

MARGINALNE RASPODELE DNEVNIH PROTICAJA NA REPREZENTATIVNIM PROFILIMA U SRBIJI

Zoran M. RADIĆ*, Vladislava MIHAILOVIĆ**

*Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

**Šumarski fakultet Univerziteta u Beogradu

REZIME

Prethodne analize (Radić & Mihailović, 2006a, 2006b) koje su bile bazirane na novoj metodologiji, pokazale su prednosti analize kompletnih skupova dnevnih podataka u odnosu na mesečne ili karakteristične dnevne podatke. Prednosti su demonstrirane u studiji hidroloških režima i analizi suša.

Metodologija je bazirana na primeni TIPS metode za strukturnu analizu dnevnih hidroloških serija:

- (i) Na bazi opaženih dnevnih proticaja za N godina, mogu se odrediti nizovi od po 365 vrednosti nekog statističkog parametra (minimuma, maksimuma, konvencionalnih momenata i L-momenata, itd.)
- (ii) Međuzavisnost članova originalnog niza prenosi se i na izvedene nizove statističkih parametara, tako da se mogu definisati *vremenske funkcije* koje će opisati tu zavisnost
- (iii) Na bazi izvedenih periodičnih funkcija parametara može se definisati 365 *marginalnih funkcija raspodele tokom godišnjeg ciklusa*.

Osnovni cilj ovog rada je da razreši pitanje izbora tipa raspodele za definisanje marginalnih raspodela dnevnih proticaja. Studija je zasnovana na analizi podataka sa 33 reprezentativna profila sa teritorije Srbije. Zbog potrebe regionalnih analiza i drugih primena odabran je tridesetogodišnji referentni period (1961-1990.).

Dnevni podaci imaju širok opseg varijacije koeficijenta asimetrije tokom godišnjeg ciklusa i u ovom slučaju je logičan izbor vrlo fleksibilna raspodela. Zbog toga su u obzir uzete samo troparametarske raspodele. Mogući kandidati među raspodelama su identifikovani u preliminarnoj analizi uz pomoć dijagrama konvencionalnih i L-momenata.

Kandidati su rangirani na osnovu poređenja odsupanja modela od empirijskih podataka, na bazi koeficijenta

korelacije dijagrama verovatnoće (PPCC) i korena iz relativne srednje kvadratne greške (rRMSE), uz uslov da donja granica raspodele ne bi trebalo da bude manja od nule. Analiza je pokazala da je, prema primenjenim kriterijumima, najbolja raspodela log-Pirson 3.

Ključne reči: hidrologija, stohastička analiza, dnevne serije proticaja, marginalne raspodele, L-momenti, PPCC test.

UVOD

Hidrološke serije su ili stacionarne stohastičke serije ili, češće, kombinacija stohastičke i jedne ili više determinističkih komponenti (Yevjevich, 1972). Po Jevđeviću, četiri osnovne karakteristike vremenskih serija hidroloških i meteoroloških veličina su: *trend*, *prekidnost*, *periodičnost* i *stohastičnost*. Pristup u strukturnoj analizi i dekompoziciji složene vremenske serije na njene determinističke i stohastičke komponente Jevđević je nazvao TIPS metoda (engl. Tendency-Intermitency-Periodicity-Stochasticity).

Kao rezultat klimatskih karakteristika (postojanje godišnjih doba ili sezona sa jasno izraženim temperaturnim i padavinskim režimima), kod serija dnevnih proticaja moraju postojati unutargodišnje periodičnosti. Osnovna pretpostavka je da isti geofizički procesi koji izazivaju periodičnost u serijama dnevnih proticaja taj uticaj pronose i na parametre tih serija, pa i na sve parametre marginalnih funkcija raspodele. Polazeći od toga, na osnovu ustanovljenih periodičnih funkcija promene statističkih parametara tokom godine može se doći i do marginalnih funkcija raspodele u godišnjem ciklusu (Mihailović & Radić, 2006). Za dnevni vremenski korak postoji 365 marginalnih funkcija raspodele koje se menjaju tokom godine zato što se i njihovi parametri periodično menjaju tokom godišnjeg ciklusa.

Pri određivanju marginalnih funkcija raspodele, (u zavisnosti od rezultata statističkih testova ili ukoliko postoji neko fizičko opravdanje), može se birati između nekoliko osnovnih pristupa (Yevjevich, 1984):

- 1) Za sve marginalne funkcije raspodele važi ista teorijska funkcija raspodele, ali se njeni parametri menjaju periodično tokom godine
- 2) Funkcija raspodele se menja tokom godine, prema rezultatima odgovarajućih statističkih testova
- 3) Funkcija raspodele je mešavina (u različitim razmerama tokom godine) dve ili više funkcija ili je to ista funkcija ali sa dva ili više različitih skupova parametara
- 4) Funkcija raspodele je rezultujuća funkcija raspodele sume nekoliko promenljivih tokom godišnjeg ciklusa; svaka od promenljivih ima različitu funkciju raspodele, a broj promenljivih i njihovi koeficijenti proporcionalnosti se menjaju tokom godine.

