

OCENA RIZIKA OD EROZIJE REČNOG KORITA OKO MOSTOVSKIH STUBOVA

Miodrag JOVANOVIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu

REZIME

Ovaj rad govori o mogućnosti ocene rizika od potkopavanja temelja mostovskih stubova. Višegodišnja snimanja rečnog korita na deonici sa mostom daju mogućnost statističke analize opšte deformacije korita i prognoze kota dna određene verovatnoće pojave. Oko mostovskih stubova izraženo je sniženje kota dna usled lokalne erozije. Ocena rizika od potkopavanja temelja mostovskog stuba može se zasnivati na nekom izabranom empirijskom obrascu za lokalnu eroziju samo ako se hidrauličke veličine u tom obrascu tretiraju kao slučajne veličine sa odgovarajućim raspodelama. Tada se primenom metode Monte Karlo može odrediti verovatnoća potkopavanja temelja mostovskog stuba, a zatim se ova verovatnoća može dovesti u vezu sa faktorom sigurnosti – parametrom koji se uobičajeno koristi u inženjerskoj praksi za kvantifikaciju stepena prihvatljivog rizika. Opisana metodologija je ilustrovana primerom novog mosta na Dunavu kod Beške.

Ključne reči: erozija rečnog korita, mostovski stubovi, metoda Monte Karlo, generatori pseudo slučajnih brojeva

1. UVOD

Kada se u hidrotehnici govori o neizvesnostima, obično se misli na nemogućnost utvrđivanja pouzdanih vrednosti parametara analitičkih modela. Ta nemogućnost je nekad uslovljena fizičkim razlozima, a nekad, ograničenjem finansijskih sredstava i vremena. Problem neizvesnosti se donekle može prevazići analizom osetljivosti rezultata na vrednosti parametara računskog modela, što je standardni pristup u praksi. Korak dalje je analiza neizvesnosti „prvog reda”, koja podrazumeva da se sve promenljive tretiraju kao slučajne veličine i da svaka veličina ima normalnu raspodelu. Još bolji pristup je analiza „drugog reda”, kod koje svaka promenljiva ima svoju raspodelu, koja ne mora biti normalna.

Međutim, neizvesnost ima šire značenje i obuhvata i niz drugih faktora, kao što su: nedovoljno poznavanje fizike nekog procesa (što ograničava jednačine kojim se taj proces opisuje), uprošćenja i pretpostavke koje se uvode radi lakšeg proračuna, nedovoljan broj uzoraka ili eksperimenata za formiranje korelacionih zavisnosti ili kalibraciju modela, razne nepredviđene okolnosti (uticaj okoline, ljudski faktor, protivrečnost informacija itd).

Problem neizvesnosti i rizika u hidrotehnici razmatran je kod nas u više navrata (na primer [2,9]). Ovaj rad se bavi ocenom rizika pri određivanju dubine fundiranja mostovskih stubova, što je od velikog značaja za projektovanje novih, ili sanaciju postojećih mostova.

Tradicionalni inženjerski pristup je da se dubina fundiranja odredi na osnovu dubine lokalne erozije sračunate pomoću nekog izabranog empirijskog obrasca i uvećane shodno usvojenoj vrednosti faktora (koeficijenta) sigurnosti. Ovaj deterministički pristup daje jednoznačno rešenje za izabrane vrednosti hidrauličkih veličina u obrascu za lokalnu eroziju. U tom slučaju faktor sigurnosti nije direktan i objektivni indikator rizika od potkopavanja temelja stuba, jer usvajanje njegove vrednosti nije zasnovano na kvantifikaciji rizika, već na manje-više subjektivnom osećaju projektanta, pri čemu taj osećaj sledi opšte pravilo da veći faktor sigurnosti podrazumeva manji stepen rizika i obrnuto.

Savremeni pristup u rešavanju ovog problema nalaže da se mora odrediti *verovatnoća* potkopavanja temelja mostovskog stuba, odnosno verovatnoća da eroziona dubina premaši projektnu dubinu fundiranja. Ta verovatnoća se zatim može dovesti u vezu sa faktorom sigurnosti. Tek tada ovaj faktor postaje pravi indikator stepena neizvesnosti, odnosno pouzdanosti projektnog rešenja.

U svetskoj literaturi se može naći nekoliko radova koji se bave stohastičkom analizom lokalne erozije oko

mostovskih stubova [6,7,8]. Doprinos ovog rada je što pokazuje:

(a) kako se, statističkom analizom opšte deformacije korita, definiše referentno stanje korita za proračun lokalne erozije oko mostovskih stubova i

(b) kako se, pogodnim izborom promenljivih u obrascu za lokalnu eroziju, otvara mogućnost da se statističkom obradom hidrološko-hidrauličkih podataka relativno pouzdano odrede raspodele tih veličina, što je preduslov za određivanje verovatnoće potkopavanja temelja mostovskih stubova.

Predložena metodologija je ilustrovana primerom mosta na Dunavu kod Beške.

2. DETERMINISTIČKI PRISTUP

Literatura nudi veliki broj empirijskih obrazaca za proračun dubine lokalne erozije oko mostovskih stubova. U proračunu se uzimaju u obzir: dimenzije i oblik stuba, njegov položaj u odnosu na tok i hidrauličke karakteristike toka. Jedan od najčešće primenjivanih obrazaca je obrazac „CSU” (Colorado State University, 1988), koji važi za nevezani peščani materijal [10,13]:

$$\frac{h_e}{h} = 2 \cdot K_1 \cdot K_2 \left(\frac{b_s}{h} \right)^{0.65} \cdot Fr^{0.43}, \quad (1)$$

gde je: h_e – najveća eroziona dubina u odnosu na referentno dno korita, h – lokalna dubina u neporemećenom strujnom polju uzvodno od stuba, b_s – širina stuba, $Fr = \tilde{u} / \sqrt{gh}$ – lokalni Frudov broj, \tilde{u} – brzina toka osrednjena po dubini h , g – gravitaciono ubrzanje, K_1 – koeficijent koji odražava uticaj oblika stuba, K_2 – koeficijent koji odražava uticaj napadnog ugla pod kojim tok deluje na stub. Kod cilindričnih stubova je: $K_1 = K_2 = 1$.

Obrazac CSU se tradicionalno koristi kao deterministički model, što znači da se vrednosti svih promenljivih unapred zadaju. Međutim, činjenica je da su dubina i brzina toka slučajne veličine, tako da je i eroziona dubina slučajna veličina sa određenom verovatnoćom pojave. To upućuje na neophodnost stohastičkog pristupa u rešavanju problema.

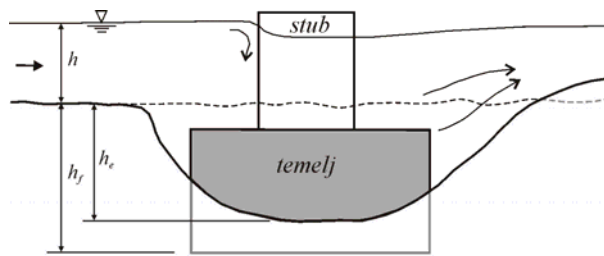
3. STOHAŠTIČKI PRISTUP

Ako se uzme da su veličine b_s , K_1 i K_2 poznate i nepromenljive, obrazac (1) se može formulisati u obliku:

$$h_e = c \cdot q^{0.43} \cdot h^{-0.30}, \quad (2)$$

gde je: q – jedinični protok, a $c = 2K_1K_2b_s^{0.65}/\sqrt{g}$ – konstanta.

