

## МЕТОД ЗА ПРОРАЧУН ПРОНОСА НАНОСА НА СЕКТОРУ РЕКЕ ДУНАВ УЗВОДНО ОД НОВОГ САДА

Марина БАБИЋ МЛАДЕНОВИЋ, дипл. инж. грађ.  
директор Завода за уређење водних токова  
Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Београд

### РЕЗИМЕ

У пракси се често јавља потреба за прорачуном проноса наноса у Дунаву. У литератури се може наћи велики број формула, као и радови у којима је вршено поређење њихових концепција и тачности. Међутим, на основу њих се не може поуздано изабрати формула за прорачун проноса наноса у великом алувијалном водотоку са пешчаним дном, типа Дунава. У овом раду предложена је аутентична формула, добијена вишепараметарском регресионом анализом класичних бездимензионих хидрауличких, хидродинамичких, морфолошких и псамолошких параметара Дунава. Подаци за развој формуле су добијени мерењима српском сектору реке Дунав, узводно од акумулације ХЕ "Ђердап 1" или пре њеног формирања.

**Кључне речи:** Дунав, нанос

### 1 УВОД

У нашој инжењерској пракси постоји потреба за познавањем карактеристика режима наноса на српском сектору Дунава, узводно од акумулације ХЕ "Ђердап 1", на коме режим вода и наноса није поремећен услед успоравања. Ова потреба је повезана са захтевима савременог пројектовања, изградње и одржавања свих хидротехничких објеката који се граде на водотоку или користе воду из њега (водозавода, регулационих грађевина, мостова, цевовода, лука и пристаништа, итд.).

Када се јави потреба да се изабере формула за прорачун транспорта наноса, поставља се питање: **Која формула за пронос наноса би највише одговарала конкретним условима на посматраном сектору водотока?** Док консултује доступну литературу, истраживач се суочава са

бројним теоријама о транспорту наноса, од којих је сваку појединачно развио компетентан аутор, али често на бази ограниченог обима података. Када се примене формуле, добијају се различити резултати, а велике маргине грешке доводе у питање сврху развоја сложенијих модела прорачуна деформације корита.

### 2 УПОРЕДНЕ АНАЛИЗЕ ФОРМУЛА ЗА ПРОРАЧУН ТРАНСПОРТА НАНОСА

Постоји велики број формула за прорачун проноса вученог наноса, суспендованог наноса и укупног коритоформирајућег наноса ("total bed-material load"), које су развијене после појаве прве формуле Du Boys-а (1879). Све те, потпуно различите и углавном емпиријске формуле, настале су успостављањем корелација између параметара којима се описују својства флуида и наноса, њихово кретање и интеракције. И поред изузетних напора који су до сада уложени у истраживање параметара који су до сада уложени у истраживање параметара који утичу на изузетно сложен процес транспорта наноса, универзално применљива решења нису нађена и истраживања се настављају.

Раније је уобичајена пракса била да се одвојено рачунају количине вученог и суспендованог наноса. Међутим, у новије време користе се и формуле за прорачун "укупног наноса" односно укупне количине наноса који учествује у морфолошким процесима ("коритоформирајући" нанос).

За прорачун проноса вученог наноса се користе бројне емпиријске формуле, које су изведене скоро искључиво на основу резултата лабораторијских испитивања. Познато је, наиме, да су мерења кретања вученог наноса у природним водотоцима оптерећена великим грешкама, а практично немогућа у периодима великих вода, када се једино

и покрећу значајније количине наноса. Због тога једину подлогу за развој формула представљају подаци лабораторијских мерења (вршених у контролисаним условима, са мање-више једноликим условима течења), као и одређене рационалне претпоставке о режиму кретања наноса. У расположивој светској и домаћој литератури наводи се велики број формула за пронос вученог наноса: Meyer-Peter-Muller, Engelund-Hansen, Bagnold, Einstein, Einstein-Brown, van Rijn, Karaushev, Shamov, Levi, Goncharov итд.

За разлику од чисто емпиријског приступа у случају вученог наноса, проучавање суспендованог наноса се базира на теорији турбуленције и поузданим мерењима у лабораторији и у природи. Формуле Rosinski-Kuzmin и van Rijn дефинишу транспортни капацитет тока за суспендовани нанос.

За прорачун проноса укупног наноса, односно суме вученог и суспендованог наноса, такође се користе бројне формуле: Einstein, Toffaleti, Engelund-Hansen, Ackers-White, Yang, Brownlie, van Rijn. У овој врсти формула се количина суспендованог наноса добија интеграцијом концентрације по вертикали, с тим што се концентрација при дну тока одређује на бази проноса вученог наноса. Оне су у потпуности емпиријског карактера, иако се у њиховом развоју полази од одређених теоријских поставки. Такође, постоји неколико формула за прорачун укупног наноса, које су развијене применом регресионе анализе на велике базе података: Karim-Kennedy, Yang.

Иако се у литератури може наћи приказ веома великог броја формула за одређивање проноса наноса, упоредне анализе формула су релативно ретке. У већини упоредних анализа испитивана је тачност формула на основу одређене базе података лабораторијских и теренских мерења, углавном без давања детаљних информација о измереним хидрауличким параметрима и карактеристикама наноса.

Седмдесетих година прошлог века су аутори, тражећи "универзалну" формулу, за упоредне анализе користили податке свих расположивих мерења (у лабораторији и на рекама различитих карактеристика). Основни проблем у анализама из тог периода био је у томе што су поуздана мерења на рекама била веома ретка и што су често већ искоришћена за развој неке од анализираних формула. Деведесетих година је публикувано

неколико упоредних анализа које се баве само великим алувијалним водотоцима. У наставку је дат осврт на неке од упоредних анализа формула за пронос наноса.

Прве, и у западној литератури најчешће цитиране компаративне анализе су извршене да би се припремио ASCE Sedimentation Engineering Manual (Task Committee, 1971). Аутори (Vanoni и други) су приказали 13 формула за прорачун проноса коритоформирајућег наноса: Du Boys (1879), Meyer-Peter (1934), Schoklitsch (1935), Shields (1936), Meyer-Peter-Muller (1948), Einstein-Brown (1950), Einstein (1950), Laursen (1958), Blench (1964), Colby (1964), Engelund (1967), Inglis-Lacey (1968), Toffaleti (1969). Тачност формула је анализирана на основу упоређења са подацима мерења извршених на две реке у САД (Colorado River, Niobrara River). Треба имати у виду да су "мерени" подаци о укупном проносу наноса добијени додавањем рачунског проноса вученог наноса (одређен модификованом методом Einstein-a) на мерења суспендованог наноса. Raudkivi (Raudkivi, 1990) примећује да се однос рачунских и мерених количина наноса на анализираним рекама (Colorado River, Niobrara River) кретао се између 0.46 и 1.29 (са средњом вредношћу 0.65). Слика 1 илуструје закључак аутора да примењене формуле за прорачун наноса не дају резултате исте тачности на две анализираних реке, иако су у питању водотоци са пешчаним наносом сличне гранулације.

