednostavnosti primene u operativnoj praksi – za proračun se kao ulazni podaci koriste samo mesečne sume padavina. Svestranost indeksa SPI ogleda se u uvidu u intenzitetu suša različitih trajanja (kratkoročne, sezonske ili višegodišnje), što se postiže izračunavanjem za više vremenskih skala agregacije (Mishra and Singh, 2010). U praksi se najčešće koriste vremenske skale 1, 3, 12 do 36 meseci. U želji da se i hidrološka suša ocenjuje na isti način, jedan od predloženih pokazatelja je i SRI (Standardized Runoff Index) (Shukla and Wood, 2008), kod koga su ulazni podaci srednji mesečni protoci. Procedure za proračun oba pokazatelja su praktično iste. Iako jednostavniji za praktičnu primenu, ovi pokazatelji proceduralno sadrže niz složenih teorijskih pitanja.

Ključna faza procedure proračuna pokazatelja je izbor teorijske raspodele koja se najbolje prilagođava mesečnim nizovima. Osnovni izvor neizvesnosti u proračunu SPI proističe upravo od atal (Cancelliere and Bonaccorso, 2009). Proračun se sprovodi na mesečnim nizovima u višegodišnjem periodu, tj. za svaki kalendarski mesec se generiše po jedan niz i za njega se određuje raspodela verovatnoća i njeni parametri. Imajući u vidu unutarnjeg varijacija mesečnih nizova, moguća su dva pristupa: (a) usvaja se ista raspodela za sve kalendarske mesece i za sve vremenske skale, sa parametrima koji variraju tokom godine; (b) raspodela se menja tokom godine, prema rezultatima testova. Ako se uzme u obzir da se SPI računa za 12 meseci i za više vremenskih skala, jasno je da se radi o obimnim proračunima. Zbog toga se u praksi najčešće promenjuje prvi pristup, tako što se (bez provere) usvaja gama raspodela. Najčešće predlagana alternativa gama raspodeli je Pirson 3, na osnovu istraživanja mogućnosti primene i drugih raspodela (Angelidis et al., 2012; Blain, 2012; Guttmann, 1999; Vicente-Serrano, 2006). Ju i Hašino (Yue and Hashino, 2007) su ispitivali veći broj dvojnih i tropoparametarskih raspodela za područje

Japana i zaključili da su najbolje rezultate pokazale raspodele Pirson 3 i log-Pirson 3, a da alternativa možda može biti troparametarska log-normalna raspodela.

Proticaji, zbog uticaja brojnih dodatnih faktora, pokazuju veću prostornu varijabilnost, u odnosu na klimatske faktore koji se koriste za izračunavanje pokazatelja suša. Samim tim postoji i velika raznolikost u izboru raspodela koje se najbolje prilagođavaju mesečnim nizovima proticaja (Vicente-Serrano *et al.*, 2012). Osim toga, proticaji pokazuju uvek veći koeficijent asimetrije nego padavine, tako da se autori uglavnom okreću troparametarskim raspodelama, prvenstveno opštoj raspodeli ekstremnih vrednosti, opštoj logističkoj i log-normalnoj (Lorenzo-Lacruz *et al.*, 2013; Kroll and Vogel, 2002; Vicente-Serrano *et al.*, 2012). Takođe je bitno i da rezultati istraživanja pokazuju da je teško usvojiti jedinstvenu raspodelu za sve stanice, zbog velike varijacije statističkih osobina mesečnih nizova (Vicente-Serrano *et al.*, 2012).

U ovom radu prikazujemo rezultate istraživanja primene različitih dvoparametarskih i troparametarskih raspodela u našim klimatskim uslovima – na prostoru sliva Južne Morave. Prema Gociću i Trajkoviću (2013, 2014), sliv u celini pripada jednom od tri identifikovana regiona za izučavanje suša, koji obuhvata područje centralne, istočne, južne i jugoistočne Srbije. Od dvoparametarskih raspodela, razmatramo: Pareto (GPA2), log normalnu (LN2), gama (GAM2) i Vejbull (W2), a od troparametarskih: opštu logističku (GLOG), opštu raspodelu ekstremnih vrednosti (GEV), Pirson3 (P3), log-Pirson 3 (LP3), Pareto (GPA), Vejbull (W3) i log-normalnu (LN3). Prihvatljivost raspodela ispitujemo za različite vremenske skale sumiranja ulaznih podataka (1, 2, 3, 6, 12 i 24 meseca) u skladu sa skalama koje primenjuje Republički Hidrometeorološki Zavod Srbije (RHMZS) i rezultatima prethodnih istraživanja (Blagojević *et al.*, 2013). Kao preliminarni kriterijum za određivanje mogućih raspodela koristimo dijagrame L-momenata. Na taj način, još jednom ukazujemo na određene prednosti i probleme pri korišćenju ovih dijagrama i u druge predložene svrhe (Blagojević *et al.*, 2014).

Ovo istraživanje je deo opširnije studije, čiji je cilj da se uspostavi veza između hidroloških i meteoroloških pokazatelja suše (Blagojević *et al.*, 2013), da bi se na osnovu operativnih podataka RHMZS o prognoziranim vrednostim SPI (RHMZS,-), dobijale vrednosti SRI i bliže određivale karakteristike hidrološke suše na našem području.

## 2. METODOLOGIJA

### 2.1 Standardizovan pokazatelj padavina (SPI)

SPI je meteorološki pokazatelj (McKee *et al.*, 1993), koji kvantificuje stanje vlažnosti na određenoj lokaciji ili površini. Kao ulazni podaci koriste se jedino mesečne sume padavina. Neka je  $X_{i,j}$  niz mesečnih padavina, zabeležen tokom  $N$  godina ( $i=1,2,\dots,N$ , a  $j=1,2,\dots,12$ ). Numerička vrednost pokazatelja SPI za godinu  $i$ , kalendarski mesec  $j$  i za vremensku skalu agregacije  $k$ , računa se u nekoliko faza (Paulo *et al.*, 2003): (1) formira se niz kumulativnih padavina po mesecima,  $Y_{i,j}^{(k)}$ , za određenu vremensku skalu, tako što se padavine u datom mesecu sabiraju sa padavinama iz prethodnih  $k-1$  meseci; (2) za svaki mesečni niz (januara, februara, itd.) određuje se „najbolja“ teorijska raspodela; (3) izračunavaju se vrednosti funkcije raspodele za svaki podatak iz mesečnih nizova; (4) raspodela se zatim transformiše u standardnu normalnu raspodelu (po principu jednakih verovatnoća) i tako se dobijaju vrednosti SPI za dati mesec. Vrednosti SPI su zapravo vrednosti standardizovane normalne promenljive, tako da SPI ima srednju vrednost nula i standardnu devijaciju jedan.

### 2.2 Standardizovan pokazatelj oticaja (SRI)

Pokazatelj hidrološke suše, SRI, proračunava se po istom principu kao SPI. Ulazna promenljiva su mesečni proticaji ili drugi pokazatelji izdašnosti sliva na izučavanom profilu, a računa se za iste vremenske skale kao i SPI. Ovaj indeks uključuje hidrološke aspekte suša i može predstavljati korisnu dopunu u izučavanju suše, paralelno sa SPI (Shukla and Wood, 2008).