Određivanje 365 marginalnih funkcija raspodele je vrlo kompleksan problem i zahteva obimne proračune, pa se i o tome se mora voditi računa kad se opredeljuje za neki od navedenih pristupa. Kako će se kasnije videti, u ovom radu je usvojen i korišćen prvi pristup. Analize su pokazale da je izvesno smanjenje obima proračuna moguće postići time što se u obzir uzimaju teorijske funkcije raspodele sa manjim brojem parametara (do tri) ali i usvajanjem manjeg broja harmonika u periodičnim funkcijama koje definišu promenu tih parametara tokom godine.

Korišćenje izvedenih marginalnih raspodela zavisi od cilja stohastičke analize. Na bazi marginalnih raspodela može se:

- Vršiti klasifikacija hidroloških režima (Mihailović & Radić, 2006)
- Pratiti stanje vlažnosti u slivu (sa ciljem blagovremene najave mogućih poplava ili rane detekcije nastanka suša),
- Definisati kriva koja predstavlja promenljivi prag u analizi suša ili poplava (Radić & Mihailović, 2006).

U prethodnom radu (Mihailović & Radić, 2006) je pokazano kako se metoda strukturne analize statističkih funkcija dnevnih proticaja može koristiti pri određivanju 365 statističkih distribucija dnevnih proticaja i na bazi toga proizvesti dijagrami marginalnih raspodela. Prva analiza, na 15 odabranih profila sa područja Srbije, pokazala je da bi raspodela log-Pirson 3 mogla da bude primenjena za definisanje

dijagrama marginalnih raspodela na regionalnom nivou.

Cilj ovog rada je da se da konačni odgovor na pitanje o izboru tipa raspodele za profile sa teritorije Srbije. Zbog toga je prethodna analiza je proširena na 33 profila. Izbor raspodele je podrazumevao dve faze (u obe faze izbor tipova raspodela je urađen na bazi kvantitativnih pokazatelja):

- 1) Preliminarni izbor kandidata za raspodele na bazi dijagrama konvencionalnih i L-momenata
- 2) Konačni izbor marginalnih raspodela na bazi statistika PPCC (engl. Probability Plot Correlation Coefficient) i rRMSE (koren iz relativne srednje kvadratne greške), uz dodatne uslove vezane za fizičke karakteristike procesa (analizu položaja periodične donje i/ili gornje granice raspodela).

PODACI

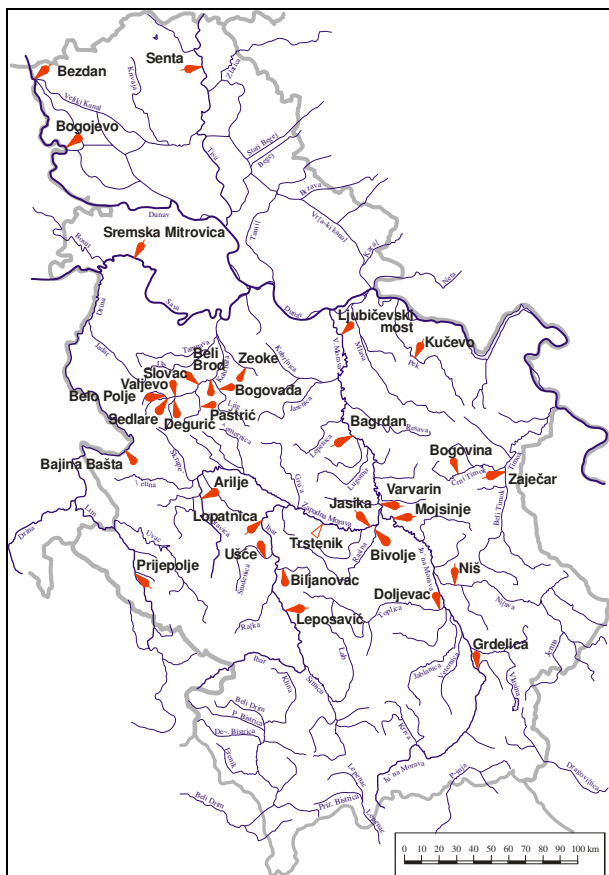
Za potrebe ovog rada korišćeni su podaci o dnevnim vrednostima proticaja iz baze podataka Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije (RHMZS). Polazni kriterijumi za izbor stanica su bili dužine raspoloživih nizova podataka i prostorni raspored stanica (cilj je bila što bolja pokrivenost hidrografske mreže Srbije). Imajući u vidu dalje mogućnosti primene rezultata (npr. pri analizama globalnih promena), usvojen je referentni period od 30 godina, od 1961-1990. godine (preporučeno od strane WMO). Jedinstven referentni period je pogodan sa stanovišta poređenja rezultata strukturne analize proticaja sa analizom meteoroloških podataka, ali je unifikacija referentnog perioda naophodna i za regionalne analize .

