

KOMPONENTE MATEMATIČKOG MODELA - JEDNAČINE ČVOROVA I VEZA

Miomir ARSIĆ, Vladislava BARTOŠ DIVAC, Zoran SIMIĆ
Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“

REZIME

U ovom radu su prikazane komponenete matematičkog modela koje su primjenjene u modeliranju slivnog područja reke Drine. Sliv je dekomponovan na dve vrste entiteta, čvorove i veze. Za svaku vrstu entiteta su razvijeni matematički modeli kojima se simulira fizički proces.

Ključne reči: matematički model, bilans, transformacija, sistem.

UVOD

Dekompozicija sistema vrši se na dve vrste entiteta, čvorove i veze. Modeliranje sistema se potom svodi na formiranje funkcionalnih šema koje su osnova za simulaciju saglasno definisanim pravilima distribucije vode između pojedinih entiteta.

Čvorovi su elementi simulacionog modela za koje važi jednačina kontinuiteta. U njima se sustiću dolazeće i / ili odlazeće veze. U okviru dekompozicije sistema izdvojeno je petnaest vrsta čvorova.

Veze su elementi modela u kojima se vrši transformacija ulaznog hidrograma u izlazni. Veza spaja dva čvora, pri čemu isporuka vode ide u smeru veze, a propagacija zahteva za vodom u suprotnom smeru. U okviru dekompozicije sistema na različite entitete izdvojeno je šesnaest vrsta veza.

Kombinacijom navedenih čvorova i veza moguće je formirati model hidrosistema Drina za različita stanja (varijante) njegove igradenosti i različite performanse objekata. U punom razvoju modela postoji ukupno 774 čvorova i 1376 veza. Svaki od navedenih entiteta ima svoju identifikaciju, koju čine broj, oznaka i ime.

Za svaku vrstu entiteta razrađen je matematički model kojim se simulira fizički proces. U narednom tekstu su

prikazani matematički modeli za svaki tip entiteta u sistemu. U jednačinama se stanje u čvoru prikazuje za vremenski trenutak k pri čemu Δt predstavlja period između $k-1$ -og i k -og trenutka

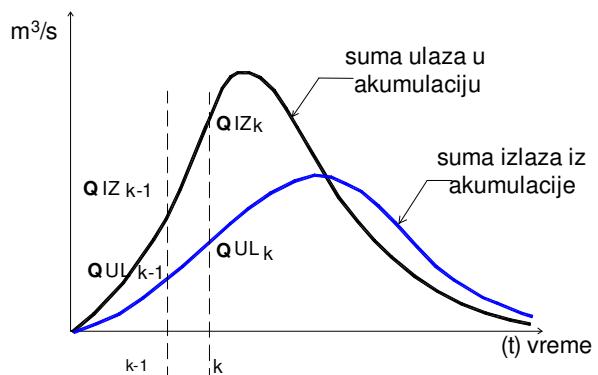
JEDNAČINE ČVOROVA

AKUMULACIJA

Akumulacija je ograničen prostor u kom se nivo vode održava u unapred definisanom opsegu, uglavnom na koti normalnog uspora. Napaja se vodom sa površine, iz podzemlja i dovođenjem vode hidrotehničkim objektima (tunelima). Odvođenje vode iz akumulacije može biti: kroz elektranu, preko preliva, kroz temeljni ispust, procurivanjem i isparavanjem sa vodene površine.

Akumulacija se opisuje krivom zapremine, krivom površine i kotom normalnog uspora.

Na slici 1 su prikazani sumarni ulazni hidrogram u akumulaciju i sumarni izlazni hidrogram iz akumulacije.