### 2.3 Dijagrami L-momenata

Za identifikaciju odgovarajuće raspodele (ili nekoliko kandidata) ovde su korišćeni dijagrami bezdimenzionalnih  $L$ -momenata (Hosking, 1990), koji prikazuju vezu između  $LCv$  (koef.  $L$ -varijacije) i  $LCs$  ( $L$ -koef. asimetrije) za dvoparametarske, odnosno  $LCk$  ( $L$ -koef. spljoštenosti) i  $LCs$  za troparametarske raspodele. Osim vizuelne inspekcije dijagrama, kao mera saglasnosti uzoračkih i teorijskih vrednosti, može se uzeti i rastojanje (odносно srednje rastojanje) između tačaka dobijenih iz uzorka i odgovarajućih tačaka sa krive za teorijsku raspodelu. Ovde je računata srednja vrednost rastojanja, ponderisana za svaku stanicu prema dužini raspoloživog niza (Kroll and Vogel, 2002). Autori su ovu meru nazvali AWOD (Averaged Weighted Orthogonal Distance).

## 2.4 Podaci

Tabela 1 prikazuje osnovne podatke o stanicama odabranim za analizu. U skladu sa metodologijom opsežnije studije pokazatelja suše (Blagojević *et al.*, 2013), mesečne padavine su po metodi Tisenovih poligona transformisane u prostorne padavine na slivovima hidroloških stanica. Mesečni proticaji su transformisani u sloj oticaja (Texas A&M Research Foundation, 2007).

Tabela 1. Izučavano područje: hidrološke stanice sa područja sliva Južne Morave

R. br.	Hidrološka Stanica (HS)	Reka	Sliv	Površina sliva (km <sup>2</sup> )	PROTICAJI (Q)		PADAVINE (P)	
					Period	Broj godina	Period	Broj godina
1	Mojsinje	J. Morava	V. Morava	15390	1961-2014	53	1961-2008	48
2	Korvingrad	J. Morava	V. Morava	9396	1961-2014	53	1961-2008	48
3	Grdelica	J. Morava	V. Morava	3782	1961-2014	53	1961-2009	49
4	Tupalovce	Kozarska	J. Morava	98,1	1961-2014	53	1961-2009	49
5	Svođe	Vlasina	J. Morava	350	1961-2014	53	1961-2009	49
6	Pečenjevce	Jablanica	J. Morava	891	1961-2014	53	1961-2008	48
7	Niš	Nišava	J. Morava	3870	1961-2014	53	1961-2009	49
8	Bela Palanka	Nišava	J. Morava	3087	1961-2014	53	1961-2009	49
9	Pirot	Nišava	J. Morava	1745	1961-2014	53	1961-2009	49
10	Trnski Odorovci	Jerma	Nišava	557	1961-2014	53	1961-2014	54
11	Strazimirovce	Jerma	Nišava	95	1961-2014	53	1961-2009	49
12	Dimitrovgrad	Nišava	J. Morava	482	1961-2014	53	1961-2009	49
13	Doljevac	Toplica	J. Morava	2052	1961-2014	53	1961-2008	48

## 3. REZULTATI I DISKUSIJA

Rezultati istraživanja, i za padavine i za proticaje, prikazani su na dijagramima  $LCv$ - $LCs$  i  $LCK$ - $LCs$ , koji se koriste za izbor između dvoparametarskih, odnosno, tropoparametarskih raspodela. Na dijagrame su nanete empirijske vrednosti  $LCv$ ,  $LCs$  i  $LCK$  za sve razmatrane vremenske skale – periode agregacije, a odgovarajuće označke u legendi su prema dužini perioda sumiranja (KUM\_1 jednomesečne sume, KUM\_2 su dvomesečne, itd.). Za svaku izučavanu vremensku skalu ima po 12 tačaka, za 12 kalendarskih meseci.

Na slikama 1 (padavine) i 2 (proticaji) su za sve periode agregacije na dijagrame  $L$ -momenata naneti empirijski nizovi mesečnih  $LCs$  i  $LCv$  (odnosno  $LCK$ ), za HS Mojsinje. Rezultate smo posmatrali po sezonomama (jesen: septembar-novembar, zima: decembar-februar; proljeće: mart-maj; leto: jun-avgust), u skladu sa tendencijama analize različitih hidrometeoroloških karakteristika (npr. Stojković i sar., 2014). Zbog uštede prostora, ovde su prikazani dijagrami samo za prolećnu sezonu. Na slikama se uočava da je  $LCs$  za padavine vidno manji nego za proticaje. Kako se produžava period agregacije, tako se i  $LCs$  smanjuje, tako da kod padavina odlazi i

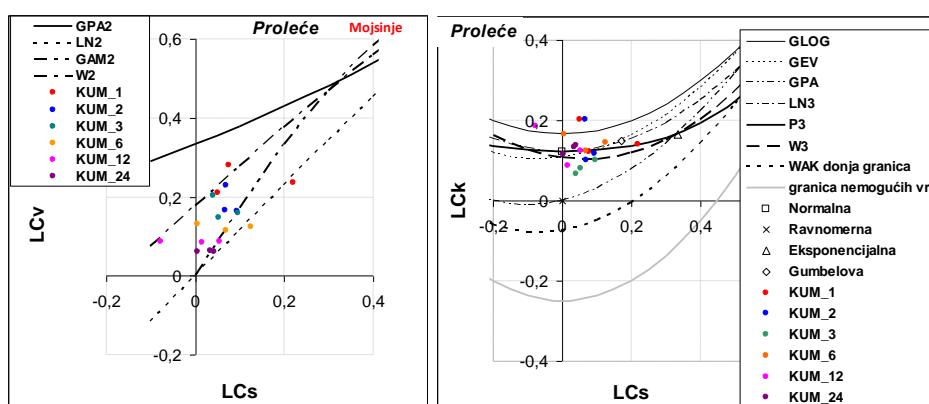
značajnije u negativne vrednosti. Za duže periode agregacije,  $LCv$  (pa i  $LCK$ ) mogu se smatrati konstantnim tokom godine. Čini se da vizuelna analiza dijagrama  $LCs$ - $LCK$  ne može biti od veće koristi za sužavanje izbora među tropoparametarskim raspodelama. Dijagrami  $LCs$ - $LCv$  su mnogo ilustrativniji. Vidi se da su kod padavina tačke u svim sezonomama dosta raspršene i ne može se doneti zaključak o pogodnosti neke od teorijskih raspodela. Ipak, tačke se uglavnom nalaze u prostoru između (i oko) teorijskih krivih za gama i Vejbulovu raspodelu. Kod proticaja su tačke izrazitije grupisane oko teorijskih krivih, a u proleće njihov nagib veoma dobro prati nagib teorijske krive za gama raspodelu. U ostale tri sezone (ovde nije prikazano), naročito za kraće vremenske skale agregacije, tačke prate teorijsku krivu za LN2 raspodelu.

Slike 3, 4, 5 i 6 ilustruju način izbora najbolje raspodele, koji se odvija po mesecima za svaku vremensku skalu. Zbog uštede u prostoru, prikazani su dijagrami  $L$ -momenata samo za tromesečne sume (oznaka KUM\_3) padavina (slike 3 i 4) i proticaja (slike 5 i 6), opet samo za prolećnu sezonu. Na dijagrame su, osim tačaka koje predstavljaju empirijske  $L$ -momente za svaku stanicu, nanete i prosečne vrednosti za sve stanice (plavi krstići).

