UDK: 626/628:33
Originalni naučni rad

NEPRISTRASNA OCENA ZNAČAJA KRITERIJUMA U VIŠEKRITERIJUMSKOJ OPTIMIZACIJI

Bojan SRĐEVIĆ
Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Novom Sadu
E-mail: bojans@polj.ns.ac.yu

REZIME

U radu je prikazan optimizacioni postupak nepristrasnog određivanja težinskih vrednosti kriterijuma samo na osnovu informacije sadržane u matrici odlučivanja. Pretpostavka je da su kriterijumi i altenative poznati, da je za svaku alternativu poznat njen rejting u odnosu na svaki od kriterijuma, a da su relativni odnosi kriterijuma po značaju za proces odlučivanja nepoznati. 'Objektivni' postupci ove vrste u višekriterijumskoj analizi i optimizaciji imaju smisla kada se želi nepristrasan rezultat, na primer kada donosilac odluka ne postoji, ili je zbog nekog razloga eliminisan iz ocenjivanja važnosti kriterijuma. Razrađeni optimizacioni metod FANMA primenjen je na deo procesa odlučivanja pri rangiranju tehnologija navodnjavanja i predstavlja nastavak nekih ranijih istraživanja u oblasti.

Ključne reči: težina kriterijuma, višekriterijumska optimizacija.

1. UVOD

Analize važnosti kriterijuma u procesu ocenjivanja alternativa najčešće imaju presudan značaj na konačnu odluku (*Srđević et al, 2004*). Jedno od centralnih pitanja je kako utvrditi relativan značaj kriterijuma kada treba postupiti 'objektivno' i samo na osnovu 'tehničke' informacije o ponašanju alternativa u odnosu na kriterijume utvrditi koliko konflikta i kontrasta ima među kriterijumima. Problem je predmet naučnih rasprava, a često se rešava u vezi sa sužavanjem uticaja donosioca odluka (DO), na primer u slučajevima kada je opravdano posumnjati u kompetentnost, obaveštenost, želju da se postigne uspeh i sl.

U radovima (*Deng et al, 2000; Srđević et al, 2003; Srdjevic and Cveticanin, 2004*) opisan je metod za objektivno vrednovanje kriterijuma zasnovan na Šenonovom konceptu entropijske ocene informacije sadržane u matrici odlučivanja (*Shannon and Weaver, 1947*). Metod se svodi na merenje neodređenosti u informaciji koju emituje matrica i direktno generiše skup težinskih vrednosti kriterijuma na osnovu međusobnog kontrasta pojedinačnih rejtinga alternativa za svaki kriterijum i zatim jednovremeno za sve kriterijume. Zbog lakšeg referenciranja, metod je nazvan ENTROPY (*Srđević et al, 2003*). Drugačiji objektivni metod prikazan je u radu (*Diakoulaki et al, 1995*). Radi se o statističkom metodu CRITIC koji se može svrstati u klasu korelativnih. O primenama ovog i prethodnog metoda u različitim oblastima tehnike pisano je, na primer, u (*Srđević et al, 2004 a*) i (*Srdjevic and Cveticanin, 2004*).

Treći poznati objektivni metod spada u klasu optimizacionih. Težinske vrednosti kriterijuma određuju se optimizacijom pošto se prethodno skalarizuju rejtinzi alternativa i identifikuju 'idealne tačke' u matrici odlučivanja. Uvođenjem pogodnog Lagranžijana optimizacija se uprošćava i efikasno dovodi do kraja. Metod je predložen u (*Fan, 1996*), a zatim skraćeno opisan u (*Ma et al, 1999*). U daljem tekstu metod će biti referenciran kao FANMA (akronim od prezimena citiranih autora).

U radu je detaljno opisan metod FANMA i date su neke neophodne razrade. Metod je zatim primenjen na primeru vrednovanja 7 tehnoloških varijanti navodnjavanja u prisustvu 5 kriterijuma, a dati su radi poređenja i neki raniji rezultati (za isti primer), delimično saopšteni u (*Srdjevic et al, 2004 a,b*).

