

## METODE TEORIJE IGARA U REŠAVANJU KONFLIKATA VEZANIH ZA RASPODELU ULAGANJA KOD VIŠENAMENSKIH SISTEMA

Željka OSTOJIĆ, dipl.građ.ing.  
SRBIJAPROJEKT A.D. Beograd, Carice Milice 1

### REZIME

Konfliktne situacije koje se javljaju u svim fazama razvoja vodoprivrednog sistema se u određenom stepenu mogu definisati u terminima teorije igara, poštujući aksiomatiku i metode ove teorije. Primenu ove teorije ne treba tražiti samo u rešavanju konkretnih zadataka, već i u razjašnjavanju složenih međuzavisnosti između učesnika.

**Ključne reči:** vodoprivredni sistem, teorija igara, koalicija, kooperativne igre

### 1. KLASIFIKACIJA KONFLIKATA SA STANOVIŠTA TEORIJE IGARA

Konfliktne situacije se javljaju u svim fazama razvoja vodoprivrednog sistema. Tom prilikom se javljaju:

- oprečnost interesa korisnika (vodosnabdevanje, navodnjavanje, odbrana od poplava) prilikom izbora lokacije, raspodele raspoloživog vodnog resursa, izboru želenog načina korišćenja zajedničkih objekata, raspodele ulaganja u zajedničke objekte;
- konflikti na relaciji Priroda - vodoprivredni sistem - Priroda (Priroda "generiše" stohastičke uticaje, vodoprivredni sistem "odgovara" na njih, "odgovori" vodoprivrednog sistema predstavljaju osnov za "dubitak" ili "gubitak" Prirode).

Teorija igara u terminološkom i aksiomatskom smislu daje dobru osnovu za opis konflikata i puteva njihovog rešavanja u svim fazama razvoja vodoprivrednog sistema.

Igru u normalnoj formi definišemo preko konačnog skupa učesnika  $N = \{1, 2, \dots, N\}$ , odgovarajućeg skupa poteza  $X_i$  i funkcija "dobiti"  $u_i(X_i)$ , koje skup poteza preslikavaju u skup realnih brojeva. Izbor strategije se može vršiti pod različitim prepostavkama o tipu i

pravilima organizovanja igre, a u zavisnosti od vrste konfliktne situacije razlikujemo sledeće vrste sukoba interesa.

#### 1. Konflikti sa nepotpunom ili nedostupnom informacijom

Nekooperativno ponašanje učesnika, informacija je nedostupna ili nepotpuna usled fizičkih ograničenja, međusobnog nepoverenja idr. (npr. Priroda generiše deficite voda ili poplavne talase, a akumulacijom se upravlja tako da se dugoročno najbolje parira ovim poremećajima).

#### 2. Konflikti sa diskriminacijom

Jedan od učesnika raspolaze sa podacima i stanju drugog učesnika, ili borba za prvi korak koji može da odlučuje o ishodu igre (npr. konflikt uzvodnih i nizvodnih korisnika i zagadivača u oblasti zaštite voda).

#### 3. Konflikti sa punom informacijom

Kooperativno ponašanje učesnika, informacije se razmenjuju u cilju dostizanja optimalnog rešenja (npr. raspodela ulaganja u zajednički objekat kao što je višenamenska brana, ili izgradnja regionalnog vodovoda, melioracionog sistema za više korisnika).

### 2. KOOPERATIVNE IGRE

U konfliktnim problemima sa punom informacijom koji podrazumevaju kooperativno ponašanje učesnika do rešenja se dolazi posle etape pregovora u uslovima kooperacije, a oni mogu da uključuju uzajamno upoznavanje sa funkcijama dobiti, trgovinu idr.

Neka je  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  skup mogućih korisnika višenamenskog objekta. Svaki od korisnika može da odluči da li će svoje potrebe zadovoljavati u okviru višenamenskog rešenja ili ne. Pod koalicijom