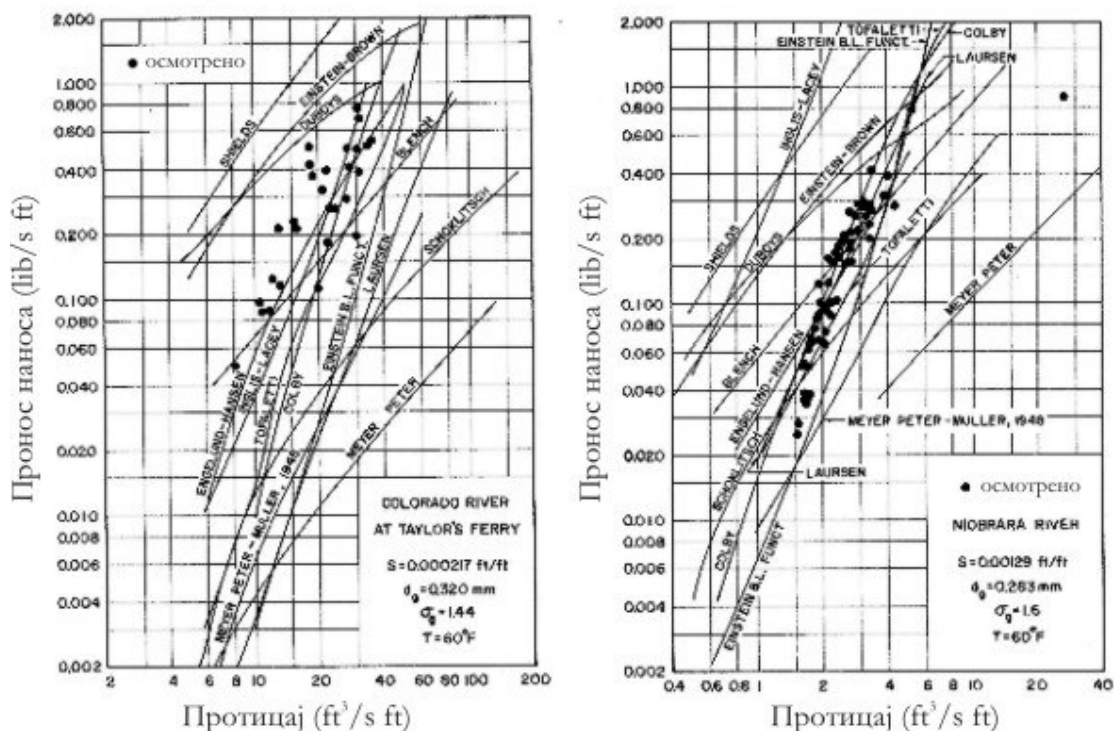
White, Milli и Crabbe (1975) су желели да утврде која је формула за прорачун проноса укупног наноса најбоља, сматрајући да је то "она која се са поверењем може применити на било који водоток у коме флуид проноси невезане честице, без обзира да ли је у питању минијатурни канал или велика река и да ли је нанос песак или неки други материјал". Поменути аутори су извршили упоређење формула Meyer-Peter-Muller (1948, Einstein (1950), Rottner (1959), Bishop (1965), Bagnold (1966), Engelund-Hansen (1967), Toffaleti (1968) и Ackers-White (1972), након довођења на заједнички бездимензиони облик. Коришћен је бездимензиони параметар транспорта наноса  $\Phi$ , изражен у функцији бездимензионих параметара  $D_{gr}$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $s$ . За компаративну анализу су коришћени подаци 837 мерења на лабораторијским каналима са пешчаним материјалом у дну ( $s=\rho_s/\rho=2.65$ ,  $D_{gr}=1.05-113.27$ ), као и 181 лабораторијско мерење са лакшим материјалима ( $s=\rho_s/\rho=1.07-1.85$ ,  $D_{gr}=6.06-53.8$ ).

Осим лабораторијских мерења, коришћени су и подаци 262 теренска мерења на рекама, које су аутори претходно кориговали тако што су елиминисали транзитни нанос. Разматране формуле су примењене на све расположиве податке мерења, узимајући у обзир специфична ограничења, уколико их је аутор методе сам увео. Резултати упоређења

дати су у табели 1, преко односа рачунских ( $C_{рач}$ ) и мерених концентрација ( $C_{мер}$ ):

$$r = \frac{C_{рач}}{C_{мер}}$$

где је:  $r$  – фактор тачности,  $C$  – концентрација наноса изражена као однос тежине сувог наноса и тежине воде (ppm).



Слика 1: Пронос наноса у функцији протока воде на основу мерења и прорачуна (лево - Colorado River, десно - Niobrara River)

Табела 1: Резултати компаративне анализе White, Milli и Crabbe (1975)

Аутор	Година	Процент вредности $r$ у дијапазону $0.5 < r < 2$	Формула је применљива на податке мерења (%)
Ackers - White	1972	68	100
Engelund - Hansen	1967	63	100
Rottner	1959	56	100
Einstein	1950	46	100
Bishop	1965	39	60
Toffaleti	1968	37	92
Bagnold	1966	22	31
Meyer - Peter - Muller	1948	10	100

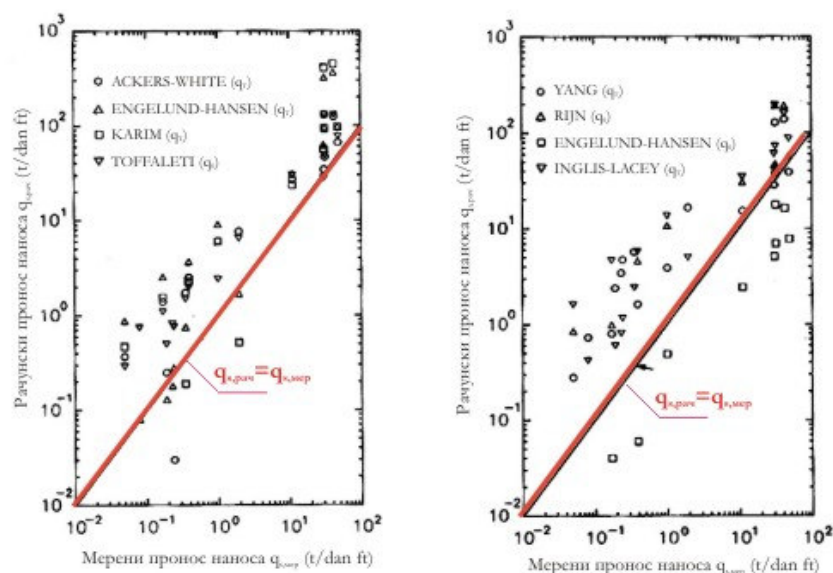
Yang и Molinas (Yang, 1982) су анализирали седам формула за пронос укупног наноса: Ackers-White (1973), Colby-Hembree (1955), Engelund-Hansen (1967), Maddock (1967), Shen-Hung (1972), Yang (1973), Yang (1979), користећи мерења на рекама са пешчаним дном. Ови аутори су закључили да су формуле Ackers-White, Engelund-Hansen и Yang далеко поузданије од других.

Када је L. van Rijn предложио нове формуле за пронос вученог наноса (Rijn, L. C. van 1984a) и суспендованог наноса (Rijn, L. C. van 1984b), упоредио их је са другим познатим формулама (Engelund-Hansen, Ackers-White и Meyer-Peter-Muller). Аутор је закључио да се, иако његове формуле дају најбоље резултате, у прорачунима наноса не може постићи бољи фактор тачности од 2.