2. METOD FANMA

U višekriterijumskoj optimizaciji jedna od uobičajenih notacija pri definisanju problema odlučivanja jeste:

- $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ – diskretni skup n mogućih alternativa.
- $C = \{C_1, C_2, \ldots, C_m\}$– skup m kriterijuma.
- $w = (w_1, w_2, \ldots, w_m)^T$ – vektor težinskih vrednosti kriterijuma, pri čemu važi $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$ i $w_j \geq 0$, za svako j.

Za problem se obično formira tzv. matrica odlučivanja (1), često označavana i kao rejting matrica $R=[r_{ij}]_{n\times m}$.

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & . & . & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & . & . & r_{2m} \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ r_{n1} & r_{n2} & . & . & r_{nm} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Ako se svaki element r_{ij} u matrici (1) skalarizacijom ili normalizacijom dovede na vrednost između 0 i 1, tada se može reći da svi kriterijumi imaju istu metriku. Jednostavan metod je da se svi elementi matrice skalarizuju u korespodentne elemente matrice $X = [x_{ij}]_{n\times m}$ korišćenjem formula:

$$x_{ij} = \frac{r_{ij} - r_j^{\min}}{r_j^{\max} - r_j^{\min}}, \quad i = 1, ..., n; \quad j = 1, ..., m$$

(za kriterijume koji se maksimiziraju) (2a)

$$x_{ij} = \frac{r_j^{\max} - r_{ij}}{r_j^{\max} - r_j^{\min}}, \quad i = 1, ..., n; \quad j = 1, ..., m$$

(za kriterijume koji se minimiziraju) (2b)

$$r_j^{\max} = \max\{r_{1j}, r_{2j}, \ldots, r_{nj}\} \tag{3a}$$

$$r_j^{\min} = \min\{r_{1j}, r_{2j}, \ldots, \mathrm{r}_{nj}\}. \tag{3b}$$

Donosilac odluka (DO) treba da odabere najpoželjniju alternativu A^* iz skupa A, $A^* \in A$.

Ako se koristi aditivni MCDM metod, a vektor težinskih vrednosti w je poznat, ukupna 'vrednost' svake alternative može se izračunati kao:

$$S(A_i) = \sum_{j=1}^{m} w_j x_{ij}, \qquad i = 1, ..., n. \tag{4}$$

DO bira alternativu A^* tako da je $S(A^*) \geq S(A_i), \forall i$.

Kada vektor w nije poynat, on se može odrediti i jednim od modela matematičkog programiranja (*Fan, 1996; Ma et al,1999*). Model koji se ovde razmatra koristi princip rastojanja od idealne tačke i tzv. ranu težinsku normalizaciju, slično kako se to čini kod modela TOPSIS i nekih drugih modela višekriterijumske analize i optimizacije; detaljnije o metodu TOPSIS pisano je u (*Srđević, 2002*), a teorijski osnovi dati su u (*Hwang and Yoon, 1981*).

Kada se od polazne matrice rejtinga $R = (R_{ij})_{n\times m}$ posle skalarizacije (2a, 2b) dobije matrica odlučivanja $X = (X_{ij})_{n\times m}$, ista se dalje transformiše u novu, otežanu matricu $Y = [y_{ij}]_{n\times m}$, gde je:

$$y_{ij} = w_j x_{ij}, \quad i=1, \ldots, n; \quad j=1, \ldots, m. \tag{5}$$

'Idealno rešenje' se može definisati kao veštačka alternativa $A^* = \{y_1^*, y_2^*, ..., y_m^*\}$, gde je:

$$y_j^* = \max\{y_{1j}, y_{2j}, ..., y_{nj}\} = \max\{w_j x_{1j}, w_j x_{2j}, ..., w_j x_{nj}\} = \\ = w_j x_j^*. \tag{6}$$

U relaciji (6), $x_j^* = \max\{x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{nj}\}$ predstavlja idealnu vrednost kriterijuma C_j.