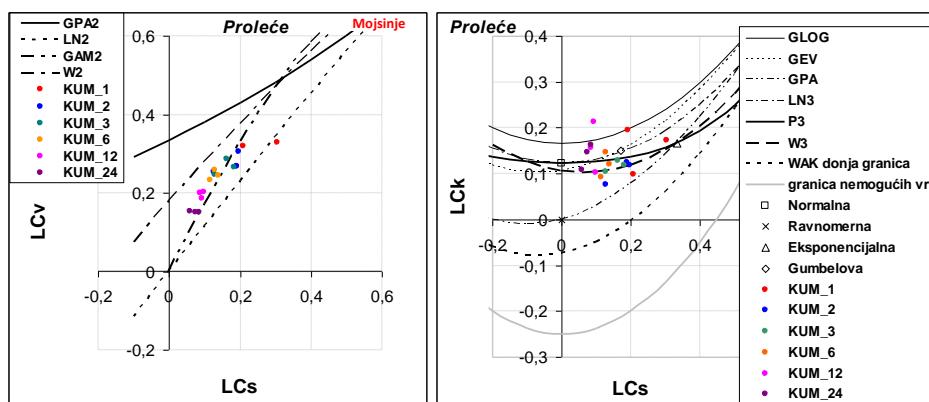
Slika 3 prikazuje dijagrame  $LCv-LCs$  za mart, april i maj, za padavine. Za mart, vidljivo je da je najbolja raspodela W2, za april GAM2, a u maju tačke se nalaze između teorijskih krivih za W2 i GAM2. Uopšte, kada se posmatraju ovakvi dijagrami za svih 12 meseci (ovde nije prikazano), tačke se uglavnom nalaze između krivih za GPA2 i LN2 raspodele. Tačnije, izbor treba napraviti između raspodela GAM2 i W2. Kod troparametarskih raspodela situacija nije očigledna, zbog velike varijabilnosti  $LCk$  tokom godišnjeg ciklusa, tako da se izbor ne može obaviti vizuelno. Kod proticaja, sa slike 5 (na kojoj se nalaze samo tri prolećna meseca), vidi se da u prolećnom periodu mart-jun, za tromesečnu skalu agregacije, izbor među dvoparametarskim raspodelama treba napraviti između GAM2 i W2. Međutim, u tri preostale sezone (ovde nije prikazano), LN2 je prvi izbor za tromesečne nizove proticaja. Dijagrami  $L$ -momenata za troparametarske raspodele (slika 6), kao i kod padavina, nisu od veće koristi, bez obzira na to koja se sezona posmatra.  $LCk$

varira u još većem opsegu nego kod padavina, tako da očigledno u dalje razmatranje treba uvrstiti veći broj troparametarskih raspodela.

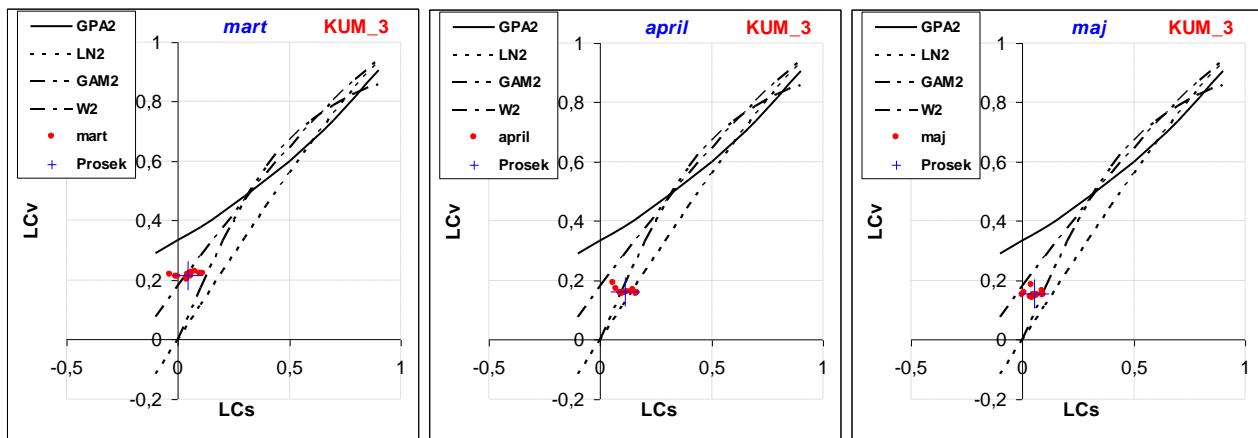
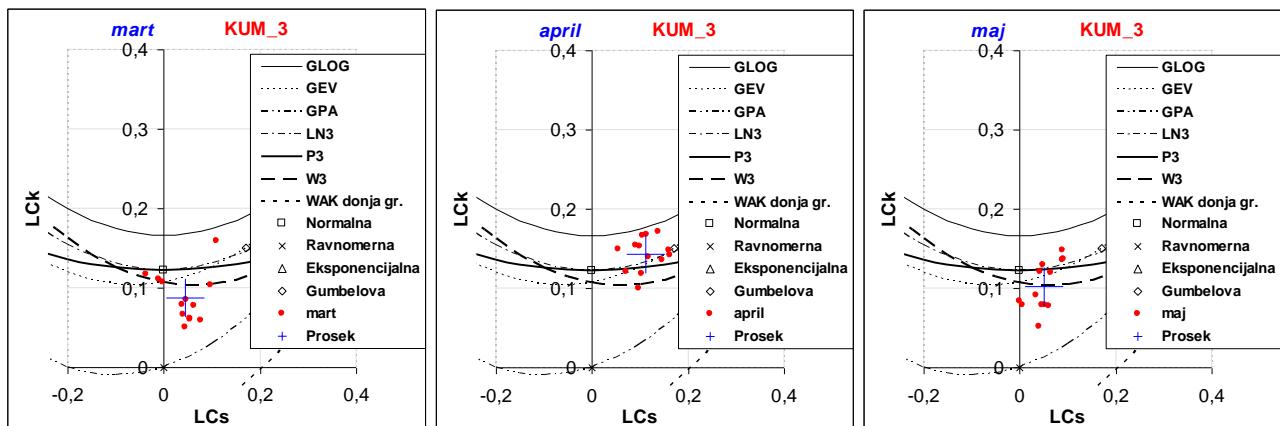
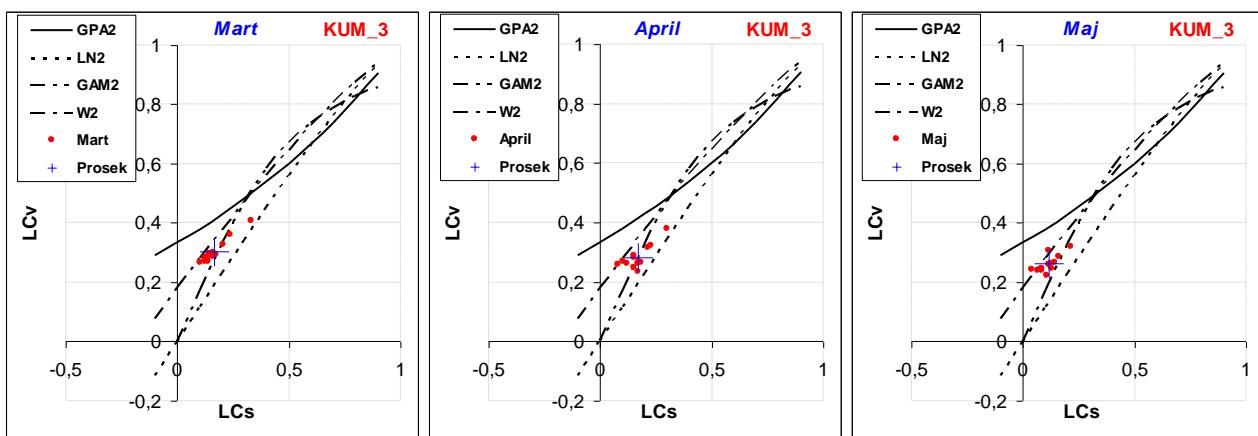
Za ilustraciju promene statističkih pokazatelja empirijskih raspodela za jedan mesec, za sve stanice, a za različite vremenske skale, na slikama 7 i 8 prikazani su dijagrami  $L$ -momenata za padavine za mesec maj. Prikazani su samo rezultati za vremenske skale agregacije od 1, 2, i 3 meseca. Odgovarajući prikaz za proticaje nalazi se na slikama 9 i 10. Čak i za kraće vremenske skale, vidi se kako se koeficijent asimetrije (a i koeficijent varijacije) mesečnih nizova smanjuje. Za duže periode agregacije (ovde nisu prikazani), kod padavina je koeficijent varijacije približno isti za sve stanice, što nije slučaj kod proticaja. Problem u modeliranju raspodela, i kod padavina i kod proticaja, može predstavljati to što pri povećanju vremenske skale koeficijenti asimetrije prelaze u negativne vrednosti.