Slika 1. Šematski prikaz transformacije hidrograma u akumulaciji

Stanje u akumulaciji u k-tom vremenskom trenutku opisano je jednačinom:

$$\frac{\sum_{m=1}^M QIZ_m^k + \sum_{m=1}^M QIZ_m^{k-1}}{2} - \frac{\sum_{n=1}^N QUL_n^k + \sum_{n=1}^N QUL_n^{k-1}}{2},$$

gde je:

M	broj veza koje ulaze u akumulaciju
QIZ_m^k	izlazni proticaji iz m-te veze ($m=1,2,\dots,M$) koja ulazi u akumulaciju u trenutku k.
N	broj veza koje izlaze iz akumulacije. $N=1$ i odnosi se na preliv
QUL_n^k	ulazni proticaji u k-tu vezu ($n=1,2,\dots,N$) koja izlazi iz akumulacije u trenutku k
VIS^k	isparavanje sa vodene površine u periodu Δt između trenutka $k-1$ i k
I	broj korisnika vode iz akumulacije
QR_i^k	srednji proticaj i-tog korisnika ($i=1,2,\dots,I$) za period Δt

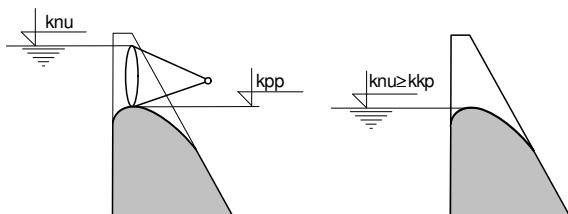
Navedeni pokazatelji kojima se opisuje akumulacija i izlazi iz veza koje ulaze u akumulaciju predstavljaju ulazne podatke za proračun stanja u akumulaciji. Nivo vode u akumulaciji u početnom trenutku, takođe, predstavlja ulazni podatak.

Izlazni rezultati proračuna propagacije kroz akumulaciju su:

- nivogram u akumulaciji
- zapremina vode u akumulaciji
- izlazni hidrogram koji predstavlja sumu svih ulaza u veze koje izlaze akumulacije

PRELIV

Evakuacija poplavnih talasa omogućena je prelivom, koji je prilikom modeliranja predstavljen istoimenim čvorom. Prelivi služe za evakuaciju velikih voda unapred određene verovatnoće pojave i za regulaciju nivoa i proticaja radi održavanja željenih uslova u rečnom toku.



Slika 2. Šematski prikaz karakterističnih nivoa kod preliva

Generalno, kapacitet preliva zavisi od geometrijskih i hidruličkih karakteristika preliva i visine prelivnog mlaza.

Kapacitet preliva definiše se sledećom jednačinom:

$$Q = c_q \cdot b \sqrt{2 \cdot g \cdot h_p^3}$$

pri čemu je :

c_q	koeficijent prelivanja
b	širina prelivnog polja
h_p	visina prelivnog mlaza

Pri određivanju količine vode koja preliva pošlo se od jednačine kojom se opisuje stanje zapremine akumulacije u k-tom trenutku.

$$\left(\frac{I^k + I^{k-1}}{2} \right) - \left(\frac{O^k + O^{k-1}}{2} \right) - OR^k = \frac{V^k - V^{k-1}}{\Delta t}$$

Stvarno prelivanje se određuje iz uslova da se u akumulaciji održi kota noramalnog uspora. Ukoliko je to nemoguće postići, kroz preliv se propušta maksimalna moguća količina, pri čemu u akumulaciji dolazi do podizanja kote iznad kote normalnog uspora.

Ulagane parametre za proračun prelivanja predstavljaju:

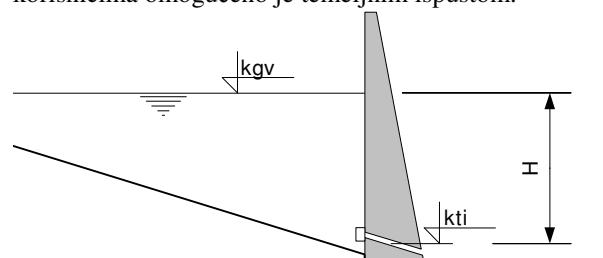
- kriva prelivanja
- ulazni hidrogram koji predstavlja sumu izlaza iz veza koje ulaze u akumulaciju
- nivo u akumulaciji u početnom trenutku
- kota praga preliva

Rezultat proračuna prelivanja je:

- hidrogram prelivanja
- ukupna zapremina vode koja je prelila

TEMELJNI ISPUST

Pražnjenje akumulacije i ispuštanje vode nizvodnim korisnicima omogućeno je temeljnijim ispustom.