Kada eroziona dubina h_e dostigne određenu vrednost, temelj stuba postaje ugrožen potkopavanjem, što narušava statičku stabilnost stuba. Ne ulazeći u konstruktivne i geotehničke detalje (na primer, da li postoje šipovi i da li je u izvesnoj meri dozvoljeno njihovo ogoljenje, kakav je sastav rečnog korita itd.), problem se može uprošćeno razmatrati tako što se pretpostavlja da je granično stanje stabilnosti stuba vezano za trenutak kada eroziona dubina h_e dostigne donju ivicu temeljne stope, odnosno dubinu fundiranja h_f (Slika 1).



Slika 1. Shematski prikaz erozije oko mostovskog stuba. Uslovi stabilnosti stuba su vezani za odnos eroziona dubine h_e i dubine fundiranja h_f ; stub je stabilan ako je $h_e < h_f$, a nestabilan, ako je $h_e \geq h_f$.

Verovatnoća potkopavanja temeljne stope („otkaza stabilnosti”) je:

$$P_0 = P\{h_e \geq h_f\}, \quad (3)$$

ili u razvijenom obliku:

$$P_0 = P\{c \cdot q^{0.43} \cdot h^{-0.30} \geq h_f\}. \quad (4)$$

Verovatnoća P_0 se određuje primenom metode Monte Karlo. Suština ove metode je u tome da se vrednosti slučajnih veličina (ovde su to protok q i dubina h) generišu po njihovim zadatim raspodelama i da se, primenom određenog modela (ovde je to jednačina (2)), obavi veliki broj numeričkih simulacija koje daju vrednosti tražene veličine (u ovom slučaju, eroziona dubina h_e). Kako je ishod svakog numeričkog eksperimenta drugačiji, kao rezultat se dobija empirijska raspodela tražene veličine, a statistike te raspodele se lako mogu sračunati. Primenom relacije (4) dolazi se do verovatnoće potkopavanja temelja stuba (P_0).

Raspodele slučajnih veličina

Jedan od ključnih faktora za kvalitet dobijenih rezultata je izbor raspodela slučajnih veličina koje figurišu u računskom modelu. Najbolje je da se ove raspodele definišu na osnovu merenja. Ako to nije moguće, izbor se zasniva na subjektivnoj proceni ili podacima iz literature.

U konkretnom slučaju, može se usvojiti da je raspodela za jedinični protok u izrazu (2) jednaka teorijskoj raspodeli velikih voda koju hidrometeorološka služba definiše za pojedine reke na osnovu višegodišnjih osmatranja. Ovo se može opravdati činjenicom da je u uslovima velikih voda stepen opšte i lokalne erozije rečnog korita najveći.

Definisanje raspodele za lokalnu dubinu uzvodno od mostovskog stuba je složenije, sa većom mogućnošću greške. Pod pretpostavkom kvazi-jednolikog tečenja uzvodno od mosta, dubina se može izraziti preko jediničnog protoka, Maningovog koeficijenta trenja (n) i nagiba energetske linije (I_e):

$$h = \left(\frac{n \cdot q}{\sqrt{I_e}} \right)^{3/5}. \quad (5)$$

Sve tri veličine na desnoj strani jednačine (5) su slučajne i treba definisati njihove raspodele. Već je rečeno da je raspodela jediničnog protoka (q) određena raspodelom velikih voda koju daje hidrometeorološka služba. Raspodela Maningovog koeficijenta (n) može biti normalna ili uniformna. U ovom drugom slučaju, koeficijent varijacije je:

$$C_v = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \right), \quad (6)$$

gde je n_1 najmanja, a n_2 najveća vrednost Maningovog koeficijenta na predmetnoj deonici. Ove vrednosti se dobijaju kalibracijom modela linijskog ustaljenog tečenja. Proračunom linija nivoa, određene su i prosečne vrednosti nagiba linije energije (I_e). Procena je da kod velikih reka, ova slučajna promenljiva ima normalnu raspodelu, sa vrednostima koeficijenta varijacije $C_v \in (0.01, 0.2)$. Određivanje pojedinih raspodela biće konkretnije prikazano u tački 5, u kojoj se detaljno opisuje jedan primer iz prakse.

Generatori slučajnih brojeva

Za generisanje pseudo slučajnih brojeva po određenoj raspodeli koriste se standardni postupci. Njihova suština je u tome da se najpre generišu slučajni brojevi po uniformnoj raspodeli na jediničnom intervalu (0,1) (za šta u programskim jezicima postoje „ugrađene” funkcije¹), a zatim se vrši transformacija ovih brojeva u odgovarajuće slučajne brojeve neke druge raspodele (uniformne na proizvoljnom intervalu, normalne, eksponencijalne, Pirsonove itd.).

Postupak „inverzne transformacije”, prikazan na Slici 2, može se formulirati relacijom:

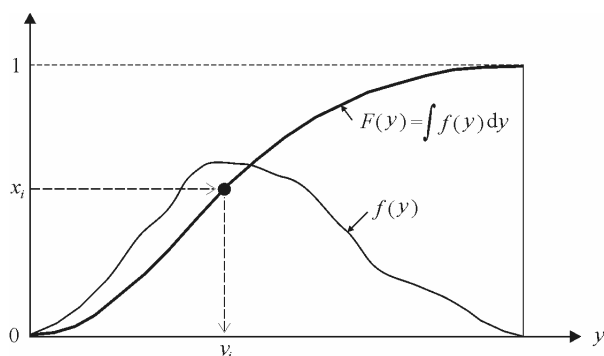
$$y_i = F^{-1}(x_i), \quad (7)$$

gde je: x_i – slučajni broj generisan po uniformnoj raspodeli na intervalu (0,1), a y_i – odgovarajući slučajni broj po „novoju” raspodeli. Funkcije najčešćih inverznih transformacija F^{-1} date su u Dodatku.

Broj simulacionih ciklusa

Da bi verovatnoća potkopavanja temeljne stope mostovskog stuba P_0 bila pouzdano određena, broj simulacionih ciklusa mora biti veliki. Taj broj zavisi od slučaja do slučaja i nije unapred poznat. Pri malom broju ciklusa, vrednosti P_0 fluktuiraju (velika standardna greška). Potreban broj računskih ciklusa utvrđuje se empirijski – probanjem. Proračun se ponavlja sa sve većim brojem ciklusa dok se fluktuacije ne izgube, a koeficijent varijacije C_v ne svede na najmanju vrednost. U literaturi [6] se za broj simulacionih koraka preporučuje uslov: $C_v < 0.1$.

¹ Na primer, u Fortranu95: RANDOM_NUMBER().