Kao mera rastojanja svake alternative u odnosu na idealnu, najbolje je koristiti kvadratno rastojanje:

$$g_i = \sum_{j=1}^{m} (y_j^* - y_{ij})^2 = \sum_{j=1}^{m} w_j^2 (x_j^* - x_{ij})^2, \quad i = 1, ..., n. \tag{7}$$

Jasno je da je za manje g_i, alternativa A_i bolja.

Da bi se odredili težinski koeficijenti w_j, definiše se višekriterijumski optimizacioni model:

minimizirati: $G^* = \{g_1, g_2, ..., g_n\}$,

uz ograničenja: $e^T w = 1$ i $w \geq 0$, (8)

gde je $w = (w_1, w_2, ..., w_m)^T$ i $e = (1, 1, ...,1)^T$; vektor e ima dimenziju mx1.

Ako se izvrši skalarizacija vektorske kriterijumske funkcije iz (8), dobija se uprošćen, jednokriterijumski, model:

minimizirati $\sum_{i=1}^{n} g_i = w^T H w$,

uz ograničenja: $e^T w = 1$ i $w \geq 0$. (9)

U modelu (9), H_{mxm} je dijagonalna matrica sa elementima:

$$h_{jj} = \sum_{i=1}^{n} (x_j^* - x_{ij})^2, \qquad j = 1, ..., m. \tag{10}$$

Ova matrica je invertibilna ako za bilo koje j postoji $\sum_{i=1}^{n}(x^*_j - x_{ij})^2 > 0$, odnosno ako za bilo koje i i j postoji bar jedno $x^*_j \neq x_{ij}$.

Da bi se izvršila minimizacija ciljne funkcije u modelu (9), ograničenje $w \geq 0$ se može ignorisati i definisati Lagranžijan:

$$L = w^T H w + 2\lambda (e^T w - 1), \tag{11}$$

gde je λ Lagranžov multiplikator. Diferenciranjem jednačine (11) prvo po w a zatim po λ, dobijaju se dve jednačine:

$$Hw + \lambda e = 0, \tag{12a}$$

$$e^T w = 1. \tag{12b}$$

Rešavanjem (12a) i (12b) dobija se:

$$w^* = H^{-1}e \,/\, e^T H^{-1} e, \tag{13}$$

$$\lambda^* = -1 \,/\, e^T H^{-1} e. \tag{14}$$

Za matricu:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & & . & . & 0 \\ & h_{22} & . & . & \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & & . & . & h_{mm} \end{bmatrix}$$

inverzna matrica je:

$$H^{-1} = \frac{1}{\prod_{j=1}^{m} h_{jj}} \begin{bmatrix} \prod_{k=1(k\neq 1)}^{m} h_{kk} & & . & . & 0 \\ & \prod_{k=1(k\neq 2)}^{m} h_{kk} & . & . & \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & & . & . & \prod_{k=1(k\neq m)}^{m} h_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_{11}} & & . & . & 0 \\ & \frac{1}{h_{22}} & . & . & \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & & . & . & \frac{1}{h_{mm}} \end{bmatrix}$$

tako da traženi vektor w^* glasi:

$$w^* = \left(\frac{1/h_{11}}{\sum_{j=1}^{m} 1/h_{jj}}, \ldots, \frac{1/h_{mm}}{\sum_{j=1}^{m} 1/h_{jj}}\right)^T \tag{15}$$

odnosno:

$$w_j^* = \frac{1}{[\sum_{i=1}^{n}(x_j^* - x_{ij})^2][\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_j^* - x_{ij})^2}]},$$

$$j = 1, \ldots, m. \tag{16}$$

Svi elementi vektora (16) su pozitivni. Zbog uvođenja Lagranžijana (11), konačni težinski vektor w dobija se aditivnom normalizacijom tako što se svaki element iz (16) deli zbirom svih elemenata.