Slika 3. Šematski prikaz karakterističnih nivoa kod temeljnog ispusta

Na osnovu kapaciteta temeljnog ispusta za usvojen konstantan nivo donje vode, formira se kriva propusne moći ispusta u funkciji visine vode u akumulaciji:

$$Q^k = f(H^k)$$

Ulagne parametre za čvor temeljni ispust predstavljaju:

- kriva propusne moći ispusta
- nivogram u akumulaciji
- kota temeljnog ispusta

Rezultati proračuna tečenja kroz temeljni ispust predstavljeni su:

- hidrogramom
- ukupnom zapreminom vode koja je ispuštena tokom perioda simulacije

RAČVA

Račva je čvor koji se može nalaziti na otvorenom toku i predstavlja kontrolno mesto. Ulaz u račvu može biti samo otvoreni tok, dok izlaz iz račve može biti i otvoreni tok i korisnici. Stanje u račvi u k-tom vremenskom trenutku se opisuje jednačinom :

$$\sum_{m=1}^M Q_{IZL_m^k} = \sum_{n=1}^N Q_{UL_n^k}$$

gde je:

- M broj veza koje ulaze u čvor
- $Q_{IZL_m^k}$ izlazni proticaji iz m-te veze ($m=1,2,\dots,M$) koja ulazi čvor u trenutku k
- N broj veza koje izlaze iz čvora
- $Q_{UL_n^k}$ ulazni proticaji u n-tu vezu ($n=1,2,\dots,N$) koja izlazi iz čvora u trenutku k.

Ulagni podaci za račvu su:

- izlazni proticaji iz veza koje ulaze u račvu,
- krive proticaja.

Rezultati proračuna za čvor tipa račva prikazani su kao hidrogram koji predstavlja sumu izlaza iz svih veza koje ulaze u račvu.

AKUMULACIONA ELEKTRANA

U Simulacionom modelu predviđeno je da se akumulaciona elektrana modelira tako da se ne modeliraju pojedinačni agregati, već se uzimaju zbirne karakteristike postrojenja.

Proračun količine proizvedene energije u i-tom vremenskom intervalu Δt (između k-1-vog k-tog vremenskog trenutka) vrši se prema sledećoj jednačini:

$$E = 9.81 \cdot H_{bruto}^{k-1} \cdot Q_{radno} \cdot \eta \cdot t_r$$

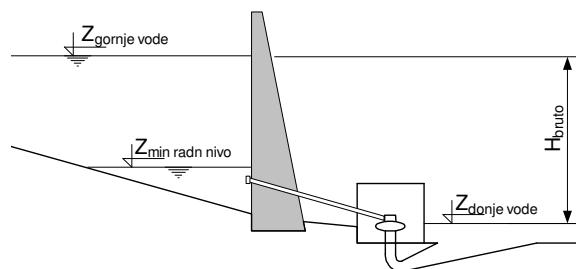
gde je:

$$H_{bruto}^{k-1} = Z_{gornje vode}^{k-1} - Z_{donje vode}^{k-1} - \text{bruto pad}$$

Q_{radno} - proticaj kroz aggregate u i-tom vremenskom intervalu

η - koeficijent korisnog dejstva aggregata u i-tom vremenskom intervalu

t_r - vreme rada elektrane u i-tom vremenskom intervalu



Slika 4. Šematski prikaz karakterističnih nivoa kod akumulacione elektrane

U modelu je usvojeno da elektrana može da radi između optimalnog i maksimalnog režima rada, pri čemu se teži da radi u optimalnom. Ako je zahtev za energijom manji od moguće proizvodnje, aggregati će raditi u optimalnom režimu rada, ali ne sve vreme, već onoliko koliko je potrebno da se zadovolji zahtev. Ukoliko je zahtev veći od moguće proizvodnje u optimalnom režimu, elektrana će težiti da zadovolji zahtev i preći će u režim rada između optimalnog i maksimalnog. Ukoliko je zahtev za energijom veći od moguće isporuke, elektrana će raditi u maksimalnom režimu rada sve vreme i neće u potpunosti zadovoljiti traženi zahtev.

Karakteristike elektrana se opisuju preko ulaznih parametara:

- kote minimalnog radnog nivoa koja predstavlja kotu ulazne građevine (ukoliko je nivo u akumulaciji niži ili jednak toj koti, akumulaciona elektrana ne radi)
- karakteristika aggregata, koje su u modelu date sumarno za sve aggregate za optimalni i maksimalni režim rada
- zahteva po energiji.