Posle analize raspoloživih podataka izdvojeno je 33 stanice sa područja Srbije (Tabela 1 i Slika 1). Na nekim profilima je napravljen kompromis tako što je referentni period pomeren, zbog nedostatka podataka (nedostajali su podaci za cele godine). U tim slučajevima su iz perioda pre 1961. ili posle 1990. dodati podaci o proticajima za jednu ili više godina, da bi svuda bio poštovan barem princip da je dužina referentnog perioda 30 godina.

Testovi *Mann & Whitney* (homogenost i stacionarnost – skokovi) i *Wald & Wolfowitz* (nezavisnost i stacionarnost – trend) su pokazali da se, sa usvojenim pragom značajnosti $\alpha = 5 \%$, može prihvatiti hipoteza da tokom referentnog perioda nema trenda i skokova u godišnjim serijama srednjih vrednosti.

Tabela 1. Spisak odabranih stanica iz baze RHMZS.
 Selected gauging stations from the Serbian national database (RHMZS)

REDNI BROJ	IME STANICE	REKA	SLIV	RASPOLOŽIVI PODACI			BROJ GODINA SA PODACIMA
				POVRŠINA SLIVA (km ²)	POČETAK PERIODA	KRAJ PERIODA	
1	Bezdan	Dunav	Dunav	210250.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
2	Bogojevo	Dunav	Dunav	251593.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
3	Kučevo	Pek	Dunav	849.50	1-Jan-54	31-Dec-06	53
4	Bogovina	Crni Timok	Timok	467.00	1-Jan-55	31-Dec-06	52
5	Zaječar	Beli Timok	Timok	2150.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
6	Senta	Tisa	Dunav	141715.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
7	Sremska Mitrovica	Sava	Sava	87996.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
8	Prijepolje	Lim	Drina	3160.00	1-Jan-62	31-Dec-06	45
9	Bajina Bašta	Drina	Drina	14797.00	1-Jan-58	31-Dec-06	49
10	Degurić	Gradac	Kolubara	159.00	1-Nov-53	31-Dec-06	54
11	Sedlare	Jablanica	Kolubara	140.00	6-Oct-53	31-Dec-06	54
12	Belo Polje	Obnica	Kolubara	185.00	6-Oct-53	31-Dec-06	54
13	Valjevo	Kolubara	Kolubara	340.00	1-Jan-57	31-Dec-06	50
14	Paštrić	Ribnica	Kolubara	104.00	1-Jan-57	31-Dec-03	47
15	Slovak	Kolubara	Kolubara	995.00	1-Jan-58	31-Dec-06	49
16	Bogovađa	Ljig	Kolubara	679.00	1-Jan-55	31-Dec-06	52
17	Beli Brod	Kolubara	Kolubara	1869.00	1-Jan-59	31-Dec-06	48
18	Zeoke	Peštan	Kolubara	125.00	1-Jan-57	18-Mar-06	50
19	Varvarin	V. Morava	V. Morava	31548.00	1-Jan-48	31-Dec-06	59
20	Bagrdan	V. Morava	V. Morava	33446.00	1-Jan-49	31-Dec-06	58
21	Ljubičevski Most	V. Morava	V. Morava	37320.00	1-Jan-50	31-Dec-06	57
22	Trstenik	Z. Morava	V. Morava	13902.00	1-Jan-54	31-Dec-03	50
23	Bivolje	Rasina	V. Morava	958.00	1-Jan-49	31-Dec-06	58
24	Jasika	Z. Morava	V. Morava	14721.00	1-Jan-59	31-Dec-06	48
25	Leposavić	Ibar	V. Morava	4701.00	1-Jan-48	31-Dec-00	53
26	Biljanovac	Jošanica	V. Morava	265.00	1-Jan-56	31-Dec-06	51
27	Ušće	Studenica	V. Morava	540.00	1-Jan-54	31-Dec-06	53
28	Lopatnica Lakat	Ibar	V. Morava	7818.00	1-Jan-60	31-Dec-06	47
29	Arilje	Moravica	V. Morava	830.00	1-Jan-60	31-Dec-06	47
30	Grdelica	J. Morava	V. Morava	3782.00	1-Jan-60	31-Dec-06	47
31	Mojsinje	J. Morava	V. Morava	15390.00	1-Jan-59	31-Dec-06	48
32	Doljevac	Toplica	V. Morava	2083.00	1-Jan-62	31-Dec-06	45
33	Niš	Nišava	V. Morava	3870.00	1-Jan-60	31-Dec-06	47



Slika 1. Lokacije odabranih stanica sa područja Srbije.
Location of selected stations from Serbia.

METODOLOGIJA

Na osnovu opaženih serija godišnjih realizacija dnevnih proticaja mogu se odrediti serije koje sadrže po 365 vrednosti (za svaki dan u godini po jedan) nekog statističkog parametra polaznih serija:

- Srednje vrednosti,
- Varijanse,
- Koeficijenta varijacije,
- Koeficijenta asimetrije,
- L-momenata,
- Bezdimezionalnih L-momenata, itd.