3. PRIMER: *Vrednovanje kriterijuma za izbor tehnologije navodnjavanja*

1. U radu (*Srđević et al, 2004 a*), analizirana je karakteristična matrica odlučivanja za izbor jedne između 7 varijanti navodnjavanja, Tabela 1.

Tabela 1. Matrica odlučivanja za problem vrednovanja tehnologija (varijanti) navodnjavanja (*Srđević et al, 2004 a*)

Tehnološke alternative (varijante navodnjavnja)	Kriterijumi				
	Investicije (€/ha)	Period eksploatacije (godina)	Utrošak energije (kW/ha)	Utrošak rada (h/ha)	Efikasnost kor.vode (%)
Veštačka kiša					
v_1 - pokretna kišna krila	1300	10	292	16	65
v_2 - kišna krila sa mikrorasprskivačima	1580	10	270	18	90
v_3 - dalekometni prskači	2900	7	640	15	60
v_4 - centar pivot	1870	12	400	12	80
v_5 - linear	1940	12	390	14	80
Kapanje					
k_1 - proizvodnja u redovima	2600	10	230	24	90
k_2 - proizvodnja u trakama	2200	10	230	20	85
→	**MIN**	**MAX**	**MIN**	**MIN**	**MAX**

Vrednovane varijante su iz dve glavne tehnologije:

- Veštačka kiša (v_1 – pokretna kišna krila; v_2 – kišna krila sa mikrorasprskivačima; v_3 – dalekometni prskači; v_4 – centar pivot; v_5 – linear)
- Kapanje (k_1 – proizvodnja u redovima; k_2 – proizvodnja u trakama)

Performansa varijanti rejtingovana je u odnosu na 5 kriterijuma:

1. Investicije (€/ha)
2. Period eksploatacije (godina)
3. Utrošak energije (kW/ha)
4. Utrošak rada (h/ha)
5. Efikasnost korišćenja vode (%).

U matrici odlučivanja tri kriterijuma su minimizaciona, a dva su maksimizaciona. Kriterijumi su kvantitativni i sa različitom metrikom.

Primenom skalarizacije (2a, 2b) na rejting matricu:

$$R = \begin{bmatrix} 1300 & 10 & 292 & 16 & 65 \\ 1580 & 10 & 270 & 18 & 90 \\ 2900 & 7 & 640 & 15 & 60 \\ 1870 & 12 & 400 & 12 & 80 \\ 1940 & 12 & 390 & 14 & 80 \\ 2600 & 10 & 230 & 24 & 90 \\ 2200 & 10 & 230 & 20 & 85 \end{bmatrix}$$

dobija se matrica:

$$X = \begin{bmatrix} 1{,}000 & 0{,}600 & 0{,}849 & 0{,}667 & 0{,}167 \\ 0{,}825 & 0{,}600 & 0{,}902 & 0{,}500 & 1{,}000 \\ 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}750 & 0{,}000 \\ 0{,}644 & 1{,}000 & 0{,}585 & 1{,}000 & 0{,}667 \\ 0{,}600 & 1{,}000 & 0{,}610 & 0{,}833 & 0{,}667 \\ 0{,}188 & 0{,}600 & 1{,}000 & 0{,}000 & 1{,}000 \\ 0{,}438 & 0{,}600 & 1{,}000 & 0{,}333 & 0{,}833 \end{bmatrix}$$

a zatim primenom FANMA metoda težinski vektor (15):

$w^* = (0{,}048;\ 0{,}067;\ 0{,}081;\ 0{,}058;\ 0{,}056)^T$.