Slika 2. Metoda transformacije u postupku generisanja slučajnog broja „ y ” koji ima poznatu gustinu raspodele $f(y)$. Integral $F(y)$ i njegova inverzna funkcija F^{-1} moraju biti definisani. Slučajni broj „ x_i ” se generiše po uniformnoj raspodeli na intervalu $(0,1)$, a odgovarajući broj „ y_i ” predstavlja traženi slučajni broj po raspodeli $f(y)$.

4. FAKTOR SIGURNOSTI I OCENA RIZIKA

U razmatranom problemu faktor (koeficijent) sigurnosti može se definisati na ovaj način:

$$FS = \frac{h_f}{h_e} \quad (8)$$

Treba naglasiti da faktor FS nije direktna mera rizika. Za uvid u stepen rizika mora se kvantifikovati veza između broja FS i verovatnoće „otkaza” P_0 , što će biti pokazano u nastavku, na konkretnom primeru. Međutim, ta veza se može unapred kvalitativno opisati; naime, funkcija $FS = FS(P_0)$ mora biti opadajuća, jer manjim vrednostima verovatnoće P_0 odgovaraju veće vrednosti faktora sigurnosti FS i obrnuto.

Usvajanje neke vrednosti faktora sigurnosti nema mnogo smisla ako istovremeno nije poznata odgovarajuća verovatnoća P_0 . Ispravan pristup je da se najpre usvoji ona verovatnoća „otkaza” P_0 , koja odražava *ekonomski prihvatljiv* stepen rizika, pa tek onda da se, na osnovu prethodno uspostavljene empirijske zavisnosti $FS = FS(P_0)$, utvrdi koja je odgovarajuća vrednost faktora sigurnosti. Tako dobijena vrednost na pravi način odražava stepen pouzdanosti projektnog rešenja.

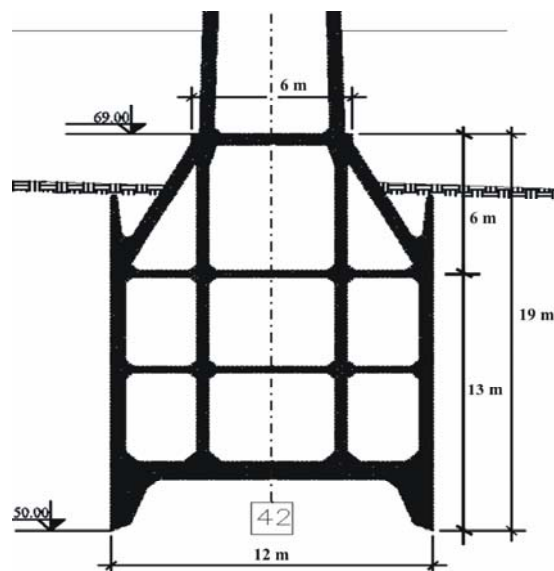
5. PRIMER NOVOG MOSTA KOD BEŠKE

U nastavku se opisana metodologija ilustruje rezultatima koji su dobijeni za novi most na Dunavu kod Beške [11, 12]. Kao što je poznato, reč je o mostu „blizancu” koji treba da se izgradi neposredno uz postojeći most, na km 1232.2. (Slika 3). Hidrauličkom analizom obuhvaćen je sektor „Beška” dužine 6.2 km (između evidencionih profila EP203, km 1234.7 i EP209, km 1228.5, Slika 5). Ovaj sektor se nalazi između Čortanovaca i Slankamena, oko 13.5 km uzvodno od ušća Tise (km 1214.5).

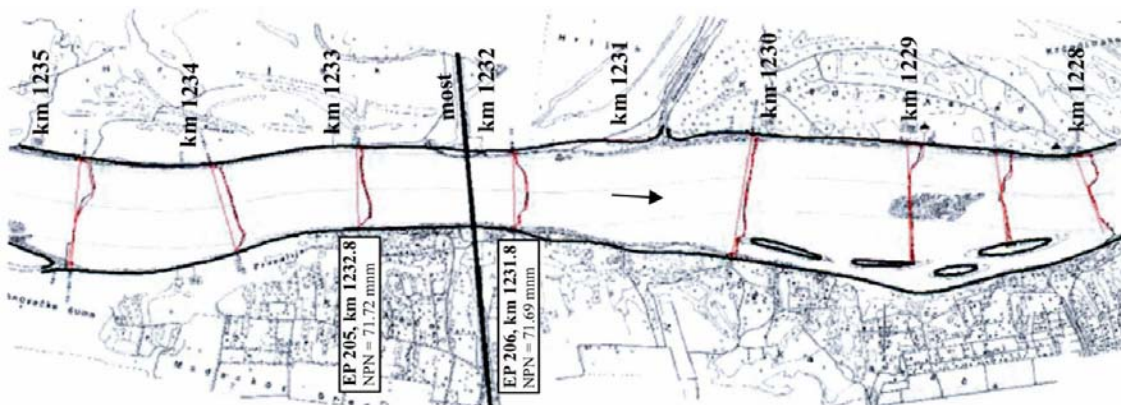


Slika 3. Postojeći most na Dunavu kod Beške

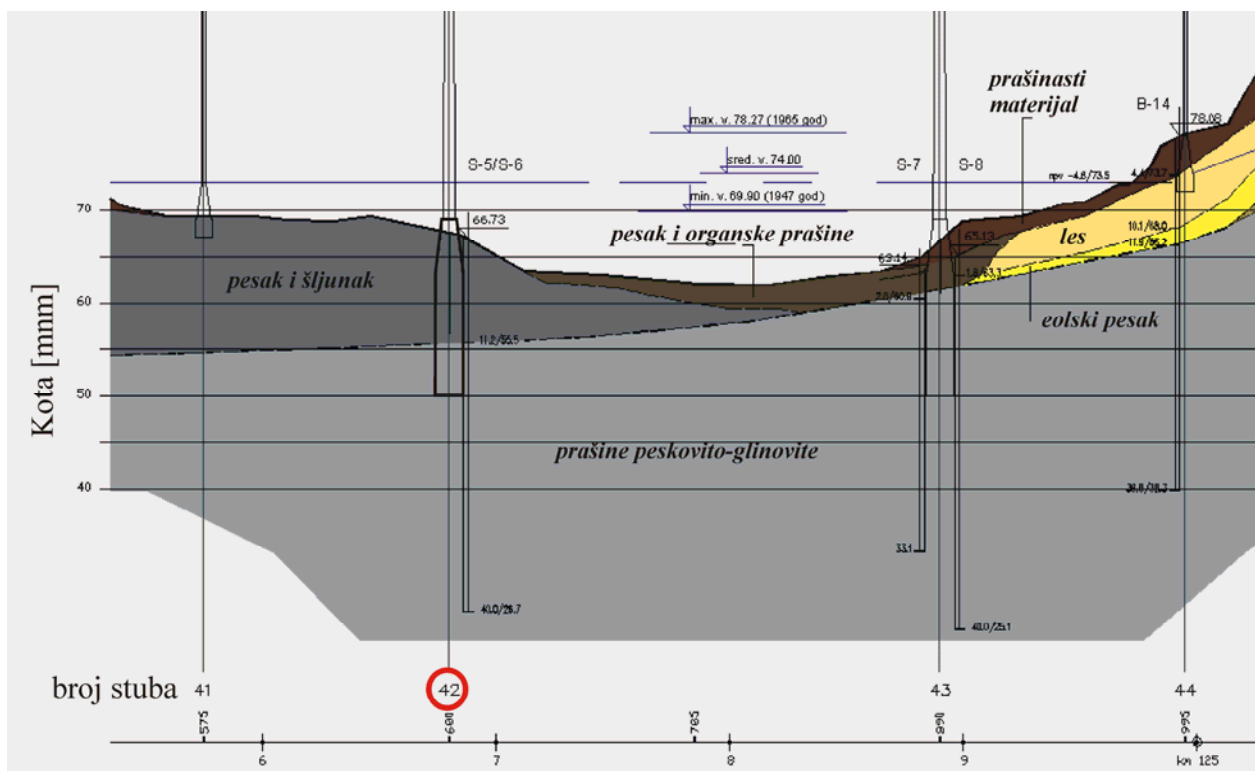
Postojeći most ima tri stuba u minor koritu Dunava. Ovi stubovi nose oznake S41, S42 i S43 (od leve obale ka desnoj). Na Slici 3 prikazani su stubovi S42 i S43 (između kojih je plovidbeni otvor), a na Slici 4 prikazan je presek temeljne stope stuba S42.