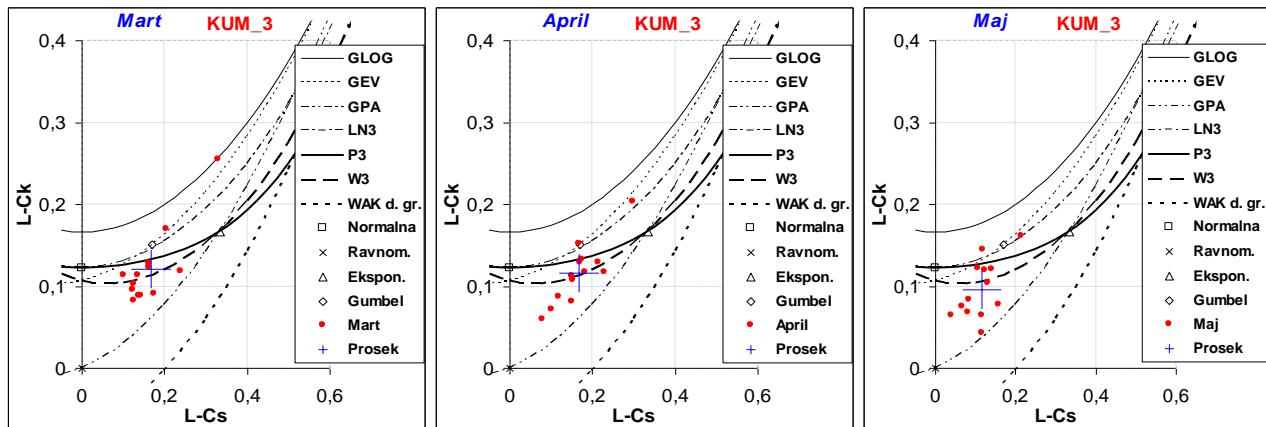


Slika 1. HS Mojsinje: Dijagrami  $LCv-LCs$  (levo) i  $LCk-LCs$  (desno), padavine, sve vremenske skale, prolećna sezona



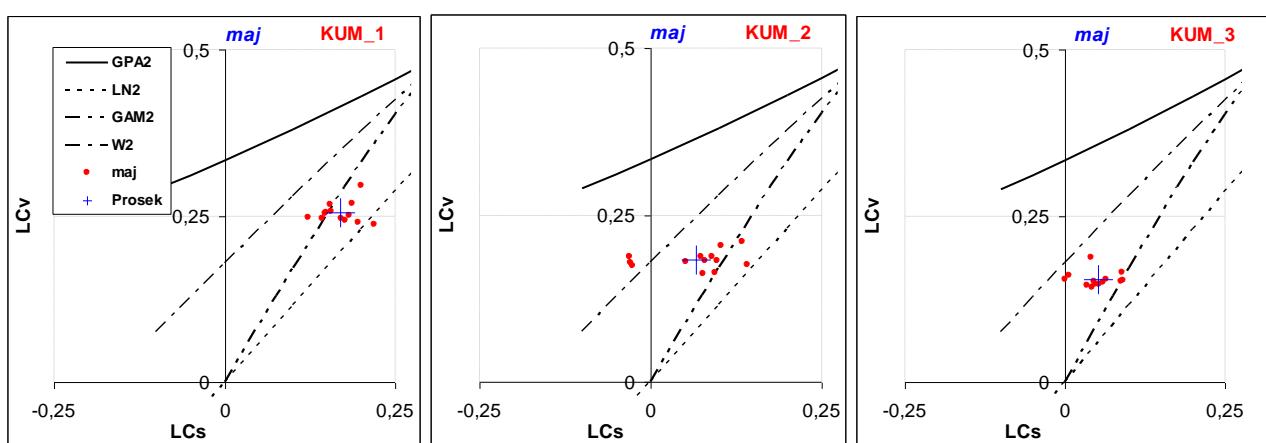
Slika 2. HS Mojsinje: Dijagrami  $LCv-LCs$  (levo) i  $LCk-LCs$  (desno), proticaji, sve vremenske skale, prolećna sezona

Slika 3. Dijagrami  $LCv$ - $LCs$  za padavine, vremenska skala 3 meseca, za sve stанице, prolećna sezonaSlika 4. Dijagrami  $LCK$ - $LCs$  za padavine, vremenska skala 3 meseca, za sve stанице, prolećna sezonaSlika 5. Dijagrami  $LCv$ - $LCs$  za proticaje, vremenska skala 3 meseca, za sve stанице, prolećna sezona

Slika 6. Dijagrami  $LCK$ - $LCs$  za proticaje, vremenska skala 3 meseca, za sve stanice, prolećna sezona

Konačno, sumarni rezultati rangiranja slaganja ispitivanih teorijskih raspodela sa osmotrenim podacima na izučavanom slivu, prikazani su u tabelama 2 i 3. Za dvoparametarske raspodele, rezultati su prikazani do trećeg, a za troparametarske, do četvrtog mesta. Posebno su rangirane dvoparametarske raspodele, a posebno troparametarske. Posmatrano po sezonomama, kod protoka se od dvoparametarskih raspodela izdvajaju LN2, W2 i GAM2 raspodele. Zanimljiv je poretk ovih raspodela u leto i jesen, gde se pored GAM2, kao preovlađujuće druge najbolje raspodele, za kraće vremenske skale pojavljuje LN2, a za duže W2 (6 leti, 12 i 24 meseca za obe sezone). Posmatrajući smenu rangova raspodela kroz zimske i prolećne mesece, GAM2 narušava ovu pravilnost naročito za duže vremenske skale, kada se pojavljuje kao najbolja raspodela. Posebno se ističe mesec april

gde je ona najbolja raspodela za sve vremenske skale. U pogledu troparametarskih raspodela za protoke, GEV, GLG, i LN3 se pored raspodela Gama familije (P3, LP3) smenjuju u rangovima za sve sezone, bez izražene pravilnosti. Kod padavina je situacija nešto drugačija. Posmatrajući dvoparametarske raspodele, GAM2 po sezonomama nije primarno prvo i drugorangirana raspodela. Ovde preovlađuje W2 raspodela, posebno u hladnjim sezonomama, za sve vremenske skale. U ostalim sezonomama pojavljuje se i LN2, kao i GPA2. Od troparametarskih raspodela, za padavine se ni u jednoj sezoni, a ni prema skalama, ne ističe posebno određena troparametarska raspodela. Dakle, kod troparametarskih raspodela se ne može uočiti pravilnost u izdvajaju/ponavljanju najboljih raspodela za protoke i padavine.