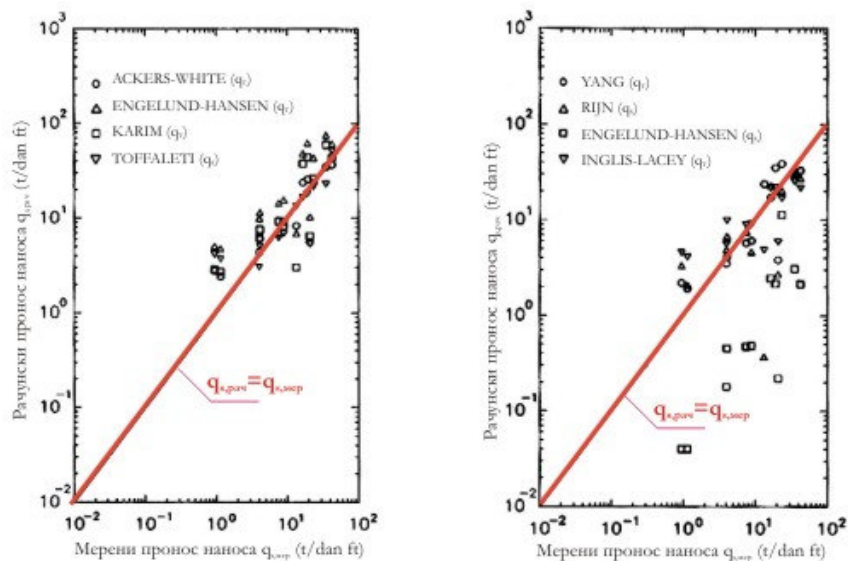
Nacato (Nacato, 1987) је упоредио шест формула: Ackers-White (1973), Engelund-Fredsoe (1976), Engelund-Hansen (1967), Inglis-Lacey (1968), Toffaleti (1969) и Graf (1971), користећи податке мерења укупног проноса наноса на San Dieguito River у САД. Констатовао је да се рачунски укупни пронос наноса на овој реци са пешчаним дном ( $d_{50}=0.24-0.85\text{mm}$ ) знатно разликује, зависно од примењене формуле. Ова компаративна анализа није резултирала и препоруком "најтачније"

формуле, већ је само показала на какве проблеме се наилази у пракси и колика грешка се може направити уколико не постоје мерења на терену која би послужила за упоређење и избор адекватне формуле за конкретне услове.

Nacato (Nacato, 1990) је упоредио резултате прорачуна укупног наноса применом формула Ackers-White (1973), Einstein-Brown (1950), Engelund-Fredsoe (1976), Engelund-Hansen (1976), Inglis-Lacey (1968), Karim-Kennedy (1981), Meyer-Peter-Muller (1948), Rijn (1984), Schoklitch, Toffaleti (1969) и Yang (1976) са резултатима мерења на Sacramento River, САД. Идеја аутора је била да, иако се компарација заснива на мерењима на само једној реци, препоручи формулу за прорачун укупног наноса у рекама са пешчаним дном. Овај аутор је користио само део проноса суспендованог наноса, у коме учествују честице крупније од  $0.062\text{mm}$ , сматрајући да остатак спада у категорију транзитног. Међутим, аутор није мереном проносу суспендованог наноса ( $q_s$ ) додавао рачунски пронос у зони дна (који се иначе у западној пракси уобичајено рачуна модификованом методом Einstein), сматрајући да би тиме унео допунску неизвесност у прорачун. Резултати ове анализе су приказани на сликама 2 и 3.



Слика 2: Упоређење мереног и рачунаог проноса наноса – профил Bute City (Nacato, 1990)



Слика 3: Упоредње мереног и рачуног проноса наноса – профил Colusa (Nacato, 1990)

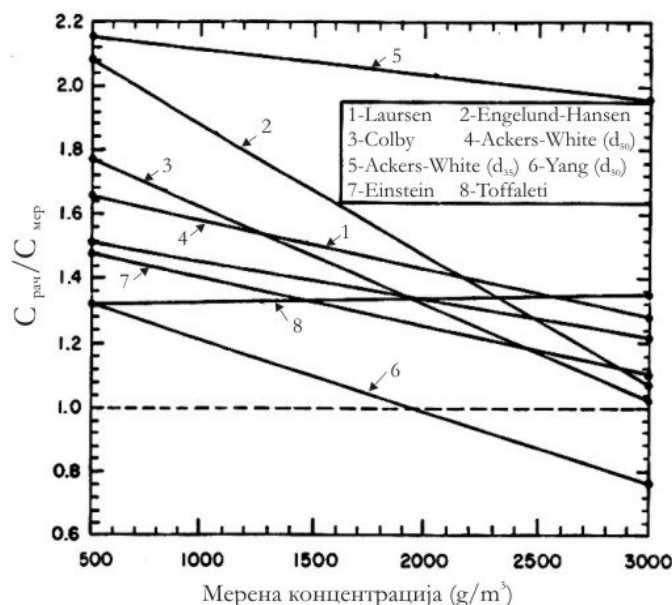
Yang и Wan (Yang, 1991) су урадили компаративну анализу формула за прорачун проноса укупног коритоформирајућег наноса у водотоцима са пешчаним дном, применом формула Einstein (1950), Laursen (1958), Engelund - Hansen (1976), Toffaleti (1968), Colby (1964), Ackers - White (1973) и Yang (1973). За анализу је коришћена база података о 1119 лабораторијских и 319 теренских мерења. Резултати ове компаративне анализе су дати у табели 2, преко средње вредности и стандардне

девијације односа  $r = \frac{C_{\text{рач}}}{C_{\text{мер}}}$ , где су  $C_{\text{рач}}$  и  $C_{\text{мер}}$

рачунска и мерена концентрација укупног наноса. Графички приказ ове анализе дат је на слици 4. Аутори су рангирани формуле према тачности и препоручили формулу Yang-а. Међутим, на крају закључују да већа укупна тачност формуле не гарантује да ће та формула бити боља од других у свим хидрауличким и псамолошким условима.

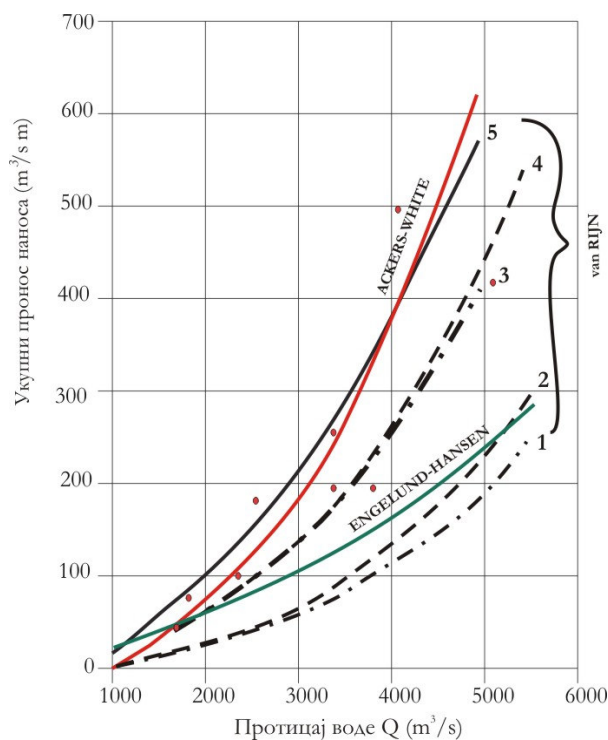
Табела 2: Резултати упоредне анализе (Yang, 1991)