Slika 4. Vertikalni presek temeljne stope stuba S42 [5].



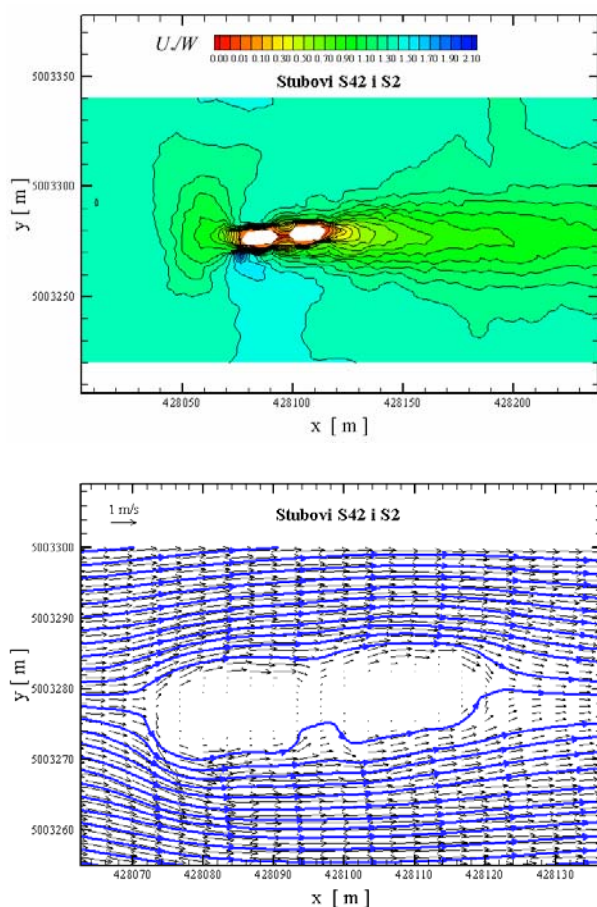
Slika 5. Deonica Dunava kod Beške sa položajem postojećeg mosta i evidencionih profila [11]. U zoni postojećeg mosta širina korita iznosi 420 m, a opseg dubina pri srednjim vodama, 6–8 m



Slika 6. Geotehnički profil u zoni postojećeg mosta na Dunavu kod Beške [5].

Pretpostavlja se da će stubovi novog mosta biti identičnog oblika i istih dimenzija kao stubovi postojećeg mosta. Ako se novi stubovi označe „S1”, „S2” i „S3”, parovi odgovarajućih stubova (starih i novih) nose oznake „S41 i S1”, „S42 i S2” i „S43 i S3”.

Projektom je predviđeno da razmak stubova S41 i S1 bude 6 m, a razmak stubova S42 i S2, kao i stubova S43 i S3, 12 m [12]. Kako je ovaj razmak veoma bitan jer utiče na strujno polje u blizini stubova, obavljena je numerička simulacija strujanja, da bi se ustanovilo da li se par stubova može u hidrauličkom smislu tretirati kao jedan (veći) stub. Neki od rezultata prikazani su na Slici 7.



Gornji dijagram prikazuje raspored vektora brzine i strujnica u horizontalnoj ravni. Može se konstatovati da

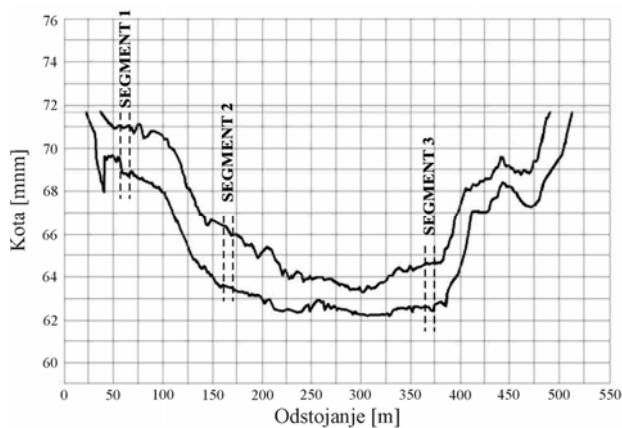
između stubova nema strujanja, što znači da se ovaj par stubova u hidrauličkom smislu može tretirati kao jedan stub.

Donji dijagram prikazuje raspored vrednosti parametra U_*/W , gde je U_* – lokalna smičuća brzina, a W – brzina taloženja zrna suspendovanog nanosa srednje krupnoće 0.2 mm. Ovaj parametar se koristi za kvalitativnu ocenu stabilnosti rečnog korita, pri čemu vrednosti manje od jedan ukazuju na mogućnost istaložavanja nanosa.

Analiza opšte deformacije rečnog korita

Analiza opšte deformacije korita je neophodna da bi se odredila referentna kота dna u odnosu na koju se računa eroziona dubina oko temelja mostovskog stuba.

Za ovu analizu je kao merodavan, izabran evidencioni profil EP206 (km 1231.8), jer je najbliži profilu budućeg mosta. Korišćeni su rezultati snimanja ovog profila u periodu od 1987. do 2004. godine. Na osnovu 19 ehograma, najpre su formirane anvelope najviših i najnižih kота dna (Slika 8), a zatim su sa svakog ehograma očitavane kote dna i formirane serije podataka. Statističkom analizom obuhvaćene su kote dna na onim delovima poprečnog preseka – „segmentima” širine 20 m, koji po položaju odgovaraju stubovima postojećeg mosta (S41, S42 i S43).



Slika 8. Anvelope najviših i najnižih kота dna u profilu EP206 (km 1231.8). Imajući u vidu da su stubovi postojećeg i budućeg mosta u svemu identični, segmenti 1, 2 i 3 odgovaraju po svom položaju novim stubovima S1, S2 i S3 [11].