Osnovne pretpostavke usvojene u ovom radu su:

1. Ako postoji međuzavisnost članova u seriji originalnih dnevnih podataka, onda nisu nezavisni

ni članovi na osnovu njih sračunatih serija parametara

2. Ako postoji međuzavisnost susednih (dnevnih) vrednosti u serijama parametara, može se doći do periodičnih vremenskih funkcija koje karakterišu tu zavisnost
3. Ako su poznate vremenske funkcije parametara (po datumima tokom godine) moguće je odrediti 365 marginalnih raspodela
4. Ako se na osnovu vremenskih funkcija parametara primeni isti tip marginalne raspodele (za sve datume) tokom čitave godine dobiće se uglačane vremenske funkcije kvantila i time elimisati uticaji nedovoljne dužine serija opažanja.

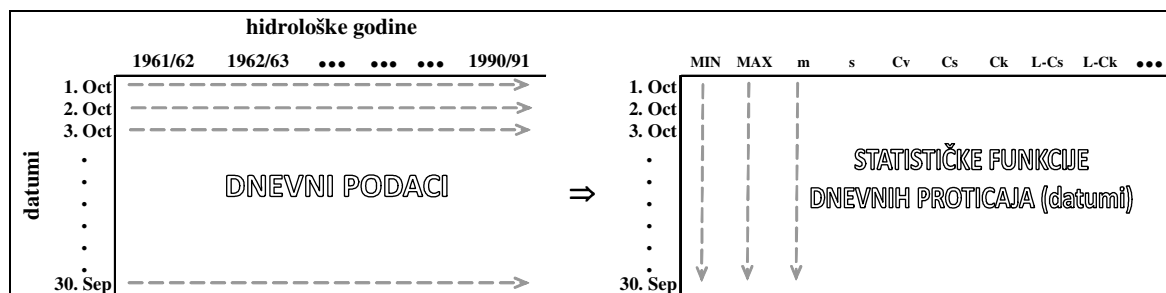
Ideja je u tome da se najpre odrede periodične funkcije parametara (koje u sebi integrišu uticaje autokorelisanosti proticaja i predstavljaju glatke linije), a zatim one iskoriste kao elemenat na osnovu koga će se automatski produkovati marginalne raspodele čiji su kvantili povezani u glatke vremenske funkcije.

U nastavku će se prikazati osnovni koraci u analizi vremenskih serija statističkih funkcija i njihovih periodičnih funkcija (detalji se nalaze u citiranoj literaturi), kao i detaljnija procedura odabira odgovarajućeg tipa marginalnih raspodela na odabranim slivovima.

Proračun datumskih nizova statističkih funkcija

Neka je data serija opaženih dnevnih proticaja: $x_{i,\tau}$, gde je $i = 1, 2, \dots, N$ – broj godina, a $\tau = 1, 2, \dots, 365$ – broj dana u godini. Za izračunavanje parametara serije $x_{i,\tau}$ prvo treba ulazne podatke urediti u matricu dimenzija $365 \times N$, u kojoj su vrste datumi tokom godine, a kolone godine. Za sve serije na odabranim hidrološkim profilima podaci su organizovani prema hidrološkoj godini, od 1. oktobra do 30. septembra.

Slika 2 prikazuje način organizacije podataka i dobijanje nizova statističkih funkcija dnevnih proticaja. Za svaki datum u godini može biti izračunata po jedna vrednost nekog statističkih parametara tako da se dobije serija koja sadrži 365 članova: npr. serije minimuma (MIN), maksimuma (MAX), srednje vrednosti (m), standardnih devijacija (s), konvencionalnih bezdimezionalnih momenata (C_v , C_s , C_k), i bezdimezionalnih L-momenata (L- C_s , L- C_k ...), itd.



Slika 2. Šema organizacije podataka i proračuna datumskih nizova statističkih funkcija.

Data organization scheme.

Analiza periodičnosti datumskih nizova statističkih funkcija

Opširnija razmatranja problema periodičnosti hidroloških serija mogu se naći u knjizi Prof. Jevđevića *Stochastic Processes in Hydrology* (Yevjevich, 1972), a o periodičnosti u serijama dnevnih proticaja u knjizi *Structure of Daily Hydrologic Series*, (Yevjevich, 1984). Osnovna metodologija primenjena u analizi i modeliranju periodičnosti zasniva se na primeni Furijeove analize i detaljno je objašnjena u radu Mihailović & Radić, 2006.

Periodična funkcija nekog parametra v_τ može se aproksimirati Furijeovim redom prema:

$$\hat{v}_\tau = \bar{v}_\tau + \sum_{j=1}^h \left(A_j \cos \frac{2\pi j\tau}{\omega} + B_j \sin \frac{2\pi j\tau}{\omega} \right) \quad (1)$$

gde su:

\bar{v}_τ - srednja vrednost parametra, h - broj značajnih harmonika, A_j i B_j - Furijeovi koeficijenti, $f_j = j / \omega$ - frekvencija j -tog harmonika, ω - osnovni period, i $\tau = 1, 2, \dots, 365$.