Normalizacijom se dobija traženi vektor težina kriterijuma:

$w = (0{,}154;\ 0{,}216;\ 0{,}261;\ 0{,}187;\ 0{,}182)^T$,

za koji važi da je: $\sum_{j=1}^{m} w_j = 1$.

4. NEKI UPOREDNI PODACI

U radu (*Srđević et al, 2004 a*), za istu matricu odlučivanja iz Tabele 1, dobijeni su vektori težina kriterijuma pomoću metoda ENTROPY i CRITIC. Sva tri vektora, uključujući i vektor dobijen metodom FANMA koji je posebno naglašen, prikazana su u Tabeli 2 i mogu se zajedničkim imenom nazvati 'objektivni'. Drugim rečima, svi su dobijeni direktno iz matrice odlučivanja – bez uticaja donosioca odluka.

Tabela 2. Težinske vrednosti kriterijuma dobijene metodima ENTROPY, CRITIC I FANMA

METODI	KRITERIJUMI				
	Investicije (€/ha)	Period eksploatacije (godina)	Utrošak energije (kW/ha)	Utrošak rada (h/ha)	Efikasnost korišć. vode (%)
Objektivni metodi					
ENTROPY	0,220	0,085	0,462	0,163	0,069
CRITIC	0,232	0,276	0,146	0,153	0,193
FANMA	0,154	0,216	0,261	0,187	0,182
Subjektvni AHP metod					
AHP (DO1)	0,558	0,064	0,195	0,120	0,064
AHP (DO2)	0,391	0,050	0,201	0,083	0,276
AHP (DO3)	0,541	0,103	0,181	0,136	0,039

DO1, DO2 i DO3 – različiti donosioci odluka: DO1 – tehnike i tehnologije navodnjavanja; DO2 – ekonomika vodoprivrede; DO3 – sistemska analiza

Da bi se ukazalo na značaj problema asociranja težina kriterijumima, u Tabelu 2 uvrštena su i tri 'subjektivna' vektora dobijena tako što su, prema radu (*Srđević et al, 2004 b*), po metodologiji AHP (*Saaty, 1980*) subjektivno vrednovani isti kriterijumi. Vrednovanje su izvršila tri donosioca odluka: DO1 – stručnjak za tehnike i tehnologije navodnjavanja, DO2 – stručnjak za ekonomiku vodoprivrede i DO3 – stručnjak za sistemsku analizu.

U svim navedenim slučajevima dobijeni su različiti vektori težina. Ovde se ne ulazi u poređenja i ocene navedenih rezultata jer to predstavlja predmet posebnih analiza koje su izvan domena interesa rada.

5. ZAKLJUČAK

Problem nepristrasnog ocenjivanja važnosti kriterijuma, po kojima će se u procesu odlučivanja vrednovati alternative, jedan je od osnovnih u višekriterijumskoj analizi i optimizaciji. Ovde je korišćen optimizacioni metod FANMA koji direktno tretira datu matricu performanse alternativa u odnosu na kriterijume. Metod proizilazi iz jednog od relevantnih naučnih pristupa u oblasti i zasniva se na formiranju pogodnog matematičkog programa za dati problem. U ovom radu su date neke korisne i neophodne relaksacije polaznog matematičkog programa da bi se zatim za rešavanje takvog programa primenile uobičajene tehnike iz domena matrične algebre.

Metod FANMA je primenjen na odabrani primer izbora varijantne tehnologije navodnjavanja. Radi se o tipičnom višekriterijumskom problemu sa konfliktnim minimizacionim i maksimizacionim kriterijumima. Problem je rešavan samo na nivou direktne analize poznate matrice odlučivanja. Za razliku od jedne ranije primene, kada su metodi ENTROPY i CRITIC iskorišćeni za objektivno vrednovanje kriterijuma, a zatim i rangiranje alternativa tehnikama SAW, SPW, TOPSIS i CP (*Srđević et al, 2004 a*), ovde je pažnja koncentrisana samo na prvi deo problema – vrednovanje kriterijuma. Prvo je detaljno razrađen optimizacioni metod FANMA, a zatim je tretirana data matrica rejtinga 7 alternativa navodnjavanja prema 5 kriterijuma. Dobijene težine kriterijuma pokazuju da metod FANMA daje realne vrednosti kao i neki drugi metodi (*Srđević et al, 2004 a,b*) i da ga treba podrvrgnuti daljim analizama u kontekstu kompletnog procesa odlučivanja, naročito kada ne postoji donosilac odluka ili se želi eliminacija njegovog subjektivizma, nekompetentnosti ili nekonzistentnosti.