U nastavku se prikazuju rezultati analize za stub S42. Očitavanjem kота dna sa ehograma unutar segmenta br. 2, formiran je uzorak od 68 podataka i određena je empi-

rijska funkcija raspodele – verovatnoće kota dna (Z_d). Konstatovano je da je u višegodišnjem periodu snimanja, 98% kota dna bilo iznad kote 63.41 mm. Prosečna kota dna (medijana) iznosi 64.3 mm.

Pretpostavljajući da je uzorak homogen, ispitana je saglasnost empirijske raspodele sa teorijskim raspodelama: normalnom (N), log-normalnom (LN), Gumbelovom (G), Pirson 3 (P3) i log-Pirson 3 (LP3). Cilj uspostavljanja ove saglasnosti je prognoza ekstremnih vrednosti. Rezultati su dati u Tabelama 1 i 2, a grafički prikaz je dat na Slici 9-(a).

Tabela 1. Statistički pokazatelji normalne i log-normalne raspodele kota dna snimljenih unutar segmenta br. 2; oznake: Z_d – kota dna, N – broj podataka, m – srednja vrednost, s – standardna devijacija, C_v – koeficijent varijacije i C_s – koeficijent asimetrije.

| Promenljiva | N | m | s | C_v | C_s |
|-------------|-----|--------|--------|-------|-------|
| Z_d | 68 | 64.360 | 0.6995 | 0.011 | 0.958 |
| $\log Z_d$ | 68 | 1.808 | 0.0047 | 0.003 | 0.930 |

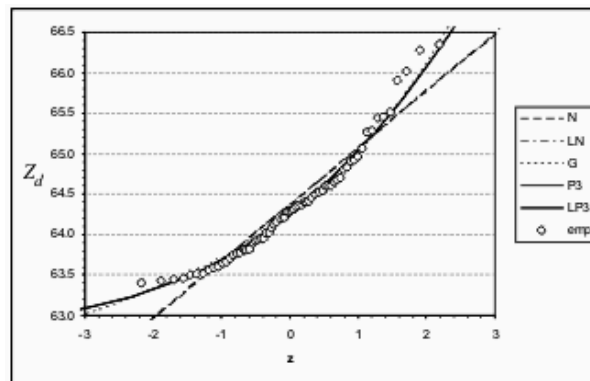
Tabela 2. Vrednosti parametara raspodela Gumbel, Pirson i log-Pirson 3; oznake: $a = 4/C_s^2$, $b = s \cdot C_s/2$, $c = m - a \cdot b$.

| Gumbel (G) | | Pirson 3 (P3) | | | log-Pirson 3 (LP3) | | |
|------------|------------|---------------|------|-------|--------------------|-------|-------|
| u_G | α_G | a | b | c | a | b | c |
| 64.0 | 0.5 | 4.362 | 0.33 | 62.90 | 4.63 | 0.002 | 1.798 |

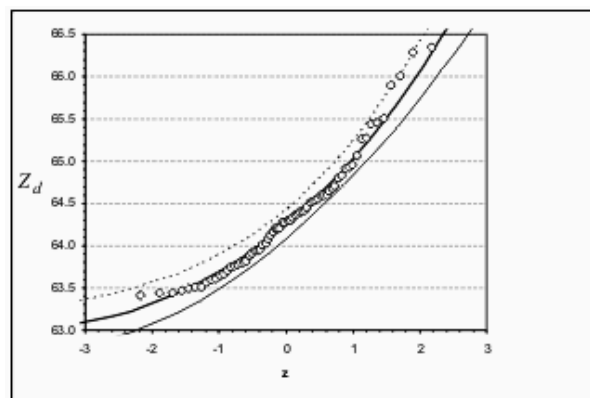
Rezultati ocene saglasnosti empirijske raspodele i teorijskih raspodela pomoću testova Kolmogorova i χ^2 pokazuju da najbolju saglasnost daju raspodele Pirson 3 i log-Pirson 3. Kako se i režim velikih voda na ovoj deonici dobro opisuje navedenim raspodelama, dobijeni rezultat ima fizičku zasnovanost, jer velike vode dominantno utiču na formiranje rečnog korita.

Za definisanje kota dna na razmatranoj deonici usvojena je raspodela Pirson 3 (Slika 9-(b)). Ova raspodela omogućava prognozu ekstremnih kota dna koje su interesantne za projektanta mosta; na primer, očekivana kota dna verovatnoće pojave 1% iznosi:

$Z_{d,1\%} = 63.23$ mm, sa gornjom granicom poverenja 63.48 mm, odnosno donjom granicom, 62.97 mm.



(a)



(b)

Slika 9. (a) Saglasnost empirijske raspodele kota dna sa teorijskim raspodelama [11]; (b) Raspodela Pirson sa 95%-tnim intervalom poverenja (z - standardizovana normalna promenljiva).

Analiza lokalne erozije oko mostovskog stuba

Kao što je rečeno, za ovu analizu je neophodno najpre definisati raspodele promenljivih u obrascu za erozionu dubinu, a zatim, pomoću relacije (4), odrediti verovatnoće potkopavanja stope mostovskog stuba za izabrane dubine fundiranja.

Raspodela jediničnog protoka u obrascu (2) definisana je raspodelom velikih voda koju je za hidrološke stanice Bogojevo i Novi Sad ustanovio Republički

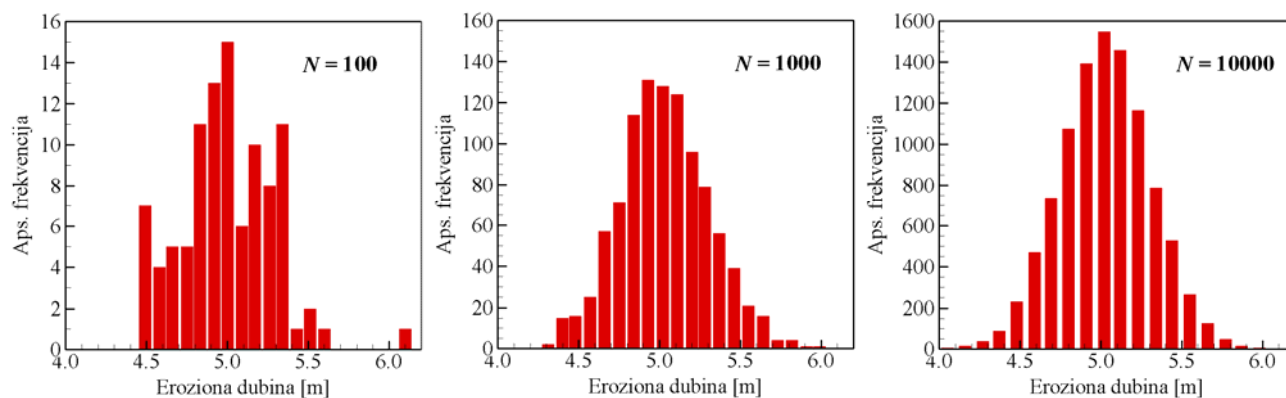
hidrometeorološki zavod statističkom obradom podataka za 72 godine osmatranja (period 1931-2003). Raspodela velikih voda je tipa Pirson 3, sa vrednostima parametara: $m \equiv Q = 5561 \text{ m}^3/\text{s}$, $C_v = 0.20$ i $C_s = 0.43$ [11]. Isti tip raspodele i iste vrednosti parametara C_v i C_s usvojene su za jedinični protok. Ocena matematičkog očekivanja za jedinični protok određena je za puno minor korito pri srednjoj višegodišnjoj koti dna u segmentu „2” i iznosi $m \equiv q = 13 \text{ m}^3/(\text{s m})$.