Furijeovi koeficijenti se računaju prema:

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} (v_\tau - \bar{v}_\tau) \cos \frac{2\pi j\tau}{\omega} \quad (2)$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} (v_\tau - \bar{v}_\tau) \sin \frac{2\pi j\tau}{\omega} \quad (3)$$

Osnovno pitanje koje se ovde mora rešiti je pitanje izbora broja značajnih harmonika u Furijeovom redu kojim se aproksimira periodična komponenta (od ukupnog broja harmonika koji je jednak $\omega/2$ ako je ω

paran broj i $(\omega-1)/2$ ako je neparan; u ovom slučaju je ukupan broj harmonika 182). Ovde je primenjen metod koji je predložio Jevđević (1984). Po ovom metodu se broj značajnih harmonika određuje uz pomoć relativnog kumulativnog periodograma (RCP). Dijagram RCP prikazuje procenat varijanse koju objašnjava prvih h harmonika u odnosu na ukupnu varijansu nekog parametra.

Preliminarna analiza kandidata za marginalne raspodele

Za identifikaciju odgovarajuće raspodele (ili nekoliko kandidata) najčešće se koriste dijagrami – bezdimenzionalnih konvencionalnih momenata (MRD) ili dijagrami bezdimenzionalnih L-momenata.

Verzija dijagrama MRD koja je ovde korišćena prikazuje vezu između kvadrata koeficijenta asimetrije $\beta_1 = C_S^2$ i koeficijenta spljoštenosti $\beta_2 = C_K$, za različite teorijske raspodele (Bobée & Ashkar, 1991; Rao, 2000). Ovaj dijagram predstavlja i pregledan grafički prikaz fleksibilnosti raspodela sa stanovišta oblika (što je fleksibilniji oblik raspodele – veća je i površina koju ta raspodela zauzima na dijagramu.) Međutim, osnovni problem kod primene dijagrama MRD može biti to što parametri koji su određeni iz kratkih vremenskih serija podležu velikoj uzoračkoj varijaciji, tako da izračunavanje momenata višeg reda, kao što su koeficijenti asimetrije i spljoštenosti, podleže velikim greškama.

Analogno konvencionalnim momentima i bezdimenzionalnim momentima, L-momentima i bezdimenzionalni L-momentima opisuju osobine neke raspodele (Hosking, 1990). Naročito su značajni parametri: L-lokacije, λ_1 (srednja vrednost), L-razmere, λ_2 , L- koef. asimetrije, L-Cs (ili τ_3), i L-koeficijent spljoštenosti, L-Ck (ili τ_4). Po ugledu na dijagrame

konvencionalnih momenata, Hosking (1990) je uveo dijagrame bezdimenzionalnih L-momenata, na kojima je predstavljena veza između L-Cv i L-Cs (ili τ_3) za dvoparametarske, odnosno L-Ck i L-Cs (ili τ_3 - τ_4) za troparametarske raspodele. Eksplicitni izrazi za vezu $\tau_4=f(\tau_3)$ za konstrukciju dijagrama τ_3 - τ_4 mogu se naći u literaturi (npr. Hosking, & Wallis, 1997; Rao, 2000).

Iako ne postoji test-statistika koja je vezana za dijagrame MRD i L-momenata, obično se, uz vizuelnu inspekciju, kao mera saglasnosti uzoračkih i teorijskih vrednosti uzima u obzir i rastojanje (odnosno srednje rastojanje) između tačaka dobijenih iz uzorka i odgovarajućih tačaka sa krive za teorijsku raspodelu.

Testiranje saglasnosti empirijske i teorijske raspodele

Za proveru saglasnosti empirijske raspodele sa nekoliko odabranih kandidata za teorijske marginalne raspodele ovde su korišćene statistike **PPCC** (skracenica od Probability Plot Correlation Coefficient) i **rRMSE** (koren iz relativne srednje kvadratne greške).

PPCC test je jednostavan ali robustan test (Stedinger et al, 1993). U testu se računa koeficijent korelacije između sortiranih empirijskih podataka $x_{(i)}$ i odgovarajućih teorijskih vrednosti, $w_{(i)}$.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_{(i)} - \bar{x})(w_{(i)} - \bar{w})}{\left[\sum_{i=1}^N (x_{(i)} - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (w_{(i)} - \bar{w})^2 \right]^{0.5}} \quad (4)$$

Ovde su: N - broj podataka, \bar{x} i \bar{w} - srednje vrednosti opaženih i teorijskih (računskih) vrednosti. Teorijske vrednosti se dobijaju preko kompromisnih verovatnoća, p_i , kao: $w_i = F^{-1}(p_i)$, (odnosno, inverznim proračunom teorijskih vrednosti određene raspodele za zadate verovatnoće).

Opšta jednačina za kompromisne verovatnoće je:

$$p_i = \frac{i - a}{N + 1 - 2a} \quad (5)$$

U literaturi se predlažu različite vrednosti za koeficijent a iz gornje jednačine, u zavisnosti od raspodele.