Slika 7. Dijagrami  $LCv$ - $LCs$  za mesec maj, za padavine, za vremenske skale 1, 2 i 3 meseca

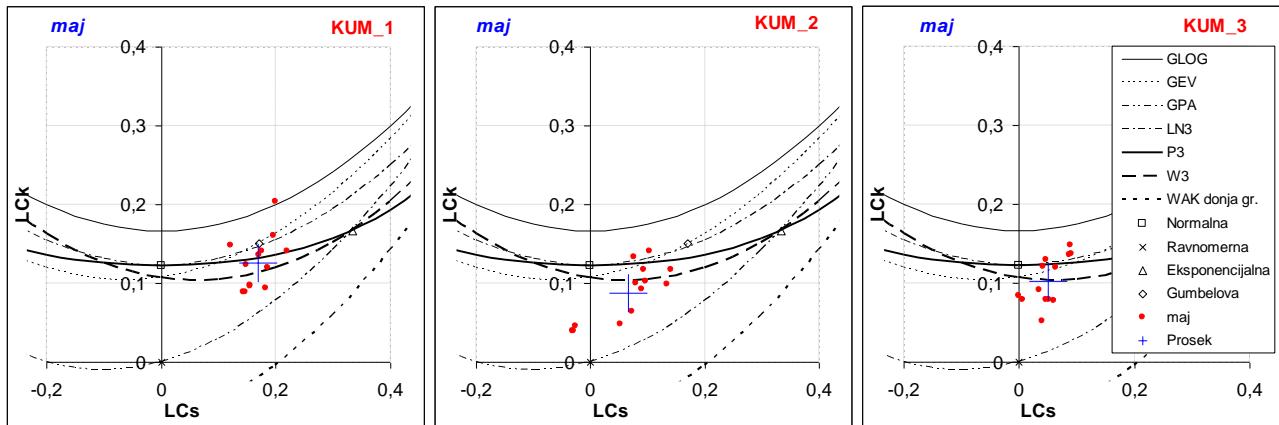
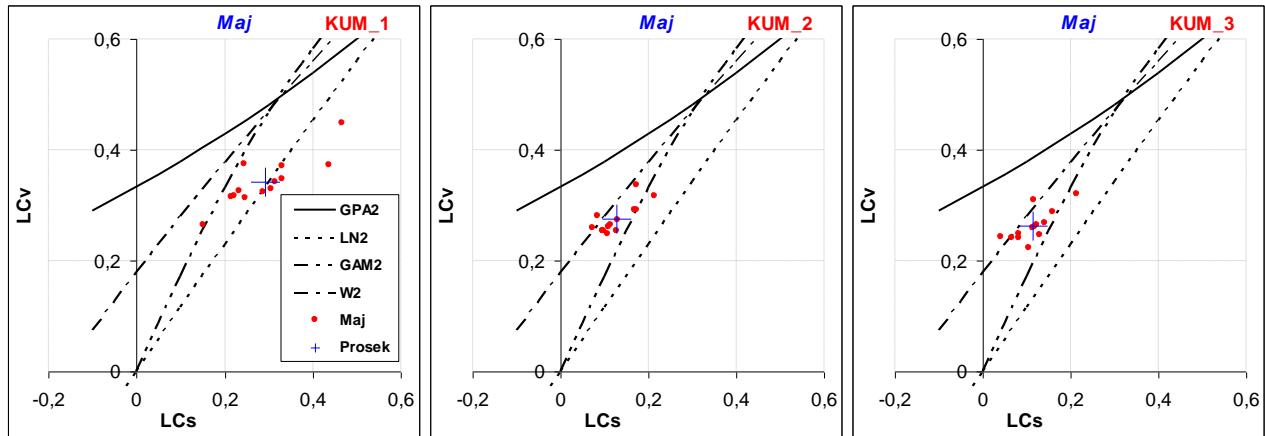
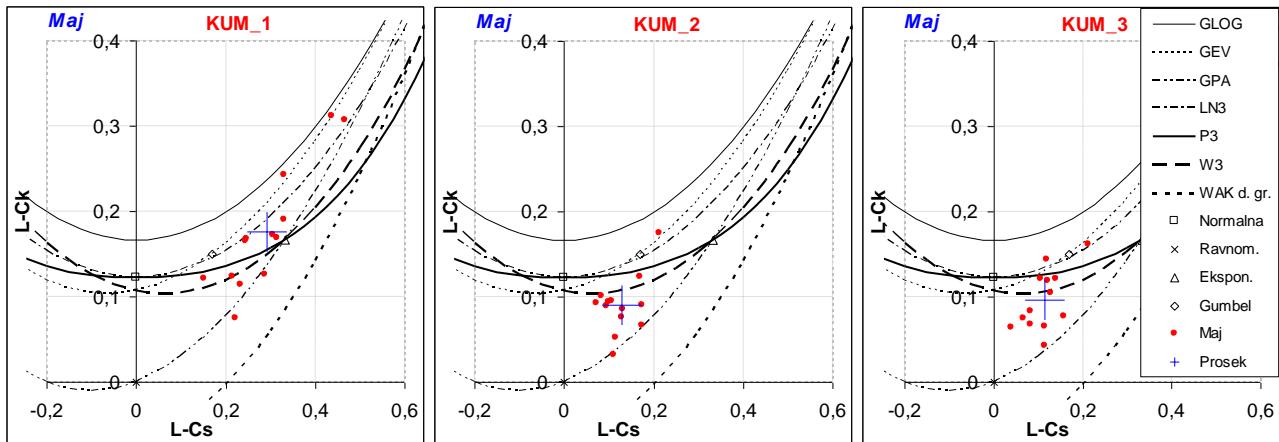
Slika 8. Dijagrami LC<sub>k</sub>-LC<sub>s</sub> za mesec maj za padavine, za vremenske skale 1, 2 i 3 mesecaSlika 9. Dijagrami LC<sub>v</sub>-LC<sub>s</sub> za mesec maj za proticaje, za vremenske skale 1, 2 i 3 mesecaSlika 10. Dijagrami LCK-LC<sub>s</sub> za mesec maj za proticaje, za vremenske skale 1, 2 i 3 meseca

Tabela 2. Rangovi raspodela po periodima sumiranja na stanicama u slivu Južne Morave. Kalendarski meseci zimske (decembar-februar) i prolećne sezone (mart-maj) za protoke i padavine