Raspodela dubine u obrascu (2) proizilazi, shodno izrazu (5), iz raspodele slučajnih veličina q , n i I_e . Već je rečeno da je raspodela jediničnog protoka q tipa Pirson 3. Po preporuci iz literature [1] i [6] usvojena je uniformna raspodela Maningovog koeficijenta, što se može opravdati uskim opsegom vrednosti ovog koeficijenta. U konkretnom slučaju utvrđeno je da se vrednosti kreću od $n_1 = 0.022 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ do $n_2 = 0.028 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$.

Vrednosti parametara uniformne raspodele promenljive n su: $m = 0.025 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$, $s = 0.0017$ i $C_v = 0.069$.

Za raspodelu promenljive I_e usvojena je normalna raspodela. Na osnovu rezultata hidrauličkog proračuna za protok punog minor korita, utvrđene su vrednosti parametara ove raspodele za razmatrani sektor Dunava: $m = 0.3 \times 10^{-4}$, $s = 0.6 \times 10^{-5}$ ($C_v = 0.2$).

Koristeći inverzne transformacije (7), generisani su slučajni brojevi po navedenim raspodelama, a zatim su, primenom obrasca (2), sračunate slučajne vrednosti erozionih dubina. Na Slici 10 su, ilustracije radi, prikazana tri histograma apsolutne frekvencije računskih erozionih dubina. Može se primetiti da sa povećanjem broja simulacionih ciklusa, empirijska gustina raspodele teži normalnoj raspodeli.



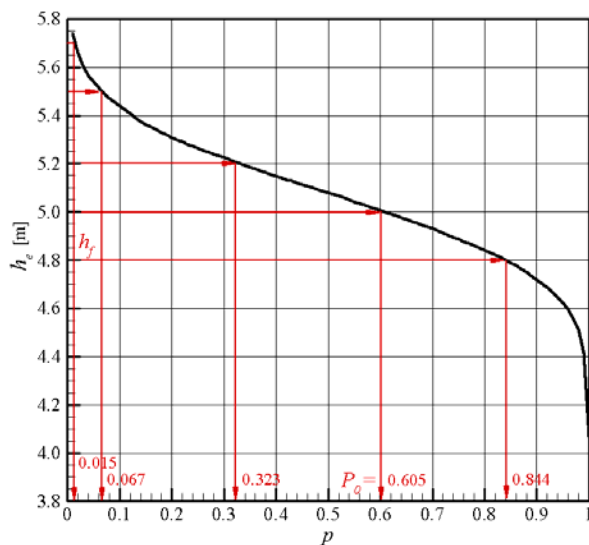
Slika 10. Histogrami apsolutne frekvencije erozionih dubina (h_e) za različiti broj simulacionih ciklusa N .

Na Slici 11 prikazana je odgovarajuća funkcija empirijske raspodele erozionih dubina dobijena posle 10000 simulacionih ciklusa.

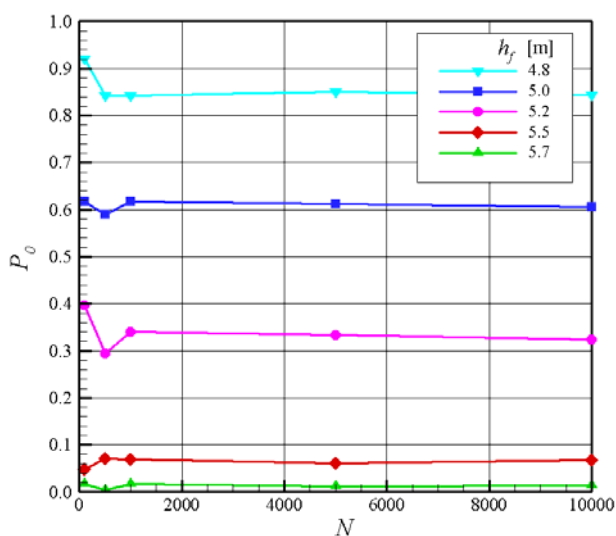
Za proračun verovatnoće potkopavanja temelja mostovskog stuba razmatran je niz dubina fundiranja: $h_f \in (4.8, 5.0, 5.2, 5.5, 5.7)$ m. Nanošenjem ovih vrednosti na dijagram na Slici 11, određene su verovatnoće potkopavanja P_0 . Kako ove verovatnoće zavise od generisanih erozionih dubina, da bi rezultati bili pouzdani neophodno je da broj simulacionih ciklusa bude dovoljno velik, kao što pokazuje zavisnost na Slici 12.

Na Slici 13 prikazana je veza između dubine fundiranja i verovatnoće potkopavanja. (Prikazani su rezultati za $N = 10000$.)

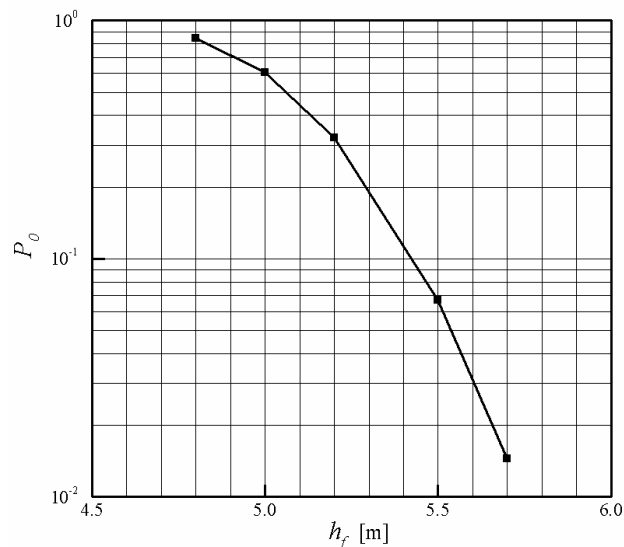
Imajući u vidu usvojenu definiciju faktora sigurnosti (8), empirijska raspodela erozionih dubina (Slika 11) može se iskoristiti za formiranje raspodele faktora sigurnosti (FS), kao što je prikazano na Slici 14.



Slika 11. Empirijska verovatnoća pojave erozionih dubina. Vrednosti h_e se kreću od 3.85 m do 5.74 m. Erozijska dubina sa verovatnoćom $p=50\%$ (medijana) iznosi 5.08 m, a sa verovatnoćom $p=1\%$, 5.7 m.



Slika 12. Verovatnoća potkopavanja temelja stuba u zavisnosti od broja simulacionih ciklusa. Može se zaključiti da vrednosti P_0 fluktuiraju kada je broj ciklusa manji od 1000 i da je u konkretnom slučaju potrebno oko 2000 ciklusa da bi se „stabilizovala“ vrednost tražene verovatnoće i postigla najmanja vrednost koeficijenta varijacije.