Praktično, statistika r meri linearnost dijagrama verovatnoće, pa ako je vrednost za tu statistiku blizu 1,

to znači da bi data teorijska raspodela mogla dobro da aproksimira opažene vrednosti.

Druga statistika koja se često koristi za poređenje odstupanja modela od empirijskih podataka je rRMSE:

$$rRMSE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_{(i)} - w_i}{x_{(i)}} \right)^2 \right]^{0.5} \quad (6)$$

Najmanja vrednost za rRMSE ukazuje na raspodelu koja najbolje aproksimira opažene vrednosti.

REZULTATI

Funkcije statistika

Po šemi koju prikazuje Slika 2 izračunati su datumski nizovi raznih statističkih funkcija, odnosno funkcije sledećih statistika: srednje vrednosti, standardne devijacije, bezdimenzionalnih konvencionalnih momenata, minimuma, maksimuma, kao i njihovi pandani – L-momenti i bezdimenzionalni L-momenti, računati prema algoritmu koji je dao Hosking (1990). Zbog ograničenog prostora, rezultati su prikazani preko srednjih vrednosti tih nizova.

Tabela 2 prikazuje prosečne vrednosti datumskih nizova srednje vrednosti, koeficijena varijacije, Cv, asimetrije, Cs, i spljoštenosti, Ck, kao i za bezdimenzionalne L-momente: L-Cv, LCs i L-Ck, za dnevne proticaje sa odabranih profila, kao i odabrane referentne periode. U Tabeli 3 su prikazane prosečne vrednosti za datumske nizove istih statistika, samo za logaritme dnevnih proticaja, pošto su ti parametri potrebni za logaritamske raspodele.

Srednje vrednosti datumskih nizova za odabrane stanice iz Tabele 2 kreću se u širokom opsegu, srednja vrednost na različitim profilima varira od 0,68 do 2856 m³/s, koeficijent varijacije Cv = 0,36-1,77, koeficijent asimetrije Cs = 1,11-3,33, a koeficijent spljoštenosti Ck = 4,59-16,31.

Serije datumskih nizova dnevnih proticaja imaju veliku asimetriju, koja je značajno smanjena logaritmovanjem: za logaritme dnevnih proticaja je Cs od -0,26 do 0,91. S druge strane, nizovi koeficijenta asimetrije posle logaritmovanja imaju i negativne vrednosti, što bi moglo biti od značaja kod izbora marginalnih raspodela (zbog oblasti primenljivosti pojedinih raspodela).

Tabela 2. Prosečne vrednosti datumskih nizova proticaja: srednje vrednosti, bezdimenzionalnih konvencionalnih i bezdimenzionalnih L-momenata, za odabrane stanice i za odabrane 30-godišnje referentne periode.

Average values of daily runoff series: mean, conventional moment ratios and L-moment ratios, for selected stations and adopted reference periods.

REDNI BROJ	IME STANICE	ODABRANI REF. PERIOD 30 GODINA	SREDNJA VREDN. m ³ /s	KONVENCIONALNI BEZDIMENZIONALNI MOMENTI			BEZDIMENZIONALNI L-MOMENTI		
				Cv	Cs	Ck	L-Cv	L-Cs	L-Ck
1	Bezdan	1961-1990.	2292.69	0.39	1.27	4.94	0.21	0.26	0.17
2	Bogojevo	1961-1990.	2856.24	0.36	1.14	4.59	0.19	0.22	0.15
3	Kučevo	1961-1990.	7.19	1.26	2.83	13.36	0.50	0.50	0.35
4	Bogovina	1961-1990.	6.39	1.11	2.37	10.42	0.47	0.45	0.29
5	Zaječar	1961-1990.	12.68	1.05	2.59	11.78	0.44	0.45	0.33
6	Senta	1959-1988.	826.38	0.65	1.33	5.39	0.34	0.27	0.15
7	Sremska Mitrovica	1961-1990.	1536.58	0.50	1.11	4.81	0.27	0.22	0.15
8	Prijepolje	1962-1991.	77.53	0.65	1.66	7.01	0.32	0.32	0.20
9	Bajina Bašta	1961-1991.	348.80	0.60	1.20	5.46	0.31	0.22	0.17
10	Degurić	1961-1990.	2.83	1.00	2.56	9.38	0.43	0.44	0.31
11	Sedlare	1961-1990.	1.51	1.28	2.66	12.12	0.54	0.48	0.32
12	Belo Polje	1961-1990.	1.70	1.46	2.84	13.13	0.58	0.53	0.36
13	Valjevo	1961-1990.	3.55	1.30	2.65	11.88	0.54	0.50	0.33
14	Paštrić	1961-1990.	1.20	1.26	2.64	12.05	0.52	0.48	0.32
15	Slovac	1961-1990.	9.45	1.11	2.86	13.43	0.45	0.49	0.36
16	Bogovađa	1961-1990.	4.76	1.61	3.13	14.79	0.60	0.58	0.42
17	Beli Brod	1961-1990.	16.30	1.16	2.79	12.76	0.48	0.50	0.35
18	Zeoke	1961-1990.	0.68	1.77	3.33	16.31	0.60	0.62	0.47
19	Varvarin	1961-1990.	211.17	0.72	2.07	8.78	0.34	0.37	0.25
20	Bagrdan	1961-1991.	220.66	0.73	2.07	8.70	0.35	0.38	0.25
21	Ljubičevski Most	1961-1990.	236.37	0.69	1.97	8.24	0.33	0.36	0.24
22	Trstenik	1961-1991.	103.92	0.76	2.02	8.40	0.37	0.37	0.24
23	Bivolje	1961-1990.	7.70	1.00	2.45	10.93	0.44	0.44	0.30
24	Jasika	1961-1990.	107.33	0.75	1.99	8.25	0.36	0.37	0.24
25	Leposavić	1959-1988.	31.46	0.92	2.30	10.05	0.42	0.41	0.28
26	Biljanovac	1961-1990.	3.43	0.66	1.90	7.95	0.32	0.36	0.22
27	Ušće	1961-1990.	6.88	0.73	2.08	9.04	0.34	0.38	0.24
28	Lopatnica Lakat	1961-1990.	55.04	0.77	2.25	9.78	0.35	0.41	0.27
29	Arilje	1961-1990.	11.00	0.92	2.29	9.88	0.42	0.43	0.27
30	Grdelica	1961-1990.	26.03	0.90	2.33	10.36	0.40	0.40	0.29
31	Mojsinje	1961-1990.	96.56	0.81	2.37	10.69	0.37	0.40	0.29
32	Doljevac	1963-1993.	9.54	0.98	2.38	10.55	0.43	0.44	0.29
33	Niš	1961-1992.	29.86	0.80	2.26	10.34	0.36	0.37	0.29