Mesec	Period sumi- ranja (mes)	Protoci (Q)								Padavine (P)							
		Rang dvoparametarskih raspodela			Rang tropoparametarskih raspodela				Rang dvoparametarskih raspodela			Rang tropoparametarskih raspodela					
		1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	4	1	2
Dec	1	LN2	GAM	W2	LP3	GPA3	W3	P3	W2	GPA2	GAM	W3	GEV	P3	LN3		
	2	LN2	GAM	W2	LN3	P3	W3	GEV	W2	GPA2	GAM	LP3	GPA3	W3	GEV		
	3	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	W3	P3	W2	GPA2	LN2	GLG	LN3	P3	W3		
	6	LN2	GAM	W2	LN3	GEV	P3	LP3	W2	LN2	GAM	W3	P3	LN3	GEV		
	12	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	W3	LN3	W2	LN2	GPA2	LN3	P3	GLG	W3		
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LN3	LP3	P3	W2	LN2	GPA2	P3	LN3	W3	LP3		
Jan	1	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	GLG	LP3	GAM	W2	GPA2	GEV	LN3	P3	LP3		
	2	LN2	GAM	W2	LN3	GEV	LP3	P3	GAM	W2	LN2	GLG	LP3	GEV	LN3		
	3	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	P3	W3	LN2	GAM	W2	GLG	LN3	LP3	GEV		
	6	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	P3	W3	GAM	LN2	W2	W3	LP3	GEV	P3		
	12	GAM	W2	LN2	GEV	LN3	LP3	P3	W2	LN2	GAM	P3	LN3	W3	GEV		
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LN3	LP3	P3	W2	LN2	GAM	GEV	W3	LP3	P3		
Feb	1	LN2	GAM	W2	LN3	LP3	GEV	GPA3	W2	GPA2	GAM	W3	LP3	P3	GEV		
	2	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	LP3	GLG	W2	GAM	GPA2	W3	LP3	P3	GEV		
	3	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	LP3	GLG	W2	GAM	LN2	GLG	LP3	LN3	P3		
	6	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	LP3	GLG	LN2	GAM	W2	W3	P3	GPA3	LP3		
	12	GAM	LN2	W2	GLG	GEV	LN3	LP3	W2	LN2	GAM	GLG	LN3	P3	W3		
	24	GAM	LN2	W2	GEV	LN3	P3	LP3	W2	LN2	GAM	GEV	W3	LP3	P3		
Mar	1	GAM	W2	GPA2	GPA3	W3	P3	LP3	W2	GPA2	GAM	LN3	P3	GEV	W3		
	2	W2	GAM	LN2	LP3	W3	LN3	P3	W2	GPA2	GAM	GEV	P3	W3	LN3		
	3	W2	GAM	GPA2	LP3	GEV	W3	LN3	W2	GPA2	GAM	W3	LP3	GEV	P3		
	6	GAM	W2	LN2	LP3	GEV	LN3	W3	W2	GAM	LN2	GLG	LN3	P3	GEV		
	12	GAM	LN2	W2	GLG	LN3	GEV	LP3	W2	LN2	GAM	GLG	LN3	P3	W3		
	24	GAM	W2	LN2	GLG	LN3	GEV	P3	W2	LN2	GAM	LN3	P3	LP3	W3		
Apr	1	GAM	W2	LN2	LP3	P3	LN3	W3	W2	GAM	GPA2	LN3	P3	GEV	GLG		
	2	GAM	W2	LN2	P3	W3	LN3	LP3	GAM	LN2	W2	GLG	LN3	LP3	GEV		
	3	GAM	W2	LN2	W3	P3	LN3	LP3	LN2	GAM	W2	LN3	GEV	LP3	P3		
	6	GAM	W2	LN2	LP3	W3	GEV	P3	LN2	GAM	W2	LN3	GEV	P3	LP3		
	12	GAM	W2	LN2	LP3	GEV	LN3	W3	LN2	W2	GAM	W3	GEV	LP3	LN3		
	24	GAM	LN2	W2	GLG	LN3	GEV	P3	LN2	GAM	W2	LP3	LN3	P3	GEV		
Maj	1	LN2	GAM	W2	LN3	LP3	GEV	GPA3	GAM	LN2	W2	P3	W3	LN3	GEV		
	2	W2	GAM	GPA2	LP3	W3	GEV	P3	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	P3		
	3	W2	GAM	GPA2	W3	LP3	GEV	LN3	GAM	W2	LN2	GEV	W3	LP3	LN3		
	6	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	LN3	GAM	LN2	W2	LP3	GEV	P3	LN3		
	12	GAM	W2	LN2	LP3	GEV	W3	LN3	LN2	GAM	W2	GEV	LP3	LN3	P3		
	24	GAM	W2	LN2	GEV	LP3	LN3	P3	LN2	GAM	W2	LN3	LP3	P3	GEV		

Tabela 3. Rangovi raspodela po periodima sumiranja na stanicama u slivu Južne Morave. Kalendarski meseci letnje (jun-avgust) i jesenje sezone (septembar-novembar) za protoke i padavine

Mesec	Period sumi- ranja (mes)	Protoci (Q)						Padavine (P)							
		Rang dvoparametarskih raspodela			Rang tropoparametarskih raspodela			Rang dvoparametarskih raspodela			Rang tropoparametarskih raspodela				
		1	2	3	1	2	3	4	1	2	3	1	2		
Jun	1	LN2	W2	GAM	LN3	GEV	W3	P3	W2	GAM	GPA2	LP3	W3	P3	GPA3
	2	LN2	GAM	W2	LP3	LN3	P3	W3	GAM	W2	LN2	W3	GEV	P3	LN3
	3	W2	GAM	GPA2	LP3	W3	GEV	P3	W2	GAM	LN2	W3	GEV	LP3	P3
	6	W2	GAM	GPA2	LP3	GEV	W3	LN3	GAM	W2	LN2	W3	GEV	LP3	GPA3
	12	GAM	W2	LN2	LP3	GEV	W3	LN3	LN2	GAM	W2	GEV	W3	LP3	LN3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	P3	LN2	GAM	W2	W3	LP3	P3	GEV
Jul	1	LN2	GPA2	W2	GEV	GLG	LN3	GPA3	GPA2	W2	GAM	W3	LP3	GPA3	P3
	2	LN2	GAM	W2	LN3	W3	P3	GEV	W2	GAM	GPA2	GLG	LN3	P3	GEV
	3	LN2	GAM	W2	P3	LP3	LN3	W3	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	P3	LN3
	6	W2	GAM	LN2	LP3	GEV	W3	LN3	W2	LN2	GAM	GEV	LP3	W3	P3
	12	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	LN3	W2	LN2	GAM	GEV	W3	LP3	P3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	W3	LN2	W2	GAM	P3	LN3	LP3	W3
Avg	1	LN2	W2	GAM	GEV	GLG	LP3	LN3	GAM	W2	LN2	LN3	GEV	GLG	P3
	2	LN2	GAM	W2	GPA3	LP3	W3	LN3	W2	GPA2	GAM	W3	GEV	P3	LN3
	3	LN2	GAM	W2	LN3	P3	W3	LP3	W2	GPA2	GAM	LP3	W3	GEV	P3
	6	W2	GAM	GPA2	LP3	GEV	W3	LN3	W2	LN2	GAM	LN3	P3	GLG	W3
	12	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	LN3	LN2	GAM	W2	GEV	W3	LN3	P3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	W3	LN2	GAM	W2	GLG	P3	LN3	LP3
Sep	1	LN2	W2	GPA2	LN3	GEV	LP3	GLG	GAM	W2	LN2	LN3	GEV	P3	LP3
	2	LN2	GAM	W2	GLG	GEV	LP3	LN3	GAM	W2	LN2	P3	W3	GEV	LN3
	3	LN2	GAM	W2	LP3	LN3	GEV	W3	W2	GPA2	GAM	W3	GEV	LP3	P3
	6	W2	GAM	LN2	LP3	GEV	W3	LN3	W2	GAM	LN2	LN3	P3	LP3	W3
	12	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	LN3	W2	LN2	GAM	GEV	LP3	P3	W3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	W3	LN2	GAM	W2	GLG	LN3	P3	LP3
Okt	1	LN2	GPA2	W2	GLG	GEV	LP3	LN3	GPA2	W2	GAM	W3	GPA3	P3	LN3
	2	LN2	GPA2	W2	GEV	GLG	LP3	LN3	GAM	W2	LN2	GLG	GEV	LN3	P3
	3	LN2	W2	GAM	GEV	GLG	LP3	LN3	W2	GAM	LN2	GEV	LN3	P3	LP3
	6	LN2	GAM	W2	LP3	P3	LN3	GEV	W2	LN2	GAM	GEV	LP3	P3	W3
	12	W2	GAM	LN2	LP3	W3	GEV	LN3	W2	LN2	GAM	LP3	P3	LN3	W3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	W3	W2	LN2	GAM	P3	LP3	LN3	GEV
Nov	1	LN2	GPA2	W2	GEV	GLG	LN3	LP3	W2	GAM	GPA2	LP3	W3	P3	LN3
	2	LN2	GPA2	W2	GEV	GLG	LN3	LP3	W2	GPA2	GAM	LP3	W3	GEV	P3
	3	LN2	GPA2	W2	GEV	GLG	LN3	LP3	GAM	W2	LN2	GLG	LN3	GEV	P3
	6	LN2	GAM	W2	GEV	LN3	LP3	GLG	W2	GAM	LN2	GLG	LN3	P3	GEV
	12	W2	GAM	LN2	LP3	GEV	W3	LN3	W2	GPA2	LN2	GLG	W3	LN3	P3
	24	W2	GAM	LN2	GEV	LP3	LN3	W3	W2	GPA2	LN2	P3	LP3	LN3	GEV