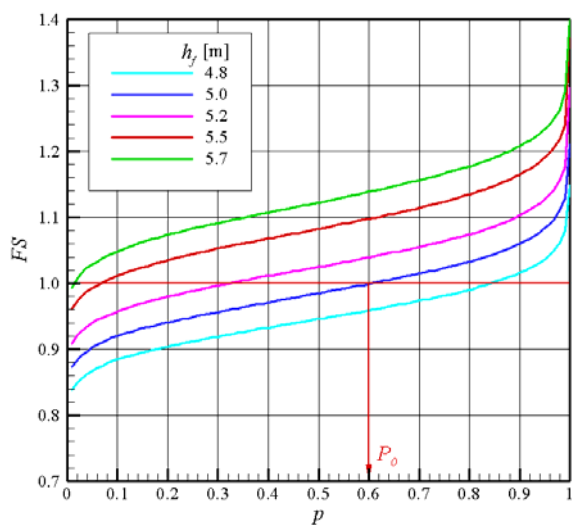


Slika 13. Verovatnoća potkopavanja temelja stuba u zavisnosti od dubine fundiranja. Može se primetiti da najmanja dubina fundiranja $h_f = 4.8$ m ima veliku verovatnoću potkopavanja ($P_0 = 0.84$), a da sa relativno malim povećanjem dubine fundiranja, te verovatnoće naglo opadaju (za dubinu $h_f = 5.7$ m, $P_0 \approx 1\%$).

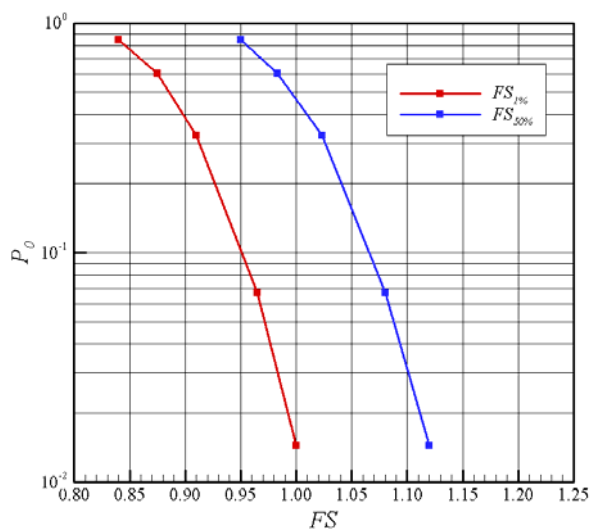
Kombinacijom dijagrama na Slikama 12 i 13 može se uspostaviti veza između faktora sigurnosti FS i verovatnoće potkopavanja temelja stuba P_0 za određenu (izabranu) verovatnoću pojave erozione dubine p .

Ako se izabere $p=50\%$, zavisnost $FS_{50\%} = FS_{50\%}(P_0)$ odražava uslove prosečnih erozionih dubina (reda veličine $h_e \approx 5$ m), a ako se izabere $p=1\%$, zavisnost $FS_{1\%} = FS_{1\%}(P_0)$ odražava uslove ekstremno velikih erozionih dubina (reda veličine $h_e \approx 7.4$ m). Ovaj drugi slučaj može biti za projektante mostova od posebnog interesa.

Funkcije koje daju vezu između faktora sigurnosti i verovatnoće potkopavanja temelja stuba $S42$ i $S2$ prikazane su na Slici 14.



Slika 14. Empirijska verovatnoća faktora sigurnosti u zavisnosti od dubine fundiranja. Malim verovatnoćama i manjim vrednostima faktora FS odgovaraju veće eroziona dubine i obrnuto – smanjenjem erozionih dubina naglo rastu vrednosti faktora FS za sve dubine fundiranja. Verovatnoće potkopavanja temelja mostovskog stuba (P_0) definisane su tačkama preseka krivih verovatnoće sa horizontalom kojoj odgovara vrednost $FS = 1$.



Slika 15. Veza između faktora sigurnosti i verovatnoće potkopavanja u slučaju prosečnih i ekstremno velikih erozionih dubina.

Opisani način uspostavljanja veze između faktora sigurnosti i verovatnoće potkopavanja temelja daje faktoru sigurnosti puni smisao, jer tada ovaj faktor daje uvid u stepen pouzdanosti fundiranja mostovskog stuba.

Za projektovanje stuba S2 novog mosta, svakako je od interesa uvid u stepen sigurnosti postojećeg stuba S42, imajući u vidu velike izgleda da stub S2 bude fundiran na istoj koti (50.00 mm) kao stub S42. U tom cilju, razmatrana je prosečna opšta i lokalna deformacija korita, kao i koincidencija ekstremno niskih kota dna na razmatranoj deonici i ekstremno velike lokalne erozije oko mostovskog stuba. Rezultati su dati u Tabeli 3. Može se konstatovati da čak i u najnepovoljnijim uslovima, nema opasnosti od potkopavanja temelja postojećeg stuba, a samim tim i budućeg stuba ($FS > 2$, $P_0 \ll 1\%$).

Tabela 3. Sigurnost od potkopavanja temelja stuba S42 fundiranog na koti 50.00 mm.

| Verov. p [%] | Kota dna Z_d [mm] | Dubina fundiranja h_f [m] | Eroziona dubina h_e [m] | Faktor sigurnosti FS [-] | Verovatnoća potkopavanja P_0 |
|----------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 50 | 64.30 | 14.30 | 5.08 | 2.8 | $\ll 1\%$ |
| 1 | 63.23 | 13.23 | 5.70 | 2.3 | $\ll 1\%$ |

Kao u drugim oblastima rečne hidraulike i ovde važi pravilo da se svi rezultati moraju oprezno tumačiti i prihvatiti, imajući u vidu složenost prirodnih procesa i nužnost uvođenja određenih pretpostavki i uprošćenja u njihovom opisivanju.

U proračunu eroziona dubine pretpostavljeno je da je korito formirano u pokretnom peščanom materijalu homogenog sastava. Ova pretpostavka u konkretnom slučaju nije sasvim ispunjena, jer se ispod peščanog sloja nalazi sloj peskovito-glinovite prašine (Slika 6), što svakako predstavlja izvor izvesne greške. Procena je da to ipak ne dovodi u pitanje rezultate sprovedenih analiza.