podrazumevamo proizvoljan, neprazan podskup učesnika  $S \subset N$ . Sam skup  $N$  je takozvana "maksimalna" koalicija. Ukupan broj mogućih koalicija je  $2^N$ . Sa koalicijom proizvoljne veličine povezujemo funkciju "troškova/gubitka"  $c(S)$ , ili funkciju "dohotka/dobiti"  $v(S)$ , koja može imati različite interpretacije. Privlačnost koalicije leži u superaditivnosti  $c(S) + c(T) < c(S \cup T)$ , što znači da se u okviru šire koalicije može postići sve što i u okvirima koalicije sa manjim brojem učesnika, ali je jednostavno "dabit" koalicije veća, na isti način kao što privlačnost višenamenskih projekata leži u činjenici da obezbeđuju istu uslugu jeftinije i kvalitetnije nego što bi to mogli jednonamenski projekti. Kod izgradnje višenamenskog vodoprivrednog sistema (navodnjavanje, vodosnabdevanje, hidroenergetika, odbrana od poplava), jedna od osnovnih prednosti je korišćenje brane kao zajedničkog objekta, na isti način kao što se kod regionalnog sistema vodosnabdevanja koristi zajednički dovod. Branom se stvara hidrostatički pritisak koji se može koristiti za proizvodnju električne energije, izravnanjem se povećavaju raspoložive količine vode za navodnjavanje i vodosnabdevanje, dobija se akumulaciono jezero koje se može koristiti za rekreaciju i turizam, omogućava aktivna odbrana od poplava za sva nizvodna naselja. Međutim, pored zajedničkih, postoje i drugi objekti specifični za svaku od namena: evakuacioni organi - odbrana od poplava, vodozahvatne građevine sa zatvaračnicom, brodska prevodnica, koji su takođe rezultat ulaska u koaliciju, a sa čime treba računati. Prilikom rešavanja zadataka raspodele zajedničkih ulaganja između pojedinih korisnika mora se voditi računa o veličinama alternativnih ulaganja (ulaganja u okviru jednočlane koalicije) i veličinama posebnih ulaganja ("troškovi" dodavanja neke namene već postojećoj koaliciji). U okviru planiranja višenamenske akumulacije mora se voditi računa da pojedine namene mogu ostvarivati veoma visoke "dobiti", pa uvek postoji opasnost da se previdi odsustvo "dobiti" za drugu namenu. Komponovanje određenih namena u višenamenskoj akumulaciji, ili zajedničko ulaganje u regionalni vodovod, uz posmatranje korisničkih grupa kao učesnika u kooperativnoj igri treba da zadovoljava osnovne principe teorije kooperativnih igara, kao što su

- *princip odvajanja- koalicija ne treba da bude dovedena u situaciju da uloži više nego što bi uložila da se samostalno opslužuje;*
- *princip nepostojanja subvencija- nijedna koalicija ne treba da uloži manje od one veličine koliko iznose dopunska ulaganja na njenoposluživanje.*

Iz ovakvih principa dolazi do normativne postavke kooperativne igre u najopštijem smislu:

*Prilikom formiranja koalicije sa maksimalnim brojem učesnika treba izabrati ishod igre iz dozvoljenog skupa maksimalne koalicije  $N$ . Postavlja se osnovno pitanje kako pri tome iskoristiti dozvoljene skupove rešenja koalicija manjeg obima, da bi se takav izbor ograničio, a po mogućnosti i potpuno odredio.*

### 3. MOGUĆNOSTI REŠENJA SUPERADITIVNIH KOOPERATIVNIH IGARA

Pod terminom rešenja kooperativne igre ćemo podrazumevati nalaženje takvog operatora u skupu dozvoljenih rešenja "vektora dobiti" maksimalne koalicije, koji ograničava ili jednoznačno određuje vektore dobiti pojedinih učesnika. Dobre rezultate u praksi, sem opšte poznatih operatora proporcionalne podele, uravnavanja pojedinačnih "dobiti" i "gubitaka", daju i operatori poznati u Teoriji igara, a to su :

1. N-jezgro
2. Vektor Šepli

Primenu ovih operatora daćemo na primeru planiranja ulaganja u regionalni vodovod. Pretpostavićemo da se razmatra izgradnja zajedničkog vodovoda za tri susedna naselja A, B i C, i da vrednost ulaganja izgleda na sledeći način:

- a) Ako svako naselje gradi sopstveni vodovodni sistem  $c(A)=120$ ,  $c(B)=140$ ,  $c(C)=120$
- b) Ako se rade regionalni vodovodi o kojima su se dogovorila dva zainteresovana naselja (formiranje dvočlanih koalicija)  
 $c(AB)=170$ ,  $c(BC)=190$ ,  $c(AC)=160$
- c) Ako se radi regionalni vodovod za sva tri naselja (formiranje koalicije maksimalne veličine)  
 $c(ABC)=255$

Vektor Šepli daje, kao rešenje ove igre ( $N=3$ ,  $c$ ) vrednosti  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  koje predstavljaju ulaganja koja je "pravedno" da podnese svaki učesnik tako da je  $\sum_{i=1}^N \sigma_i = c(N)$ , tj. vektor Šepli rasporedeljuje "troškove izgradnje vodovodnog sistema" na učesnike u kooperativnoj igri tako da se ne gubi individualna racionalnost, a da se koriste mogućnosti kooperacije:

$$\sigma_i = \sum_{0 \leq s \leq N} \frac{s!(N-s-1)!}{N!} \sum_{S \subset N / i} (c(S \cup \{i\}) - c(S))$$

$$0! = 1 \quad c(\emptyset) = 0$$

gde je:

$i=1,2,\dots, N$ -broj učesnika;

$S$  - broj učesnika u koaliciji;

$(c(S \cup \{i\}) - c(S))$  - separabilni "posebni troškovi" - "troškovi" priključivanja učesnika koaliciji koja je već realizovana i sastoji se od  $S$  članova.

$\frac{s!(N-s-1)!}{N!}$  - težinski koeficijent koalicije  $S$  koji odgovara verovatnoći da se učesnik priključuje koaliciji koja već objedinjuje  $S$  učesnika.