Izlazni rezultati su:

- proizvedene energija
- vreme rada izraženo u procentima, koji predstavlja deo vremenskog intervala u kom elektana radi

- proticaj kroz turbine
- ostvareni koeficijent korisnog dejstva
- ostvarni režim rada koji je pokazatelj da li elektrana radi u optimalnom ili maksimalnom režimu
- obezbeđenost.

REVERZIBILNA ELEKTRANA

Reverzibilne hidroelektrane mogu raditi u dva režima: turbinskom i pumpnom, u zavisnosti od zadatog zahteva.

Pri radu u turbinskom režimu, reverzibilna hidroelektrana u potpunosti radi kao akumulaciona, dok u pumpnom režimu, reverzibilna hidroelektrana prepumpava vodu iz donjeg u gornji akumulacioni bazen.

Pumpni režim rad hidroelektane mora biti usklađen sa turbinskim, što znači da ukupno vreme rada u jednom vremenskom koraku, u oba režima, mora biti manje od vremenskog koraka za koji se vrše proračuni. Prioritet pri ispunjavanju zahteva ima turbinski režim.

Utrošena energija na pumpanje računa se po jednačini:

$$E = \frac{9,81 \cdot Q \cdot H_{\text{bruto}} \cdot t_r}{\eta}$$

Pri čemu je:

E - utrošena energija na pumpanje

$H_{\text{bruto}}^{k-1} = Z_{\text{gornje vode}}^{k-1} - Z_{\text{donje vode}}^{k-1}$ - bruto pad

Q_{radno} - zbirni proticaj kroz agregate u i-tom vremenskom intervalu

η - koeficijent korisnog dejstva agregata u i-tom vremenskom intervalu u pumpnom režimu

t_r - vreme rada elektrane u pumpnom režimu u i-tom vremenskom intervalu

Karakteristike elektrana u pumpnom režimu se opisuju preko sledećih ulaznih parametara:

- kote minimalnog radnog nivoa donje akumulacije
- kote maksimalnog radnog nivoa gornje akumulacije,
- karakteristika agregata, koje su u modelu date sumarno za sve aggregate pri pumpnom režimu rada.
- zahteva za energijom (energija potrebna za pumpanje).

Rezultati proračuna u pumpnom režimu su:

- potrošena energija u pumpnom režimu
- vreme rada izraženo u procentima
- proticaj kroz aggregate
- obezbeđenost (po vremenu i energiji).

PROTOČNA ELEKTRANA

Protočna elektrana proizvodi električnu energiju tako što kroz agrete propušta celokupni ulazni doticaj, ukoliko je dolazni proticaj Q u radnom domenu agregata.

Karakteristike agregata su definisane za minimalni i maksimalni režim rada, koji predstavljaju radni domen agregata, u funkciji bruto pada i dolaznog doticaja Q . Proračun količine proizvedene energije u i-tom vremenskom intervalu Δt (između $k-1$ -vog k-tog vremenskog trenutka) vrši se prema sledećoj jednačini:

$$E = 9,81 \cdot H_{\text{bruto}}^{k-1} \cdot Q_{\text{radno}} \cdot \eta_{\text{radno}} \cdot \Delta t$$

gde je:

$H_{\text{bruto}}^{k-1} = Z_{\text{gornje vode}}^{k-1} - Z_{\text{donje vode}}^{k-1}$ - bruto pad

$Z_{\text{gornje vode}}^{k-1}$ - nivo vode u uzvodnoj račvi određen na bazi dolaznog proticaja Q^k

$Z_{\text{donje vode}}^{k-1}$ - nivo vode u odvodnoj vadi određen na bazi Q_{radno}^{k-1}

Q_{radno} - proticaj kroz agregate u i-tom vremenskom intervalu

η_{radno} - koeficijent korisnog dejstva agregata u i-tom vremenskom intervalu

U zavisnosti od ulaznih doticaja mogu su realizovati tri slučaja:

- Za ulazni dotok $Q < Q_{\min} \Rightarrow Q_{\text{radno}}=0$
- Za ulazni dotok $Q_{\min} < Q < Q_{\max} \Rightarrow Q_{\text{radno}}=Q$
- Za ulazni dotok $Q > Q_{\max} \Rightarrow Q_{\text{radno}}=Q_{\max}$

Ulagani podaci za proračun su:

- karakteristike agregata koje su u modelu date sumarno za sve aggregate za minimalni i maksimalni režim rada u funkciji bruto pada i dolaznog proticaja.