Аутор	Разлике				Стандардна девијација	Број података
	Rsr	Процент података у домену				
		0.75-1.25	0.5-1.5	0.25-1.75		
<b>Лабораторијска мерења</b>						
Laursen	1,3	46	67	83	1,21	1118
Engelund - Hansen	1,13	33	69	88	1,01	1118
Colby	0,64	22	54	86	0,51	857
Ackers -White ( $d_{50}$ )	1,22	41	72	86	0,63	1114
Ackers -White ( $d_{35}$ )	1,44	37	65	78	0,86	1118
Yang ( $d_{50}$ )	1,05	53	83	94	0,52	1118
Einstein	2,28	12	23	34	1,24	1118
Toffaleti	0,4	7	18	32	0,83	938
<b>Мерења на рекама</b>						
Laursen	1,56	32	52	67	1,7	237
Engelund - Hansen	1,8	25	48	64	1,41	319
Colby	1,52	36	60	74	1,57	234
Ackers -White ( $d_{50}$ )	1,43	28	55	70	0,92	319
Ackers -White ( $d_{35}$ )	2,09	16	33	51	1,84	237
Yang ( $d_{50}$ )	1,17	35	60	79	0,71	319
Einstein	1,38	26	51	74	1,3	237
Toffaleti	1,33	30	52	71	1,38	237



Слика 4: Упоредјење резултата прорачуна укупног проноса наноса (Yang, 1991)

За реку Дунав је урађена једна упоредна анализа формула за прорачун укупног проноса наноса на основу мерења на сектору реке Дунав узводно од акумулације ХЕ "Ђердап 1" (Бабић Младеновић, 1990). Упоредјене су формуле van Rijn (где је  $q_t$  добијено као  $q_t=q_s+q_b$ ), Engelund-Hansen ( $q_t$ ) и Ackers-White ( $q_t$ ). За примену поменутих формула недостајали су подаци о падовима. Зато је у формулама Engelund-Hansen и Ackers-White коришћена просечна вредност пада нивоа воде на ширем сектору р. Дунав ( $J=0,05\%$ ), док је у случају формула van Rijn испитано више варијанти, које је аутор препоручио (Rijn, L. C. van, 1984a; Rijn, L. C. van, 1984b; Rijn, L. C. van, 1984c): (1)  $J=0,05\%$ ,  $\beta=1$ ; (2)  $V_*=(C'/C)V_*'$ ,  $\beta=1$ ; (3)  $J=0,05\%$ ,  $\beta=\beta(\omega/V_*)$ ; (4)  $V_*=(C'/C)V_*'$ ,  $\beta=\beta(\omega/V_*)$ ; (5) Упрошћене формуле за које није потребан податак о паду нивоа воде. Резултати упоредне анализе су приказани на слици 5, као пронос укупног наноса  $q_t$  (изражен као запремина по јединици ширине) у функцији протока воде ( $q$ ). Констатовано је да основни проблем при примени формула van Rijn, Engelund-Hansen и Ackers-White за прорачун укупног наноса реке Дунав представља недостатак податка о паду нивоа воде. Ако се, у недостаку података о паду, примене различите претпоставке које је van Rijn сугерисао, применом формула овог аутора добија се врло широк дијапазон резултата (на пример, при протоку од  $4000 \text{ m}^3/\text{s}$  рачунски укупни пронос наноса износи 120 до  $380 \text{ m}^3/\text{s}$ ).



Слика 5: Зависност проноса укупног наноса од протока воде (Бабић-Младеновић 1990)

Када се сумирају мишљења различитих аутора, евидентно је да нема релевантног закључка, посебно уколико су у питању велике реке са пешчаним дном.

Како би помогли инжењерима да изаберу одговарајућу формулу Yang и Simons (Yang, 1996) предлажу да се одреди која се врста података може обезбедити теренским мерењима у оквиру предвиђеног времена, средстава и других ограничења; прегледају све расположиве формуле и изаберу формуле са независним променљивима које се могу одредити у оквиру планираног обима теренских мерења; упореде стање на терену и ограничења разматраних формула. Ако се у датим условима може користити више формула, после њихове примене треба упоредити резултате; после упоређења са теренским мерењима проноса наноса одлучи која формула даје најбоље резултате и она примени за прорачун проноса наноса у другачијим условима, када није могуће извршити мерења.

С друге стране, уколико се покаже да ни једна од постојећих формула за прорачун проноса наноса не даје задовољавајуће резултате, ови аутори сугеришу да треба искористити резултате мерења и формирати специфичну зависност  $q_s$  (или  $C_s$ ). Криву која има најмање расипање тачака, без систематског одступања од мерених вредности, треба усвојити као меродавну за детерминисање проноса наноса на посматраном профилу.

### 3 НОВА ФОРМУЛА ЗА ПРОРАЧУН ПРОНОСА НАНОСА НА ДУНАВУ

#### 3.1. Коришћени подаци

Нова формула за прорачун транспорта наноса у реци Дунав добијена је применом статистичких метода на низ података мерења протока воде и суспендованог наноса на више профила реке Дунав (табела 3).

Табела 3: Број мерења у природном режиму Дунава

Сектор Дунава	Број мерења
Узводно од ушћа Драве	56
Од ушћа Драве до Новог Сада	64
Од Новог Сада до ушћа Тисе	5
Од ушћа Тисе до ушћа Саве	23
Од ушћа Саве до ушћа В. Мораве	19
Низводно од ушћа В. Мораве	11
Укупно	178

Теренска мерења, којима се у мерном профилу одређују карактеристике речног дна, проток воде и пронос суспендованог наноса, Институт "Јарослав Черни" врши на Дунаву од 60-тих година прошлог века.

На посматраном сектору Дунава су мерења вршена на секторима "мађарска граница - Товарник" (1966-1967. године), "Вемел - Петреш" (1965-1966. године), "Аљмаш" и "Стаклар" (1965-1966. године), "Мохово" (1966-1967. године), "Нештин - Сусек" (1966-1967. године), "Ердут-Богојево" (1977. године), "Сремски Карловци - Футог" (1977. године), код Новог Сада (1979. године), Апатина (1980. године) и код Бездана (1988-1989. године).

У низ података мерења на "Горњем Дунаву", који се односи на природни режим Дунава, укључена су и мерења вршена пре изградње ХЕ "Ђердап 1" (1964/65. године и 1966/67. године) на низводним секторима Дунава у Србији.

Сва поменута мерења наноса на Дунаву вршена су применом исте методологије, која укључује рад на терену, лабораторијска испитивања и обраду података.

Поред података комплетних мерења, за потребе квантитативне анализе транспорта наноса на Дунаву коришћени су и други релевантни подаци добијени хидрауличким прорачунима, хидролошким и метеоролошким осматрањима.