Tabela 3. Prosečne vrednosti statistika logaritama proticaja datumskih nizova u referentnom periodu.
Average values of logarithms of daily runoff series statistics for reference periods.

REDNI BROJ	IME STANICE	SREDNJA VREDNOST m ³ /s	KONVENCIONALNI BEZDIMENZIONALNI MOMENTI			BEZDIMENZIONALNI L-MOMENTI		
			Cv	Cs	Ck	L-Cv	L-Cs	L-Ck
1	Bezdan	3.32	0.05	0.41	3.04	0.03	0.09	0.17
2	Bogojevo	3.42	0.04	0.34	2.92	0.02	0.07	0.15
3	Kučevo	0.53	1.22	0.43	3.91	0.68	0.07	0.35
4	Bogovina	0.46	-1.95	0.44	3.37	-1.03	0.08	0.29
5	Zaječar	0.83	0.47	0.50	3.93	0.26	0.08	0.33
6	Senta	2.80	0.10	0.05	2.50	0.06	0.01	0.15
7	Sremska Mitrovica	3.10	0.07	0.01	3.03	0.04	0.00	0.15
8	Prijepolje	1.75	0.14	0.36	3.03	0.08	0.07	0.20
9	Bajina Bašta	2.42	0.11	-0.26	3.24	0.06	-0.05	0.17
10	Degurić	0.27	3.93	0.58	3.70	2.24	0.10	0.31
11	Sedlare	-0.14	13.65	0.15	3.26	7.73	0.02	0.32
12	Belo Polje	-0.16	-7.43	0.26	3.20	-4.29	0.05	0.36
13	Valjevo	0.23	-0.39	0.40	3.07	-0.21	0.07	0.33
14	Paštrić	-0.21	4.63	0.23	3.26	2.52	0.04	0.32
15	Slovac	0.75	0.48	0.66	4.13	0.27	0.11	0.36
16	Bogovađa	0.24	-0.50	0.48	3.59	-0.25	0.08	0.42
17	Beli Brod	0.96	0.38	0.62	3.81	0.21	0.11	0.35
18	Zeoke	-0.68	-0.90	0.91	4.50	-0.50	0.17	0.47
19	Varvarin	2.17	0.12	0.49	3.54	0.07	0.09	0.25
20	Bagrdan	2.19	0.12	0.48	3.55	0.07	0.09	0.25
21	Ljubičevski Most	2.23	0.11	0.43	3.49	0.06	0.08	0.24
22	Trstenik	1.87	0.15	0.38	3.23	0.08	0.08	0.24
23	Bivolje	0.66	0.58	0.35	3.73	0.32	0.07	0.30
24	Jasika	1.89	0.14	0.45	3.35	0.08	0.09	0.24
25	Leposavić	1.30	0.25	0.41	3.35	0.14	0.08	0.28
26	Biljanovac	0.43	0.63	0.52	3.51	0.35	0.11	0.22
27	Ušće	0.71	0.37	0.65	3.52	0.20	0.12	0.24
28	Lopatnica Lakat	1.60	0.16	0.65	3.72	0.09	0.13	0.27
29	Arilje	0.85	0.39	0.55	3.32	0.22	0.11	0.27
30	Grdelica	1.22	0.26	0.34	3.62	0.15	0.06	0.29
31	Mojsinje	1.80	0.15	0.57	3.83	0.08	0.10	0.29
32	Doljevac	0.74	0.50	0.48	3.65	0.28	0.09	0.29
33	Niš	1.30	0.22	0.32	4.06	0.12	0.04	0.29