Rezultati proračuna su predstavljeni preko sledećih vrednosti:

- proizvedene energija
- proticaja na elektrani
- koeficijent korisnog dejstva elektrane η_{radno}

ODVODNA VADA

Rečni tok nizvodno od brane napaja se vodom koja je prošla kroz elektranu, preko preliva, kroz temeljni isplut ili procurivanjem na profilu brane dospela u

rečni tok. Odvodna vada predstavlja čvor u kome se, pored sumiranja proticaja, definiše garantovani proticaj.

Jednačina kojom se opisuje stanje u odvodnoj vadi u k-tom vremenskom trenutku:

$$Q^k = \sum_{i=1}^N QI_i^k$$

gde je:

Q^k ulazni proticaj u odvodnu vadu u k-tom vremenskom trenutku
 QI_i^k izlazni proticaj iz i-te veze u trenutku k
 N broj veza koje ulaze u odvodnu vadu
 Ulazni podaci su kriva proticaja i zahtev za isporukom vode za garantovani proticaj.

Rezultat proračuna je hidrogram koji predstavlja sumu izlaznih proticaja iz veza koje ulaze u odvodnu vadu i obezbeđenost zahteva određena

KORIŠĆENJE VODA (VODOSNADBEVANJE, NAVODNJAVANJE I TERMOELEKTRANA)

Proračun količine vode koja se isporučuje korisnicima omogućena je čvorom tipa vodosnadbevanje ili navodnjavanje. Korisnik definiše zahtev za vodom u vidu hidrograma. Ispunjene zahteve odvija se prema zadatom prioritetu. Rezultat proračuna predstavlja količinu isporučene vode koja može i ne mora biti jednak zahtevu i obezbeđenost koja se određuje prema sledećoj jednačini:

$$\Omega^k = \frac{\sum_{i=1}^{N_k} I_i \cdot \Delta t}{\sum_{i=1}^{N_k} P_i \cdot \Delta t}$$

gde je:

Ω^k obezbeđenost zahteva po količini od početka simulacije do trenutka k
 I_i isporuka vode u i-tom vremenskom intervalu
 P_i zahtev korisnika u i-tom vremenskom intervalu
 N_k broj diskretnih vremenskih koraka od početka simulacije do trenutka k

PUMPNA STANICA

Ulagani podaci za čvor tipa pumpna stanica su:

- količina vode (zahtev) koju je potrebno prevesti na višu kotu

- visina dizanja vode H_b
- karakteristike pumpe

Za realizaciju zahteva troši se određena količina energije iz sistema. Energija potrebna za prepumpavanje vode, izražena u KWh, iznosi:

$$E = \frac{Q \cdot H_b \cdot t \cdot 9.81}{\eta}$$

gde je :

Q isporuka vode u jedinici vremena koja se prepumpava
 t vremenski period u kom je potrebno vršiti isporuku

Rezultate proračuna su :

- količina isporučene
- obezbeđenost zahteva.

ISPARAVANJE SA SLOBODNE VODENE POVRŠINE

S obzirom na vrstu raspoloživih podataka, za proračun dnevne sume isparavanja odabrana je metoda Ivanova, prema kojoj je:

$$E = m \cdot (25 + T)^n \cdot (100 - VL)$$

gde je:

E - dnevna suma isparavanja (mm/dan)
 T - reprezentativna temperatura ($^{\circ}\text{C}$)
 VL - reprezentativna vlažnost (%)
 m, n - koeficijenti

Reprezentativne temperature i vlažnost se određuju na osnovu merodavnih meteoroloških stanica, pri čemu se učešće svake od stanica definiše unapred zadatim ponderom.

Tariranje parametara modela Ivanova izvršeno je na osnovu podataka merenja dnevne sume isparavanja (primenom isparitenja klase A) na meteorološkim stanicama Čemerno i Zlatibor.

IZLAZ

Čvorom tipa izlaz predstavljeno je mesto gde voda nekontrolisano odlazi iz sistema.