#### 3.2. Метод

Познато је да феномен транспорта речног наноса повезан са многим променљивим величинама, од којих су најзначајније:

- Својства воде и наноса:** густина воде ( $\rho$ ), густина наноса ( $\rho_s$ ), вискозност воде (најчешће се изражава помоћу кинематичког коефицијента вискозности  $\nu$ );
- Крупноћа и гранулометријски састав наноса:** средња крупноћа наноса у дну ( $d_{sr}$ ), карактеристични пречник наноса у дну ( $d$ ), средња хидрауличка крупноћа наноса ( $\omega_{sr}$ );
- Параметри облика речног корита:** површина попречног пресека речног тока ( $A$ ), ширина водног огледала ( $B$ ), средња дубина тока ( $H$ );
- Хидрауличке карактеристике речног тока:** проток воде ( $Q$ ), средња брзина тока ( $V$ ) и хидраулички градијент ( $J$ ), као и неке изведене величине, као што су тангенцијални напон ( $\tau$ ) и брзина трења ( $V^*$ ).

Најчешће се променљиве групишу у бездимензионе групације, које имају извесно физичко значење и карактеришу својства и кретање флуида и чврстих

честица. Без претходног разматрања релевантности и значаја појединих параметара, за анализу проноса наноса реке Дунав изабрани су следећи бездимензиони параметри: Reynolds-ов број за

течење воде у реци  $X_1 = \frac{V \cdot H}{\nu} \cdot 10^6$ ; Reynolds-ов број

за отпор честице при кретању кроз воду  $X_2 = \frac{\omega \cdot d}{\nu} \cdot 10^6$ ; Reynolds-ов број за отпоре на речном

дну  $X_3 = \frac{V_* \cdot d}{\nu} \cdot 10^6$ ; Froude-ов број за течење воде у

реци  $X_4 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot H}}$ ; Froude-ов број за кретање наноса

$X_5 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot d}}$ ; Froude-ов број за таложење наноса

$X_6 = \frac{\omega}{\sqrt{g \cdot d}}$ ; Froude-ов број за покретање наноса

$X_7 = \frac{V_*}{\sqrt{g \cdot d}}$ ; Бездимензиона површина попречног

пресека тока  $X_8 = \frac{A}{A_0}$ ; Бездимензиони параметар

облика корита  $X_9 = \frac{B}{H}$ ; Бездимензиони однос дубине

корита и пречника наноса  $X_{10} = \frac{H}{d}$ ; Бездимензиона

брзина трења  $X_{11} = \frac{V_*}{\omega}$ ; Бездимензиона брзина тока

$X_{12} = \frac{V}{\omega}$ ; Бездимензиона брзина тока  $X_{13} = \frac{V}{V_*}$ ;

Бездимензиони пронос наноса

$X_{14} = \Phi = \frac{q_s}{\rho_s \cdot \sqrt{\Delta} \cdot g \cdot d^3}$ ; Бездимензиона вучна сила

(Shields-ов број):  $X_{15} = \Theta = \frac{\tau}{(\rho_s - \rho) \cdot g \cdot d}$ , Јединична

енергија тока (Yang, 1996):  $X_{16} = \frac{V \cdot J}{\omega}$ ; Параметар

Великанова (1954):  $X_{17} = \frac{V^3}{g \cdot H \cdot \omega}$ .

где су:  $A$  – површина попречног пресека ( $m^2$ ),  $A_0$  – површина попречног пресека у просечним условима ( $m^2$ ),  $B$  – ширина воденог огледала ( $m$ ),  $V$  – средња брзина тока ( $m \cdot s^{-1}$ ),  $V_*$  – брзина трења ( $m \cdot s^{-1}$ ),  $g$  – гравитационо убрзање ( $m \cdot s^{-2}$ ),  $d$  – карактеристични пречник зрна наноса ( $m$ ),  $H$  – средња дубина тока ( $m$ ),  $J$  – пад линије нивоа воде (-),  $q_s$  – јединични пронос наноса ( $kg/s \cdot m$ ),  $\Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$  – релативна

густина,  $\nu$  – кинематички коефицијент вискозности ( $m^2 \cdot s^{-1}$ ),  $\rho$  – густина воде ( $kg \cdot m^{-3}$ ),  $\rho_s$  – густина

наноса ( $kg \cdot m^{-3}$ ),  $\tau$  – тангенцијални напон или вучна сила ( $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ ),  $\omega$  – хидрауличка крупноћа наноса ( $m \cdot s^{-1}$ ).

Мерењима на Дунаву обезбеђени су подаци за формирање већине бездимензионих параметара. Међутим, за формирање параметара  $X_3$ ,  $X_7$ ,  $X_{11}$ ,  $X_{13}$ ,  $X_{15}$ ,  $X_{16}$  потребни су подаци о паду линије нивоа воде односно тангенцијалном напону или брзини трења који се одређују на основу њега. Како мерењима нису обезбеђени ови подаци, пад нивоа воде је срачунат помоћу Chezy-Manning-ове једначине, на основу мерених података о средњој брзини и дубини тока и познатих вредности Manning-овог коефицијента отпора.

За формирање параметара  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_5$ ,  $X_6$ ,  $X_7$ ,  $X_{10}$ ,  $X_{14}$  и  $X_{15}$  потребан је податак о карактеристичном зрну наноса из дна водотока. Примењене су две алтернативе па је једна група параметара формирана уз коришћење податка о карактеристичном пречнику зрна  $d_{50}$ , а друга група користећи податак о средњем пречнику зрна  $d_{sr}$ .

Применом вишепараметарске регресионе анализе утврђени су међусобни односи и зависности кључних параметара транспорта наноса реке Дунав. Зависно променљива у регресионој анализи је бездимензиони пронос наноса  $X_{14}$ , док су остале променљиве третиране као независне.

Након формирања бездимензионих параметара  $X_i$ , примењена је парцијална корелација и вишеструка регресија, како би се идентификовале релевантне независне променљиве и затим добила најповољнија функционална зависност између зависно и независно променљивих.

Пре регресионе анализе урађена је логаритамска трансформација променљивих  $X_i$  којом су добијене нове променљиве  $x_i$ :

$$x_i = \log(X_i) \quad i = 1, 2, \dots, 17$$

које су линеарном зависношћу повезане са зависно променљивом  $X_{14}$ :

$$\log Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + \dots$$

где су  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , ... експоненти који се добијају применом метода вишеструке линеарне регресије.

Ова једначина је еквивалентна следећој степеној једначини:

$$Y = 10^{a_0} \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \dots$$



За оцену квалитета вишеструке регресије, односно као помоћ за избор погодних релација између променљивих, коришћена су два показатеља квалитета регресионе зависности: вишеструки коефицијент корелације (R) и стандардна грешка регресионог модела (S), као и проценат вредности фактора тачности  $r$  у дијапазонима:  $0.5 < r < 2$ ,  $0.75 < r < 1.5$  и  $0.33 < r < 3$ .

### 3.3. Резултати

Методом вишеструке линеарне корелације идентификоване су релевантне независно променљиве. Констатовано је да само 6 независно променљивих (X1, X5, X6, X7, X10, X15) има релативно значајне корелационе везе са зависно променљивом, што је илустровано на слици 6. Остале независно променљиве даље нису коришћене, јер се њиховим увођењем не би добила квалитетнија корелациона зависност.