$\sum S \subset N / i (c(S \cup \{i\}) - c(S))$  - zbir svih sepabilnih "posebnih troškova", a odakle sledi:

$$\sigma A = 1/3$$

$$c(A) + 1/6(c(AB) - c(B) + c(AC) - c(C)) + 1/3(c(ABC) - c(BC)) = 73,3$$

i na isti način

$\sigma B = 98,3$ ,  $\sigma C = 83,3$ , uočavamo da je  $\sigma A + \sigma B > 170$ , tako da premda je obezbedena racionalnost individualnih učesnika, nije obezbedena racionalnost među koalicijama.

Određivanje  $N$  jezgra obezbeđuje i ovaku racionalnost.

Pod jezgrom igre  $(N, c)$  podrazumevamo skup raspodele "troškova"  $\sum_{i=1}^N \sigma_i = c(N)$ , uz uslov da za  $\forall S \subset N$  važi  $\sum_{i \in S} \sigma_i \leq c(N)$ , što se svodi na sistem nejednačina

$$\sigma A + \sigma B + \sigma C = 255$$

$$\sigma A \leq 120, \sigma B \leq 140, \sigma C \leq 120$$

$$\sigma A + \sigma B \leq 170, \sigma B + \sigma C \leq 190, \sigma A + \sigma C \leq 160$$

U cilju uprošćavanja ovakvog sistema nejednačina, odredićemo "uštedu/dobit" svakog učesnika kao razliku  $y_i = c(i) - \sigma_i$ , odakle sledi sledeći sistem jednačina i nejednačina

$$yA + yB + yC = 125 = 120 + 140 + 120 - 255 = 380 - 255 = 125$$

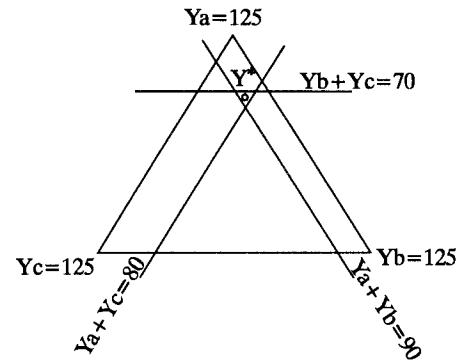
$$yA \geq 0, yB \geq 0, yC \geq 0$$

$$yA + yB \geq (120 + 140) - 170 = 90,$$

$$yB + yC \geq (140 + 120) - 190 = 70,$$

$$yA + yC \geq (120 + 120) - 160 = 80$$

Na slici je prikazan simpleks  $y_i \geq 0$   $yA + yB + yC = 125$ , sa tri dopunska ograničenja, i unutar koga se izdvaja trougao koji predstavlja jezgro igre. Centar ovog trougla je  $y^* = (51,7; 41,7; 31,7)$ , što odgovara raspodeli troškova  $x^* = (120-51,7=68,3; 140-41,7=98,3; 120-31,7=88,3)$



Ovakva raspodela "troškova" izgradnje predstavlja razuman kompromis i zadovoljava oba osnovna principa teorije kooperativnih igara.

Za razliku od ovakvog pristupa, princip neposredne egalitarne raspodele ušteda od koalicije ne daje dobar rezultat.

$$c(A) + c(B) + c(C) - c(ABC) = 125$$

$$\sigma A = 120 - 1/3(125) = 78,3$$

$$\sigma B = 140 - 1/3(125) = 98,3$$

$$\sigma C = 120 - 1/3(125) = 78,3$$

jer je  $\sigma A + \sigma B = 176,6 > 170 = c(AB)$ , pa je verovatnije da će se koalicija AB izdvojiti i odlučiti za samostalno rešavanje problema.

#### 4. ZAKLJUČAK

Prilikom rešavanja konflikata vezanih za raspodelu zajedničkih ulaganja kod složenih vodoprivrednih sistema mora se voditi računa o interesima svakog korisnika i svih mogućih koalicija, kako bi se obezbedila stabilnost rešenja i poboljšati uslovi za "ekonomično" funkcionisanje svakog učesnika.

#### LITERATURA

- [1] E. Mulen: Kooperativno donošenje odluka: Aksiome i modeli, - Moskva 1991.
- [2] B. Đorđević: Vodoprivredni sistemi, Beograd 1990.
- [3] S. Opricović: Višekriterijumska optimizacija, Beograd 1991.
- [4] Planiranje i ocena projekata - seminar, European Centre for Peace and Development, Beograd april 1997.

**GAME THEORY METHODS IN SOLVING CONFLICTS OF COMMON INVESTMENT  
DISTRIBUTION IN COMPLEX WATERWORKS SYSTEMS**

by

**Željka OSTOJIĆ, dipl.grad.ing.**  
**SRBIJAPROJEKT A.D. Beograd, Carice Milice 1**

**Summary**

Conflict situation that appear in all stages of waterwork system development could be determined in game theory expressions respecting methods and axioms of this theory. Application of game theory should be found not only in solving concrete problems, but also in

clearing up complex relation in dependence among participants.

Key words: waterwork system, game theory, coalition, cooperative games

Redigovano 22.05.2003.