Rezultat proračuna u ovom čvoru je hidrogram koji predstavlja sumu izlaza iz veza koje ulaze u čvor tipa izlaz.

POVRŠINSKI SLIV

Saglasno usvojenoj koncepciji dekompozicije sistema sliva reke Drine i opisanom modelu, modeliranje procesa formiranja ulaznih dotoka objedinjuje dve vrste entiteta i čvor i vezu. U čvoru tipa površinski sлив se vrši modeliranju formiranja padavina na osnovu realizovanih meteoroloških veličina, a u vezi površinsko doticanje se modelira transformacija padavina u oticaj.

Ulagne veličine za ovaj čvor predstavljaju meteorološke veličine padavina i temperatura za stanice merodavne za razmatrani sлив, površina slica, parametri jednačine linerane regresije za određivanje efektivnih padavina, kao i parametri za određivanje temperaturnog indeksa i indeksa prethodnih padavina.

JEDNAČINE VEZA

POVRŠINSKO DOTICANJE

Prilikom opisivanja čvora tipa površinski sлив već je naznačeno da se proces formiranja ulaznih doticaja ne može striktno podeliti samo na čvor ili vezu, pa se ova dva entiteta uvek posmatraju zajedno. Ulazni parametri za ovu vezu su parametri merodavnii za određivanje transformacione funkcije efektivnih padavina u proticaj, tj bezdimenzionalni parametar n i parametar sa dimenzijom vremenom τ .

TEČENJE U OTVORENIM TOKOVIMA

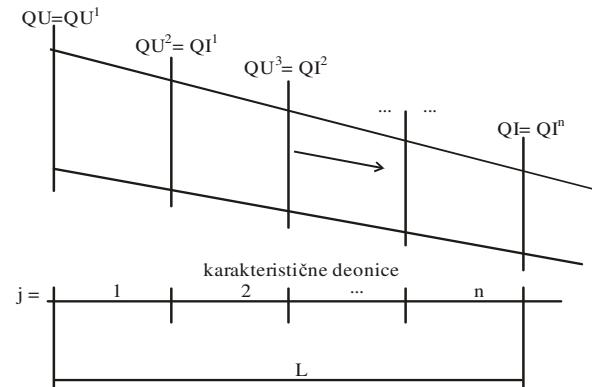
S obzirom na raspoloživost podataka o morfološkim karakteristikama vodotoka, u modelu je predviđeno da se proračun tečenja kroz otvoreni tok vrši primenom hidroloških metoda Maskingam i Kaljinin-Miljukov, ili metodom bez transformacije - direktnom vezom

METODA KALININ-MILJUKOV

Osnovna prepostavka na kojoj bazira metoda Kalinin-Miljukov je da se prirodni vodotok sastoji od sektora - karakterističnih deonica, na kojima postoji jednoznačna zavisnost između nivoa vode na sredini sektora i proticaja na izlaznom profilu.

Posmatra se potez vodotoka između dva čvora, odnosno između dva profila - ulaznog i izlaznog. On se sastoji od n karakterističnih deonica. Proračun propagacije proticaja odvija se sukcesivno po karakterističnim deonicama od ulaznog do izlaznog profila, pri čemu izlazni proticaj iz uzvodne

karakteristične deonice predstavlja ulaz za nizvodnu, odnosno $QU^j = QI^{j-1}$.



Slika 5. Prikaz karakterističnih deonica

Prepostavlja se da je izlazni proticaj u početnom trenutku jednak ulaznom.

Propagirani proticaj na izlazu iz karakteristične deonice u trenutku k se određuje na osnovu poznatih proticaja na ulazu i izlazu karakteristične deonice u prethodnom vremenskom trenutku $k-1$ i proticaja na ulaznom profilu u tekućem trenutku, prema sledećoj jednačini:

$$QI^k = C_1 \cdot QU^{k-1} + C_2 \cdot (QU^k - QU^{k-1}) + C_3 \cdot QI^{k-1}$$

gde su:

C_1 , C_2 i C_3 - koeficijenti koji su u funkciji perioda diskretizacije i vremena propagacije od ulaznog do izlaznog profila razmatrane karakteristične deonice.

Dužina karakteristične deonice se određuje iz uslova da na sredini sektora važi jednoznačna kriva proticaja.