6. ZAKLJUČCI

1. Tradicionalni pristup determinističkog određivanja eroziona dubine oko temelja mostovskih stubova uz usvajanje određenog faktora sigurnosti, ne daje uvid u stvarni rizik od potkopavanja temelja usled lokalne erozije.
2. Metoda Monte Karlo omogućuje da se uspostavi veza između faktora sigurnosti i verovatnoće potkopavanja temelja, tako da se za svaku razmotrenu dubinu fundiranja može proceniti odgovarajući nivo rizika.
3. Pouzdanost rezultata koje daje metoda Monte Karlo zavisi od toga koje su slučajne veličine izabrane kao računске promenljive i kako su određene njihove raspodele. U konkretnom slučaju usvojene računске promenljive su: jedinični protok, dubina toka, Manningov koeficijent rapavosti i nagib energetske linije. Ovaj izbor je diktiran mogućnošću određivanja odgovarajućih empirijskih raspodela na osnovu statističkih nizova nivoa i protoka, kao i rezultata prethodno obavljenih hidrauličkih proračuna.
4. U oceni rizika od potkopavanja temelja mostovskih stubova moraju se uzeti u obzir opšta i lokalna deformacija rečnog korita. Opšta deformacija se takođe mora statistički analizirati, što zahteva snimanje rečnog korita u višegodišnjem periodu.
5. Pri određivanju dubine fundiranja mostovskih stubova, neophodno je za svaki konkretni slučaj odrediti verovatnoću potkopavanja temelja stuba i uspostaviti vezu te verovatnoće sa faktorom sigurnosti. Izborom određene vrednosti verovatnoće potkopavanja i odgovarajuće vrednosti faktora sigurnosti, projektant može doneti odluku o prihvatljivom nivou rizika, pri čemu je „prihvatljivi nivo rizika” prevashodno ekonomska kategorija.

LITERATURA

- [1] Ang, A.H., Tang, W.H. (1984). *Probability concepts in engineering planning and design*, Wiley & Sons, New York.
- [2] Branisavljević, N., Ivetić, M. (2006). *Analyses of water distribution network with uncertain nodal demand using fuzzy sets*, Hydroinformatics 2006, Nice.
- [3] Clarke, R.T. (1973). *Mathematical models in hydrology*, Irrigation and Drainage Paper 19, FAO, Rome.
- [4] Farraday, R.V., Charlton, F.G. (1983). *Hydraulic Factors in Bridge Design*, Hydraulics Research, Wallingford.
- [5] Institut IMS (2005). *Glavni projekat sanacije mosta preko Dunava kod Beške*, Beograd.
- [6] Johnson, P.A. (1992). *Reliability-Based Pier Scour Engineering*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 118, No. 10.
- [7] Johnson, P.A. (1996). *Modeling Uncertainty in Prediction of Pier Scour*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 122, No. 2.
- [8] Johnson, P.A., Simon, A. (1997). *Effect of Channel Adjustment Processes on Reliability of Bridge Foundations*, Journal of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 123, No. 7.
- [9] Jovanović, M. (1994). *Uticaj neizvesnosti koeficijenta trenja na rezultate proračuna neustaljenog tečenja u otvorenim tokovima*, Zbornik radova Jugoslovenskog društva za hidraulička istraživanja, Beograd.
- [10] Jovanović, M. (2002). *Regulacija reka - rečna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet, Beograd.
- [11] Jovanović, M., Komatina, D., Đorđević, D. (2005). *Hidrauličko-morfološka studija Dunava u zoni Beške*, Građevinski fakultet, Beograd.
- [12] Jovanović, M., Komatina, D., Đorđević, D., Maksimović, M. (2005). *Analiza strujnog polja i stabilnosti korita Dunava u zoni novog mosta kod Beške primenom modela ravanskog (2D) tečenja*, Građevinski fakultet, Beograd.
- [13] Julien, P. (2002). *River Mechanics*, Cambridge University Press.
- [14] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. (1987). *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Cambridge.

DODATAK: Generisanje pseudo-slučajnih brojeva

Neka je „ x ” pseudo-slučajan broj generisan po uniformnoj raspodeli na jediničnom intervalu $(0,1)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{van navedenog intervala.} \end{cases}$$

Parametri ove raspodele su: srednja vrednost $\mu=1/2$, varijansa $\sigma^2=1/12$, odnosno standardna devijacija $\sigma = 1/(2\sqrt{3})$.

Neka je „ y ” pseudo-slučajan broj sa proizvoljnom funkcijom gustine raspodele $f(y)$ i funkcijom raspodele (verovatnoće) $F(y)$. Broj y se dobija na osnovu generisanog broja „ x ”, primenom inverzne transformacije: $y(x) = F^{-1}(x)$. U nastavku se navode neki primeri.

(i) Uniformna raspodela na proizvoljnom intervalu (a,b) :

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq y \leq b, \\ 0, & \text{van navedenog intervala.} \end{cases} \quad (\text{i-1})$$

$$y(x) = (b-a)x + a \quad [14]. \quad (\text{i-2})$$

(ii) Standardizovana normalna raspodela $N(0,1)$:

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}. \quad (\text{ii-1})$$

Po metodi „Box-Müller” generišu se dva slučajna broja x_1, x_2 po uniformnoj raspodeli koji se transformišu u slučajne brojeve:

$$y_1 = \sqrt{-2 \ln x_1} \cos(2\pi x_2) \quad (\text{ii-2})$$

$$y_2 = \sqrt{-2 \ln x_1} \sin(2\pi x_2) \quad [3,14]. \quad (\text{ii-3})$$

(iii) Normalna raspodela $N(\mu, \sigma)$:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}. \quad (\text{iii-1})$$

Brojevi y_1 i y_2 su nezavisni i pomoću izraza (ii-2) i (ii-3) generisani po normalnoj raspodeli čija je srednja vrednost je 0, a standardna devijacija 1. Slučajni broj sa normalnom raspodelom proizvoljne srednje vrednosti μ i standardne devijacije σ dobija se transformacijom:

$$Y = \mu + \sigma \cdot y \quad [3]. \quad (\text{iii-2})$$

(iv) Jednparametarska gama raspodela:

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma(a)} y^{a-1} e^{-y}, \quad (\text{iv-1})$$

gde je parametar $a = 4/C_s^2$.

$$y = a \left(1 + \frac{z}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{9a} \right)^3 \quad [3]. \quad (\text{iv-2})$$

gde je z – pseudo slučajan broj generisan po standardizovanoj normalnoj raspodeli $N(0,1)$.

(v) Troparametarska raspodela Pirson 3:

$$f(y) = \frac{1}{b\Gamma(a)} \left(\frac{y-c}{b} \right)^{a-1} e^{-(y-c)/b}, \quad (\text{v-1})$$

gde su parametari: $a = 4/C_s^2$, $b = \sigma \cdot C_s/2$ i $c = \mu - a \cdot b$. Slučajni broj se generiše po ovoj raspodeli transformacijom:

$$Y = c + b \cdot y, \quad (\text{v-2})$$

gde je promenljiva y definisana izrazom (iv-2).

RISK ASSESSMENT OF PIER SCOUR

by

Miodrag JOVANOVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Beograd

Summary

This paper deals with reliability of bridge foundations design. Long term hydrographic survey of the river bed provide means for statistical analysis of the general morphological changes and prediction of the river bed elevation probabilities on a river reach with a bridge. Bed elevations around bridge piers are affected by local scour. Risk assessment of pier foundation undermining can be based on a chosen empirical formula for local scour only if hydraulic variables in this formula are considered as random variables with appropriate distributions.

By using the Monte Carlo method, it is possible to determine the probability of bridge pier foundation undermining, and subsequently to relate this probability to the safety factor – the parameter which is standardly used in engineering practice to quantify the level of acceptable risk. The described methodology is illustrated by an example referring to the new bridge on the Danube River at location Beška.

Key words: river bed scour, bridge piers, Monte Carlo method, pseudo random number generators.

Redigovano 19.12.2006.