#### 4 ZAKLJUČAK I KOMENTARI

Prema Svetskoj meteorološkoj organizaciji (*WMO, 2012*), u poljoprivrednim regionima se prema vrednostima SPI 3 u mesecu maju mogu najefikasnije odrediti uslovi vlažnosti zemljišta za razvoj poljoprivrednih kultura. Ispostavilo se da je na razmatranom području južne Morave, kod padavina koeficijent varijacije za mesec maj približno isti za sve stanice, za vremenske skale od tri meseca i više, što nije slučaj kod proticaja. Očigledno je da je za proticaje potrebno vršiti dodatna istraživanja, kako u pogledu funkcije raspodele verovatnoća, tako i u pogledu najefikasnijeg pokazatelja hidrološke suše, da bi se moglo doći do slične preporuke koja bi imala svoju primenu u različitim oblastima zaštite i korišćenja voda. Preliminarni rezultati pogodnosti gama raspodele u odnosu na set drugih ispitivanih raspodela, pokazuju da je potrebno proširiti istraživanje i na neke druge raspodele. Tek posle dublje analize pogodnosti pojedinih raspodela, ne samo sa stanovišta rezultata tetsova saglasnosti, već i posmatrajući i sposobnost raspodele da aproksimira dati fizički proces, mogu se izvući neki opštiji zaključci.

Problem u modeliranju raspodela, i kod padavina i kod proticaja, može predstavljati i prelazak koeficijenata asimetrije u negativne vrednosti. Uopšte, ovde se ispituje veliki broj nizova i mogući su brojni problemi u proračunu funkcija raspodela (*Mihailović, 2012; Vicente-Serrano et al., 2012*). Troparametarske raspodele su svakako fleksibilnije nego dvoparametarske. Međutim, kod njih postoji opasnost da se pojave negativne vrednosti kvantila, u slučaju da donja granica raspodele ima negativne vrednosti. (*Mihailović i Radić, 2010; Radić i Mihailović, 2010*).

Rezultati ovo istraživanja upućuju i na eventualnu mogućnost promene proračunskog, prostornog i vremenskog pristupa problemu: grupisanje uzoraka prema skalama agregacije podataka, veličini slivova i detaljnije prema sezonomama, koje bi obuhvatile godišnja doba, periode vegetacije i slično. U nastavku šireg istraživanja, pratićemo i razliku u jačini hidrološke suše prvenstveno prema SRI, na osnovu modela koji koristi SPI kao ulazne podatke, za profile gde je sa teorijskog stanovišta od Gama raspodele prihvatljivija druga raspodela. Svrha ovog razmatranja je minimiziranje mogućnosti donošenja pogrešnih odluka u aktiviranju mera zaštite voda i vodnih resursa na osnovu produkata hidroinformacionog sistema za ranu najavu i praćenje suša. Osnovna motivacija za povezivanje i analizu

meteorološke i poljoprivredne (*Milanović i sar. 2014*), odnosno hidrološke suše preko njihovih pokazatelja, je dobijanje prognostičkih modela za ranu najavu suše, za operativnu primenu.

Istraživanja meteorološke, poljoprivredne i hidrološke suše ubrzano dobijaju i na metodološkoj i na aplikacionoj značajnosti. Za to postoji više razloga: (a) sada se jasno uviđa da procena raspoloživosti vodnih resursa na osnovu prosečnih protoka krije u sebi veliku opasnost od izvlačenja pogrešnih, neopravdano optimističkih zaključaka, (b) sa zaoštrevanjem krize vode jedino validne postaju ocene o stanju vodnih resursa u sušnim i malovodnim periodima, (c) klimatske promene pogoršavaju upravo ekstremne padavinske fenomene: očekuju se izrazitiji poplavni i sušni događaji/periodi, u smislu učestanosti, jačine i prostornog obuhvata, (d) pouzdanost isporuke vode se zasniva upravo na mogućnostima u kriznim periodima suša, (e) sada se sva jasnije uočava da ekstremni fenomeni koji se dešavaju usled globalnih promena imaju mnogo prostorno šire nepovoljne uticaje no što se to ranije pretpostavljalio (*May, 2008*).

Iako se Srbija po vodnom bogatstvu, (mereno po raspoloživim ukupnim količinama sopstvenih i tranzitnih voda po stanovniku), može svrstati u grupu najperspektivnijih zemalja Evrope i sveta (*Radić, 1997*), usled nerazvijenih sistema za navodnjavanje i nepostojanja sistema za prečišćavanje voda, kao i vrlo malog stepena izravnjanja voda, već sada smo svedoci pogubnih posledica suša na poljoprivrednu proizvodnju i čestih restrikcija u oblastima snabdevanja vodom stanovništva i industrije čak i u malovodnim periodima koji ne spadaju u kategoriju hidroloških suša (*Mihailović, 2012*). U završnom izveštaju o prilagođavanju na klimatske promene u slivu Dunava (*ICPDR, 2012*) ukazuje se na tendenciju smanjenja raspoloživosti voda u bliskoj budućnosti (do 2050. godine) na području južnog dela sliva, kome pripada upravo sliv Južne Morave. U periodu daleke budućnosti (do 2100. godine) predviđa se dalje pogoršanje stanja. Dalje, unutargodišnja raspodela oticaja ukazuje na povećanje prosečnih protoka u zimskim i smanjenje u letnjim mesecima., zbog promene u količini padavina i zaliha vode u snegu i ledu. Kao posebno ugroženo godišnje doba u budućnosti ističe se leto, u kome se predviđa smanjenje količine padavina. Procenjuje se da će doći od srednjeg do značajnog pritiska na vodne resurse u pritokama srednjeg toka Dunava, kome pripada sliv Velike Morave.

## IZJAVA

Rezultati istraživanja prikazani u radu su finansirani u okviru projekata Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije TR37003 "Hidroinformacioni sistem za ranu najavu sušne".