Za proračun tečenja kroz otvoreni tok primenom metode Kalinin-Miljukov ulazne podatke predstavljaju:

- hidrogram na ulazu u vezu
- reprezentativna kriva proticaja
- pad dna
- vreme propagacije u funkciji ulaznog i izlaznog proticaja na karakterističnoj deonici

Izlaz je:

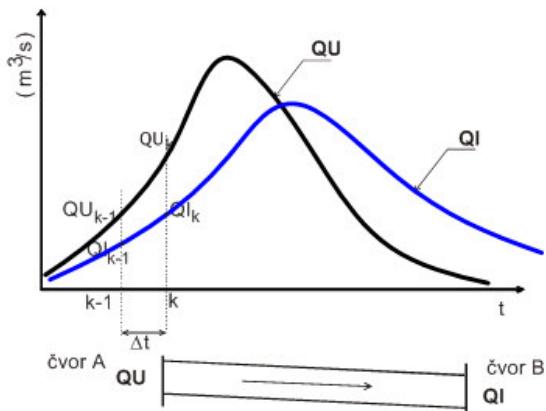
- hidrogram na izlazu iz veze

MASKINGAM METODA

Kod Maskingam metode uvodi se pojam težinskog proticaja (na izlazu) koji je funkcija ulaznog i izlaznog proticaja u istom vremenskom trenutku

$$QT^k = R^2 \cdot QU^k + (1 - R^2) \cdot QI^k$$

Osnovna pretpostavka Maskingam metode je da je odnos između težinskog proticaja QT^k i zapremine vode na potezu između ulaza i izlaza iz veze linearan.



Slika 6. Šematski prikaz transformacije hidrograma duž karakteristične deonice

Iz jednačavanjem ΔV iz jednačine kontinuiteta i jednačine promene zapremine u funkciji težinskog proticaja, nakon sređivanja se dobija :

$$QI^k = C_1 \cdot QU^k + C_2 \cdot QU^{k-1} + C_3 \cdot QI^{k-1}$$

Koeficijenti C_1 , C_2 i C_3 se određuju na osnovu parametara koji karakterišu vezu za otvoreni tok i zavise od: bezdimenzionog parametra $R_{br_veze}^2$ i parametra koji ima dimenziju vremena $R_{br_veze}^1$

Za proračun tečenja kroz otvoreni tok primenom metode Maskingam ulazne podatke predstavlja:

- hidrogram na ulazu u vezu
- parametri $R_{br_veze}^2$ i $R_{br_veze}^1$

Izlaz je:

- hidrogram na izlazu iz veze

TEČENJE KROZ TUNEL

Modeliranje tunela vrši se preko krive proticaja u koju su uključeni linijski i lokalni gubitci.

Ulagani parametri za proračun tečenja kroz tunel su:

- kriva isticanja
- nivogram u akumulaciji

Izlazni rezultat je hidrogram isticanja.

DIREKTNA VEZA

Direktnoj vezi nije dodeljena nikakva transformaciona funkcija, tj ulazni hidrogram je jednak izlaznom $QI_i^k = QU_i^k$. Sve veze tipa: zahvatanje za navodnjavanje, zahvatanje za vodosnabdevanje, zahvatanje za termoelektranu i isparavanje su po svom karakteru direktnе.

REVERZIBILNA VEZA

Veze između reverzibilnih hidroelektrana i akumulacija su ostvarene reverzibilnim vezama. Po svojoj prirodi je veza tipa tunel sa omogućenim naizmeničnim proticajem u oba pravca.

Rezultati proračuna su hidrogram na ulazu i izlazu u zavisnosti od smera proticaja

PROCURIVANJE

Ova veza suštinski objedinjuje čvor procurivanje i direktnu vezu, ali je, s obzirom na neminovnost dešavanja zamjenjena samo jednim entitetom. Ulagane parametre predstavljaju kriva procurivanja, koja u opštem slučaju može biti određena merenjem, ali se u praksi češće određuje iz bilansne jednačine u funkciji nivograma u akumulaciji.

Izlazni rezultat je hidrogram procurivanja.