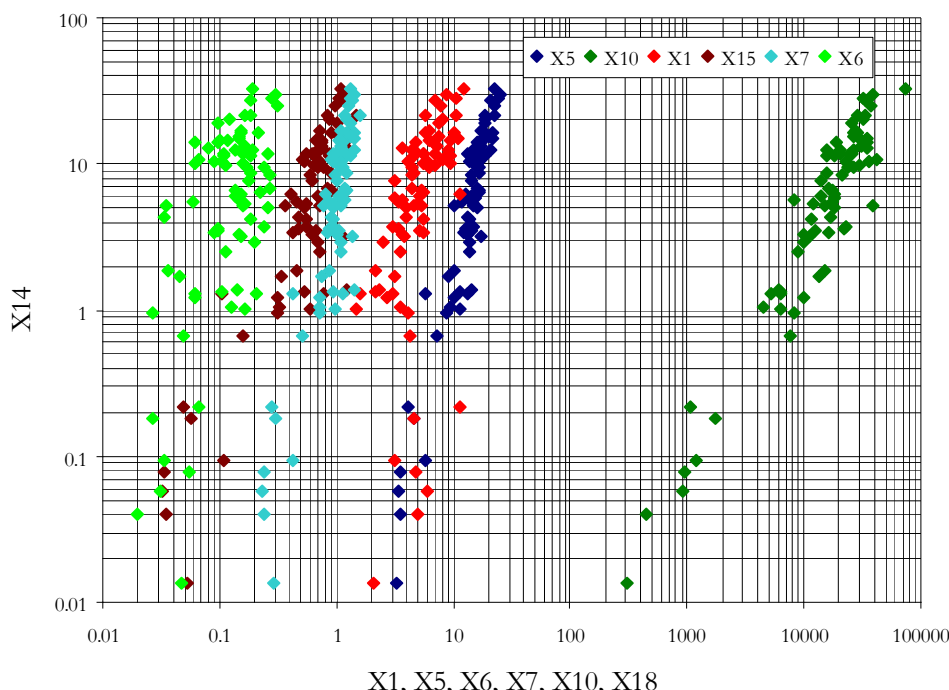
Коначно, усвојен је следећи облик једначине за прорачун проноса суспендованог наноса у природном режиму реке Дунав, са параметрима дефинисаним на основу податка о  $d_{sr}$ :

$$\frac{q_s}{\rho_s \cdot \sqrt{\Delta \cdot g \cdot d_{sr}^3}} = 10^{-4.41504} \cdot \left(\frac{V}{\sqrt{g \cdot d_{sr}}}\right)^{1.429154} \cdot \left(\frac{H}{d_{sr}}\right)^{0.756289} \cdot \left(\frac{V \cdot H}{v}\right)^{0.491958} \quad (1)$$

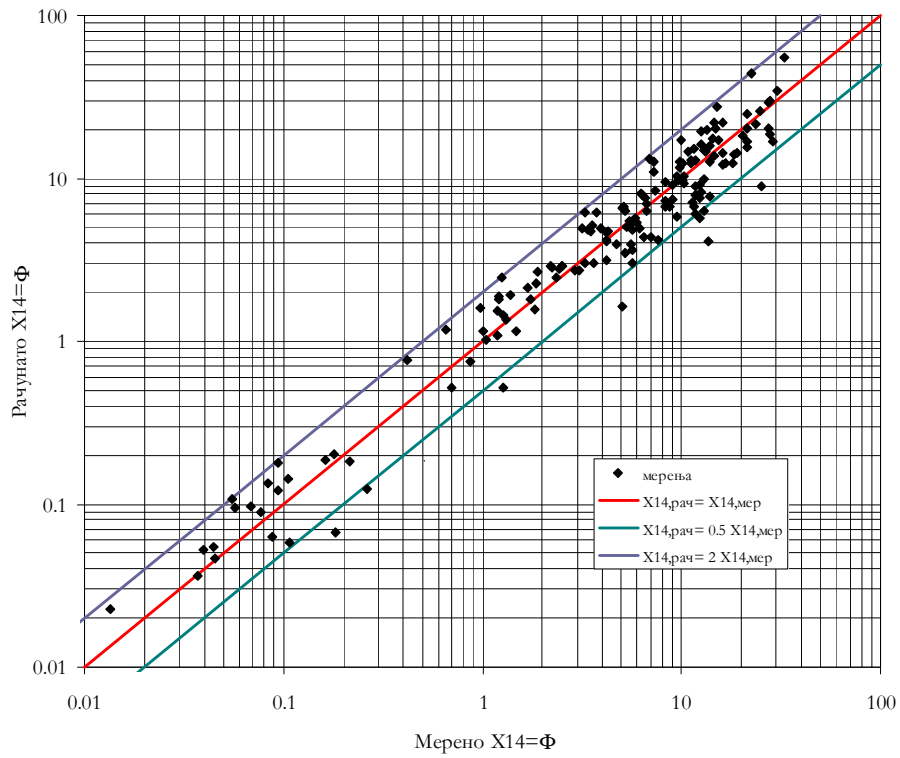
Показатељи регресије за овај облик једначине су:  $R = 0.97521$ ,  $S = 0.16630$ , 95% вредности у интервалу  $0.5 < r < 2$ , 65.85% у интервалу  $0.75 < r < 1.5$  и 98.78% вредности у интервалу  $0.33 < r < 3$ . На слици 7 приказано је упоређење мерених и рачунатих вредности, заједно са линијом потпуног слагања и линијама које ограничавају дозвољена одступања (0.5 до 2 мерене вредности).

И уколико се за формирање параметара користи  $d=d_{50}$ , независно променљиве X1, X5, X6, X7, X10, X15 се могу оценити као релевантне (слика 8). У овом случају регресиона једначина ( $R = 0.9497$ ,  $S = 0.2031$ ), која даје добро слагање рачунских и мерених вредности (89.4% вредности у интервалу 0.5 до 2, 56.5% у интервалу 0.75 до 1.5) гласи (слика 9):