## LITERATURA

- [1] Angelidis P., Maris F., Kotsovinos N., Hrissanthou V. (2012), Computation of Drought Index SPI with Alternative Distribution Functions, *Water Resour. Manage.* 26, str. 2453-2473
- [2] Blain G.C. (2012), Revisiting the probabilistic definition of drought: strengths, limitations and an agrometeorological adaptation, *Bragantia*, Campinas, vol. 71, No 1, str.132-141
- [3] Blagojević B., Mihailović V., Gocić M., Trajković S. (2013), Streamflow Drought Index modelling through Standard Precipitation Index assisted by service-oriented paradigm, *Digital Conference Proceedings of the 1st CIGR Inter-Regional Conference on Land and Water Challenges – Bari (Italy ), 10-14 September, 2013.* Lamaddalena, N., Todorovic, M., Pereira, L.S. (Eds.). ISBN 2-85352-519-8. Conference e-proceedings USB\Full papers\Session 9\ S9-2
- [4] Blagojević B., Mihailović V., Plavšić J. (2014) Statističke analize velikih voda na profilima hidroloških stanica - Potrebe za promenom pristupa u Srbiji. *Vodoprivreda* 46 (267-268), str. 199-209
- [5] Cancelliere A., Bonacorso B. (2009) Uncertainty analysis of the Standardized Precipitation Index in the presence of trend, [http://hydrologydays.colostate.edu/Papers\\_2009/C cancelliere\\_paper.pdf](http://hydrologydays.colostate.edu/Papers_2009/C cancelliere_paper.pdf)
- [6] Gocić M., Trajković S. (2013) Analysis of precipitation and drought data in Serbia over the period 1980-2010, *Journal of Hydrology* 494, p. 32-42
- [7] Gocić M., Trajković S. (2014) Spatiotemporal characteristics of drought in Serbia, *Journal of Hydrology* 510, str. 110-123
- [8] Guttman N. B.(1999), Accepting the standardized precipitation index: A calculation algorithm, *J. Am. Water Resour. Assoc.* 1999, 35, 311-322
- [9] Hosking J.R.M. (1990), Analysis and Estimation of distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 52, (1), str. 105–124
- [10] ICPDR (2012) Danube Study – Climate Change Adaptation, Final Report, International Commission for the Protection of the Danube River, Vienna, Austria
- [11] Lorenzo-Lacruz J., Morán-Tejeda E., Vicente-Serrano S.M., López-Moreno J. I. (2013), Streamflow droughts in the Iberian Peninsula between 1945 and 2005: spatial and temporal patterns, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, str. 119–134
- [12] Kroll C.N., Vogel R.M. (2002), Probability Distribution of Low Streamflow Series in the United States, *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 7, No. 2, str.137-146
- [13] May R.M. (2008) Climate change, Introduction, *Encyclopedia Britannica*
- [14] McKee, T.B., Doesken, N.J., Kleist, J. (1993), The relationship of drought frequency and duration to time scales, In: 8th Conference on Applied Climatology, 17–22 January, Anaheim, California, str. 179–184
- [15] Mihailović V., Radić Z. (2010), Marginalne raspodele kumulativnih dnevnih padavina na području Srbije. *Vodoprivreda* 42 (243-245), str. 39-54
- [16] Mihailovic V. (2012), Složena analiza hidroloških vremenskih serija u cilju modeliranja ekstremnih događaja, doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
- [17] Milanović M., Gocić M., Trajković S. (2014), Analysis of meteorological and agricultural droughts in Serbia, *Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering* Vol. 12, No 3, 2014, str. 253 – 264
- [18] Mishra, A.K., Singh, V.P. (2010), A review of drought concepts, *Journal of Hydrology* 391, str. 202–216
- [19] Paulo A. A., Pereira L. S., Matias P. G. (2003), Analysis of local and regional droughts in southern Portugal using the theory of runs and the standardized precipitation index, in G. Rossi, A. Cancelliere, L. S. Pereira, T. Oweis, M. Shatanawi, and A. Zairi (eds.), *Tools for Drought Mitigation in Mediterranean Regions*, Kluwer, str. 55–78
- [20] Radić Z. (1997) Procena vodnih resursa – Ima li dovoljno vode u svetu, Publikacija posvećena

- Svetskom Danu Voda, Radić Z. M. (Ur.), JDH, Beograd
- [21] Radić Z., Mihailović V. (2010) Marginalne raspodele dnevnih proticaja na reprezentativnim profilima u Srbiji. *Vodoprivreda* 42 (243-245), str. 17-38
- [22] RHMZS (-) [http://www.hidmet.gov.rs/ciril/meteorologija/uslovi\\_vlaznosti.php](http://www.hidmet.gov.rs/ciril/meteorologija/uslovi_vlaznosti.php) (prist. 08.11.2015)
- [23] Shukla, S., Wood A. W. (2008), Use of a standardized runoff index for characterizing hydrologic drought, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L02405, doi:10.1029/2007GL032487
- [24] Stojković M., Plavšić J., Prohaska S. (2014) Dugoročne promene godišnjih i sezonskih proticaja: primer reke Save. *Vodoprivreda* 46 (67-272) str. 39-48
- [25] Texas A&M Research Foundation (2007) Drought Monitoring Index for Texas, Final Technical Report submitted by the Texas A&M Research Foundation (RF- 468511) to the Texas Water Development Board on behalf of the project investigators (June 30, 2007)
- [26] Vicente-Serrano, S.M. (2006) Differences in Spatial Patterns of Drought on Different Time Scales: An Analysis of the Iberian Peninsula, *Water Resources Management*, 20, str. 37-60.
- [27] Vicente-Serrano, S., López-Moreno, J., Beguería, S., Lorenzo-Lacruz, J., Azorin-Molina, C., and Morán-Tejeda, E. (2012) Accurate Computation of a Streamflow Drought Index, *J. Hydrol. Eng.*, 17(2), str. 318–332
- [28] Yue S., Hashino M. (2007), Probability distribution of annual, seasonal and monthly precipitation in Japan, *Hydrological Sciences Journal*, 52(5), str. 863-877
- [29] World Meteorological Organization (2012) Standardized Precipitation Index User Guide, WMO-No 1090, Switzerland

## THEORETICAL PROBABILITY DISTRIBUTION SUITABILITY ASSESSMENT BASED ON L-MOMENTS IN ESTIMATION OF METEOROLOGICAL AND HYDROLOGICAL DROUGHT INDICES

by

Vladislava MIHAJOVIĆ<sup>1)</sup> and Borislava BLAGOJEVIĆ<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> University of Belgrade, Faculty of Forestry

<sup>2)</sup> University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture

### Summary

Dry period analysis and especially interconnection of different drought types receive significant attention. The drought indices SPI (Standardized Precipitation Index) and SRI (Standardized Runoff Index) calculation comprises several steps, the most important being theoretical probability distribution choice, according to the monthly precipitation and runoff sums, respectively. The research aim is to check if Gamma distribution is the best observed data fit, since it is the most frequently applied worldwide, and it has become a part of the indices calculation methodology. We assess suitability of some other two and three parameter distributions at 13 hydrological stations in the Južna Morava river

basin. We investigate the distribution fit for several time scale aggregation (1, 2, 3, 6, 12 and 24 months) and observe them season vise. As a criterion for the distribution fit we use L-moment diagrams. As particularly interesting, we stress the diagrams for 3 months aggregation scale and the month of May, through the detailed presentation of results. In the consolidated tables we show considered distributions rank for the seasons-months for all aggregation periods.

**Keywords:** meteorological drought, hydrological drought, SPI, SRI, probability distribution, L-moments, Južna Morava

Redigovano 19.11.2015.