ZAHVATANJE IZ AKUMULACIJE

Zahvatanje i transport vode iz akumulacionog jezera do korisnika modelirano je vezom koja je po svom karakteru direktna veza (nema transformacionu funkciju) ali sa dodatkom ograničenja isporuke u vidu minimalne kote vodozahvata. Rezultati proračuna su predstavljeni u vidu hidrograma .

ZAHVATANJE IZ RAČVE

Zahvatanje i transport vode iz rečnog toka do korisnika modelirano je direktnom vezom. Rezultati proračuna su predstavljeni preko hidrograma.

POVRATNA VEZA

Modeliranje vraćanja dela vode od strane nekog korisnika u sistem, sa redukovanim količinom i vremenskim kašljenjem vrši se preko povretne veze.

Koeficijent koji predstavlja procenat od zahvaćene vode koji se vraća u akumulaciju ili vodotoke je

$$p_{\text{vrač}} \equiv \frac{Q_{\text{vrač rāc}}}{Q_{\text{zahvač rāc}}}$$

dok se vraćanje vode dešava sa određenim vremenskim kašljenjem, tj $k_{\text{vrač}} \cdot \Delta t$. Ova dva koeficijenta i predstavljaju ulazne podatke, tj karakteristiku veze, dok je izlazni rezultat predstavljen u vidu hidrograma.

ISPARAVANJE

Isparavanje sa slobodne vodene površine je proces koji se neminovno odigrava u prirodi. Kako je slobodna vodena površina sastavni deo akumulacije koja je u okviru Simulacionog modela simulirana čvorom tipa akumulacija, a proces isparavanja čvorom tipa isparavanje, respektujući usvojenu dekompoziciju sistema prema kojoj su dva čvora uvek povezana vezom, uvedena je veza tipa isparavanje. Ova veza je po karakteru direktna i nema ulaznih parametara.

Izlazi iz modela su:

- hidrogram na ulazu i
- hidrogram na izlazu.

ZAKLJUČAK

Prostornom dekompozicijom sistema i modeliranjem svakog entiteta pojedinačno omogućena je jednostavna

zamena i dorada modela drugim. Izbor modela umnogome je zavisio od raspoloživih podataka, kako podataka kojima se opisuju fizičko-geografske karakteristike sliva, tako i hidrometeoroloških.

Stvaranje i razvoj informacionog sistema je dinamički proces pa je usavršavanje modela u celini, u smislu poboljšanja kvaliteta pojedinih njegovih komponenti uključivanjem podataka iz GIS-a i hidrometeoroloških podataka obezbeđenih savremenim sistemima za osmatranje, merenje i prenos, dalji put razvoja Hidroinformacionog sistema Drine.

LITERATURA

- [1] Petković T., Prohaska S., Metode za proračun velikih voda, Deo II – Problemi voda na hidrološki neizučenim profilima, Građevinski kalendar, 1990.
- [2] Divac D., Grujović N., Milovanović M., Novi simulacioni model za bilansnu analizu vodoprivrednih sistema - metodologija, softver i primena, Monografija Upravljanje vodnim resursima Srbije 99, Institut za vodoprivredu Jaroslav Černi, Beograd, 1999.
- [3] Đorđević B., Hidroenergetsko korišćenje voda, Beograd, 2001.
- [4] Dejan Divac, Miodrag Milovanović, HIS Drina simulacioni model, Institut Jaroslav Černi, 2002.
- [5] Jugoslav Nikolić, Isparavanje vode u prirodnim uslovima, Beograd, 2002.
- [6] Prohaska S., Ristić V., Hidrogeologija kroz teoriju i praksu, Beograd, 2002.
- [7] Prohaska S., Ristić V., Hidrologija I deo, hidroeteorologija, hidrometrija i vodni režim, Beograd 2003

MATHEMATICAL MODEL COMPONENTS: NODE AND LINK EQUATIONS

by

Miomir ARSIĆ, Vladislava BARTOŠ DIVAC, Zoran SIMIĆ,
Boban STOJANOVIĆ

The Jaroslav Černi Institute for the Development of Water Resources

Summary

The paper addresses mathematical model components applied when modeling the Drina River basin. The basin was divided into two kinds of entities, nodes and links. Mathematical models for the transformation or generation of discharges

or changes of conditions were assigned to each entity.

Key words: mathematical model, flow equation, transformation, system

Redigovano 18.05.2004.