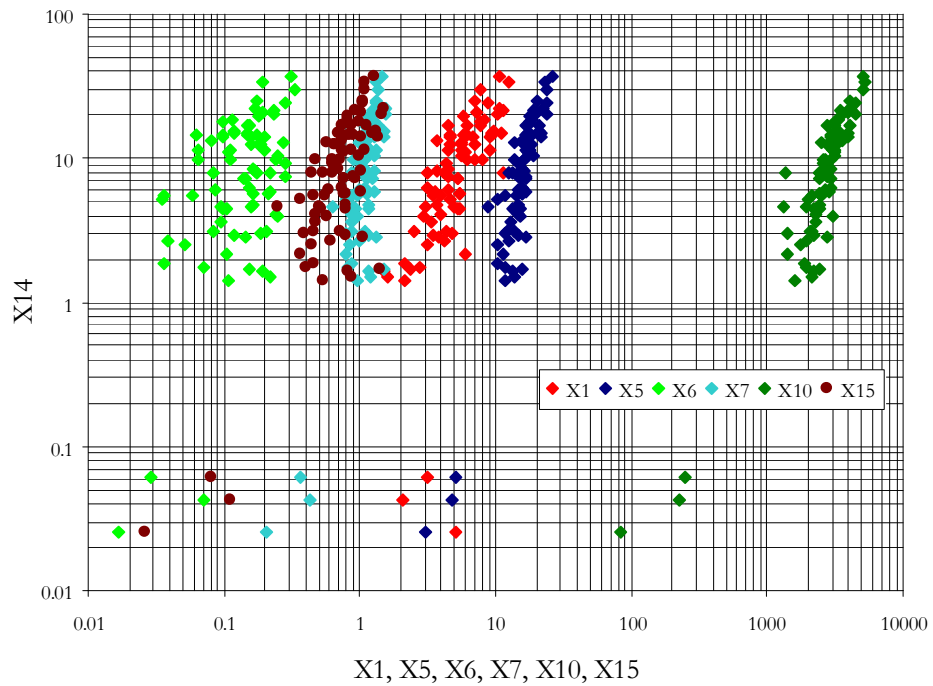
$$\frac{q_s}{\rho_s \cdot \sqrt{\Delta \cdot g \cdot d_{50}^3}} = 10^{-3.4449} \cdot \left(\frac{V}{\sqrt{g \cdot d_{50}}}\right)^{2.543573} \cdot \left(\frac{H}{d_{50}}\right)^{0.232782} \cdot \left(\frac{V \cdot H}{v}\right)^{0.442668} \quad (2)$$



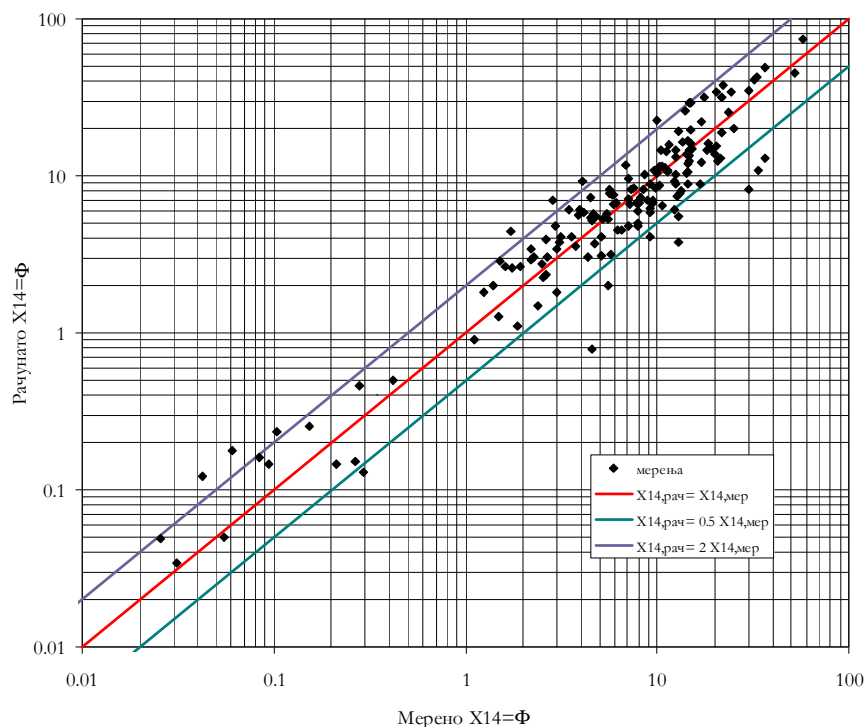
Слика 6: Зависности бездимензионог проноса суспендованог наноса од бездимензионих параметара ( $d=d_{sr}$ )



Слика 7: Упоређење мерених и рачунских вредности преноса суспендованог наноса ( $d=d_{sr}$ )



Слика 8: Зависности бездимензионог преноса суспендованог наноса од бездимензионих параметара ( $d=d_{50}$ )



Слика 9: Упоредње мерених и рачунских вредности проноса суспендованог наноса ( $d=d_{50}$ )

Уводећи  $\rho_s=2650 \text{ kg/m}^3$ ,  $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $\Delta = 1.65$  у једначину (1) добијена је следећа релација за прорачун проноса наноса у р. Дунав, у условима природног режима водотока:

$$q_s = 0.41 \cdot d_{sr}^{3/2} \cdot \left(\frac{V}{\sqrt{g \cdot d_{sr}}}\right)^{1.43} \cdot \left(\frac{H}{d_{sr}}\right)^{0.76} \cdot \left(\frac{V \cdot H}{v}\right)^{0.49} \quad (3)$$

Могуће је користити податак о карактеристичном зрну  $d_{50}$  у дну водотока, уз потребну корекцију коефицијената у једначини.

Јединични пронос наноса  $q_s$  (kg/s.m) и средњи профилски пронос наноса  $Q_s=q_s \cdot B$  (kg/s) се рачунају једноставно, уколико су познати основни морфолошки параметри корита (ширина корита  $B$  и средња дубина/хидраулички радијус  $H$ ), крупноћа наноса у дну водотока и средња профилска брзина тока  $V$ .

### 3.4 Верификација

За верификацију зависности добијене вишепараметарском регресионом анализом искоришћена су мерења хидрауличног карактера, која су у периоду 2001-2004. година извршена на Дунаву на профилу Лединци (km 1260+000). За мерења је коришћена

стандардна методологија и мерна опрема Института за водопривреду "Јарослав Черни".

На основу резултата верификације, који су приказани у табели 5, констатује се добро слагање мерених вредности и резултата добијених рачунским путем, са фактором тачности у границама 0.5 до 2.

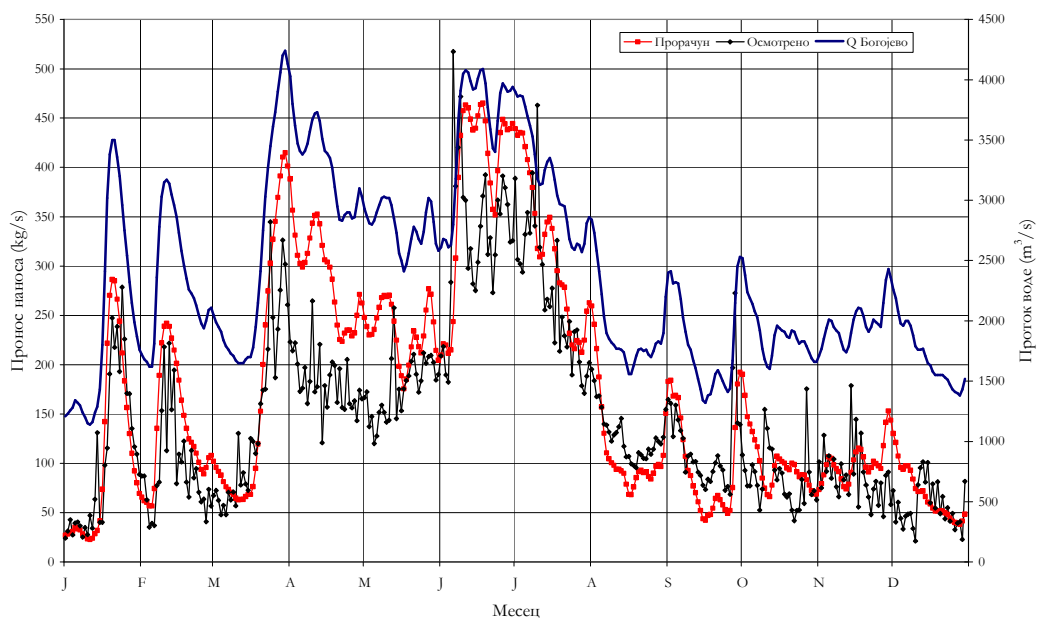
Табела 5: Верификација регресионих зависности на основу мерења