LITERATURA

[1] Deng H., Yeh C.H., Willis R.J.: Inter-company comparison using modified TOPSIS with objective weights. Computers and Operations Research, 27, 963-973, 2000.

[2] Diakoulaki D., Mavrotas G., Papayannakis L.: Determining objective weights in multiple criteria problems: the CRITIC method. Computers and Operations Research, 22, 763-770, 1995.

[3] Doyle J. R.: Multiattribute choice for the lazy decision maker: Let the alternative decide. Organizational Behavior and Human Decision Processing, 62 (1), 87-100, 1995.

[4] Fan, Z.-P., Complicated multiple attribute decision making: theory and applications, Ph.D. Dissertation. Northeastern University, Shenyang, PRC, 1996.

[5] Hwang C.L., Yoon K.S.: Multiple attribute decision making: methods and applications. New York: Springer, 1981.

[6] Ma J., Fan Z.-P., Huang L.-H., A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. Euriopean Journal of Operations Research, 112,397-404, 1999.

[7] Saaty T.: Analytic hierarchy process, McGraw-Hill, Inc., 1980.

[8] Shannon C.E., Weaver W.: The mathematical theory of communication. Urbana: The University of Illinois Press, 1947.

[9] Srđević B.: Višekriterijumsko vrednovanje namena akumulacije. Vodoprivreda, 0350-0519, 34, 195-200, 2002.

[10] Srđević B., Medeiros Y.D.P., Faria A.S., Schaer M.: Objektivno vrednovanje kriterijuma performanse sistema akumulacija. Vodoprivreda, 0350-0519, 35, 163-176, 2003.

[11a] Srđević B., Srđević Z., Kolarov V.: Direktno višekriterijumsko vrednovanje tehnologija navodnjavanja. Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 117-125, 2004.

[11b] Srđević B., Potkonjak S., Srđević Z., Škorić M., Zoranović T.: Simulacija grupnog odlučivanja u izboru tehnologije navodnjavanja. Poljoprivreda između suša i poplava, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad, 126-133, 2004.

[12] Srdjevic Z., Cveticanin L.: Entropy compromise programming method for parameter identification in the seated driver biomechanical model. International Journal of Industrial Ergonomics, 34, Vol. 4, 307-318, 2004.

UNBIASED EVALUATION OF CRITERIA WEIGHTS IN MULTICRITERIA OPTIMIZATION

by

Bojan SRDJEVIC
Faculty of Agriculture, University of Novi Sad, Serbia and Montenegro
E-mail: bojans@polj.ns.ac.yu

Summary

The optimization procedure for unbiased derivation of the weights for a given criteria set is based on the information contained in the decision (rating) matrix alone. The assumptions are that criteria and alternatives are known, that the ratings of each alternative for each criterion are also known, but that the importance of criteria for the decision maker is not known. 'Objective' procedures of this type have sense in multicriteria decision analysis and optimization when unbiased result is required, that is when the decision maker is not available, or if he/she is by some reason eliminated from this part of the decision process. The optimization method FANMA is elaborated and applied on a case example: ranking of the alternative techniques within two major irrigation technologies. The paper presents the continuation of recent research in the subject area.

Key words: criterion weight, multicriteria optimization

Redigovano: 11.04.2005.