Датум мерења	Пронос наноса $q_s$ (kg/s)		$r = \frac{q_{s,рач}}{q_{s,мер}}$
	Мерени	Рачунски	
13.03.2002.	114.0	162	1.42
14.11.2002.	403.4	356.4	0.88
08.09.2003.	56.60	75.0	1.33
06.09.2004.	84.90	140.3	1.65

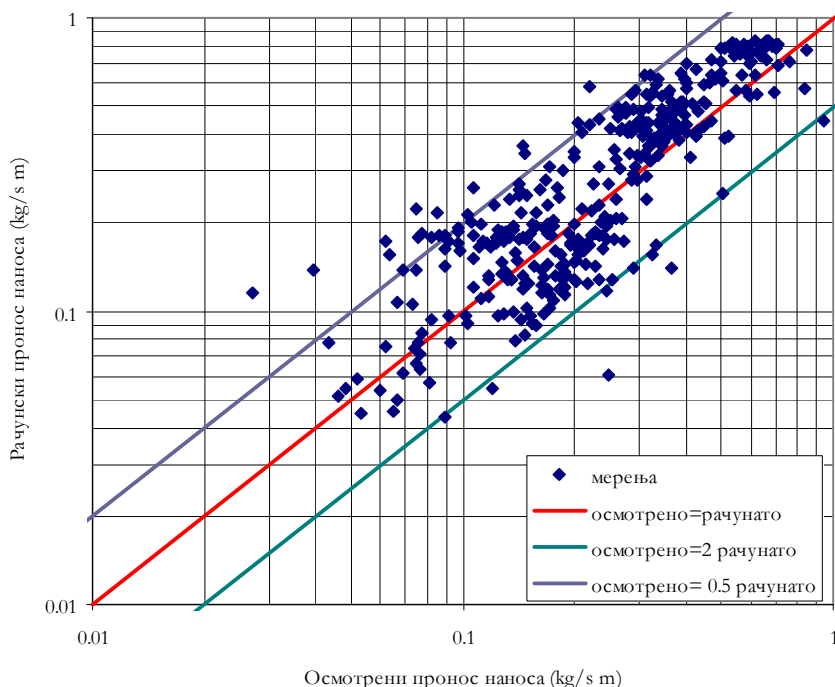
Поред верификација на основу мерења, извршено је упоређење свакодневних вредности проноса наноса, добијених мерењима и рачунским путем. На сликама 10 и 11 упоређене су "осмотрене вредности" (дефинисане на основу свакодневних површинских концентрација суспендованог наноса, зависности између површинске и средње профилске концентрације наноса и протицаја воде) и рачунске

вредности на профилу Лединци у 2004. години. Добијено је 92.35% рачунских вредности у границама 0.5 до 2 мерене вредности, 57.38% у границама од 0.75 до 1.5 и 99.18% у границама 0.33

до 3. Просечна годишња вредност проноса наноса одређена мерењима износи 148.5 kg/s, док је применом рачунске методе добијена вредност 176.5 kg/s.



Слика 10: Хидрограм и псамограм на профилу Лединци у 2004. години



Слика 11: Упорјеђење осмотрених и рачунских вредности јединичног проноса наноса на профилу Лединци у 2004. години

#### 4 ЗАКЉУЧАК

Предложене емпиријске релације за прорачун проноса наноса реке Дунав имају логичну структуру и обухватају најбитније параметре проноса наноса. Иако су успостављене коришћењем података о мерењима суспендованог наноса, могу се са довољном тачношћу користити за процену укупних количина наноса реке Дунав.

Успостављене емпиријске зависности имају научни и практични значај, јер се могу користити у оквиру најразличитијих инжењерских задатака, у којима је потребно познавање податка о проносу наноса Дунавом, у природном режиму водотока.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бабић Младеновић М. (1990): *Приказ метода Л. ван Ријн за прорачун транспорта вученог и суспендованог наноса*, "Водопривреда" 22,125-126 (1990/3-4), стр. 503-510
- [2] Бабић Младеновић М. (2006), *Утицај акумулација на режим наноса алувијалних водотока – Пример Берданске акумулације*, Докторска дисертација, Грађевински факултет Универзитета у Београду
- [3] Брук, С. (1985): *Основе за проучавање и прорачун транспорта речног наноса*, Институт за водопривреду "Јарослав Черни"
- [4] Colby, B.R and Hembree, C. H (1955): *Computations of total sediment discharge - Niobara River near Cody, Nebraska*, Geological Survey Water-Supply, Paper 1357
- [5] Nacato T. (1987): *Discussion of "Modeling of river channel changes" by Chang, H.H*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 113, No. 2, 262-265
- [6] Nacato T. (1990): *Tests of selected sediment-transport formulas*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 116, No. 3, 191-204
- [7] Raudkivi A. J. (1990): *Loose boundary hydraulics*, Pergamon Press
- [8] Rijn, L. C. van (1984a): *Sediment transport: Part I - Bed load transport*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No. 10, 1431-1456
- [9] Rijn, L. C. van (1984b): *Sediment transport: Part II - Suspended load Transport*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No. 11, 1613-1641
- [10] Rijn, L. C. van (1984c): *Sediment transport: Part III - Bed forms and alluvial roughness*, J. Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No. 12, 1733-1754
- [11] Task Committee for Preparation of Sediment Manual (1971): *Sediment transport mechanics: H. Sediment discharge formulas*, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, HY4, 523-567
- [12] White, W.R., Milly, H., and Crabbe, A. D. (1975): *Sediment transport theories: A review*, Proceedings, Institute of Civil Engineers, Part 2, No 59, 265-292
- [13] Yang, C. T. and Molinas, A. (1982): *Sediment Transport and Unit Stream Power*, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, HY6, 774-793
- [14] Yang, C.T. and Simons, D.B. (1996): *Sediment transport*, Proceedings of International Conference on Reservoir Sedimentation, Fort Collins, Colorado, USA

METHOD FOR CALCULATION OF SEDIMENT DISCHARGE  
ON THE DANUBE RIVER UPSTREAM OF NOVI SAD

by

Marina BABIĆ MLADENOVIĆ, dipl. inž. građ.  
Director of River Engineering Department  
Institute for the Development of Water Resources "Jaroslav Černi", Belgrade

Summary

The calculation of the Danube sediment discharge is frequently needed in practice. Although a large number of formulas and studies can be found in the literature that compare their concepts and accuracies, these can not be used for the selection of a reliable sediment discharge formula, appropriate for a large alluvial sand-bed river like the Danube. This paper presents an authentic formula, developed by multi-parameter regression analysis of standard dimensionless hydraulic,

hydrodynamic, morphological and psammological parameters of the Danube river. The data used for its development were obtained by field measurements on the Serbian sector of the Danube, executed upstream of the Iron Gate Reservoir, as well as before its impoundment.

Key words: Danube, sediment

Redigovano 14.05.2007.