Periodičnost funkcija statistika

Analiza i modeliranje periodičnosti statističkih parametara je ključan korak za modeliranje marginalnih raspodela. Na bazi ustanovljenih periodičnih funkcija (a ne originalnih nizova parametara) određuju se periodični parametri raspodela, tj. marginalne raspodele čiji kvantili će biti povezani u glatke vremenske funkcije.

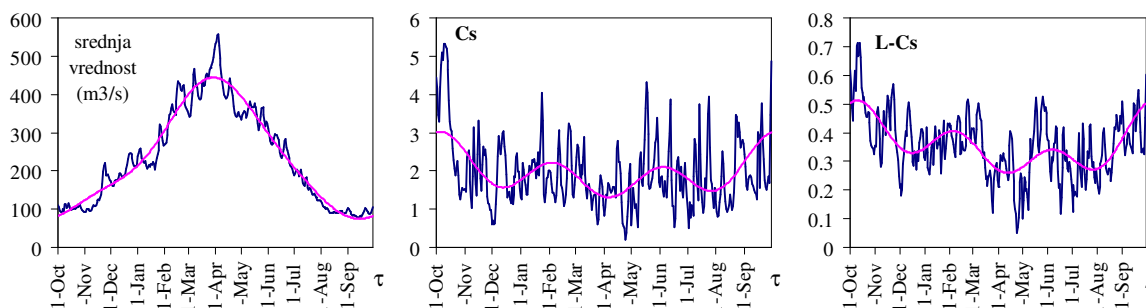
Prikaz svih faza analize i dobijenih rezultata bi u mnogome prevazišao obim ovog rada i moglo bi biti predmet posebne studije. Zbog toga će ovde biti predstavljeni samo osnovni zaključci:

- Svi nizovi statističkih parametara pokazuju jasnu unutargodišnju periodičnost, s tim što je to jasnije izraženo kod parametara nižeg reda
- Pri modeliranju periodičnosti pošlo se od pretpostavke da je srednja vrednost parametar koji

je najtačnije izračunat, tako da je prvo određeno koji su značajni harmonici za seriju srednjih dnevnih vrednosti, a zatim je isti broj harmonika usvojen i za proračun periodičnih funkcija ostalih parametara. (Ovo je detaljnije objašnjeno u radu Mihailović & Radić, 2006).

- Analiza dijagrama RCP je pokazala da se za periodičnu funkciju srednje vrednosti kod svih odabranih profila može uzeti 3 značajna harmonika, tako da je i za sve ostale parametre uzet isti broj značajnih harmonika, a periodične funkcije parametara logaritamski transformisanih proticaja su takođe računane sa 3 značajna harmonika.

Kao primer, na Slici 3 prikazane su serije srednje vrednosti, koeficijenta asimetrije i L-koef. asimetrije i njihove periodične funkcije računane sa 3 značajna harmonika, za stanicu br. 21 (Ljubičevski Most). Vidi se kako je originalni niz srednjih datumskih vrednosti bolje aproksimiran periodičnom funkcijom nego niz koeficijenta asimetrije ili L-asimetrije, koji predstavljaju momente višeg reda. To znači da periodična funkcija srednje vrednosti sa 3 harmonika objašnjava mnogo veći procenat varijanse originalnog niza, nego u druga dva slučaja.



Slika 3. Serije srednje vrednosti, koeficijenta asimetrije i L-koeficijenta asimetrije i njihove periodične funkcije računane sa 3 značajna harmonika za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most).

Daily mean, skewness and L-skewness series and their fitted periodic functions with 3 significant harmonics, for the V. Morava River (st. Lj. Most).

Preliminarni izbor kandidata za marginalne raspodele

Uzorački L-momenti predstavljaju linearne kombinacije sortiranih podataka, pa tako predstavljaju manje pristrasne ocene parametara nego konvencionalni momenti kod kojih se razlike između empirijskih podataka i srednje vrednosti stepenuju. U literaturi je (npr. Sankarasubramanian & Srinivasan, 1999) demonstrirana prednost primene dijagrama L-momenata u odnosu na dijagrame konvencionalnih momenata, posebno prednost primene u hidrološkim studijama (Vogel & Fennessey, 1993). Ovde je bilo interesantno proveriti ta tvrđenja, s obzirom na to da je u prethodnoj analizi (Mihailović & Radić, 2006) korišćen samo konvencionalni MRD.

S obzirom na značajne vrednosti i veliku unutargodišnju varijaciju koeficijenta asimetrije, u razmatranje su uzete samo troparametarske raspodele.

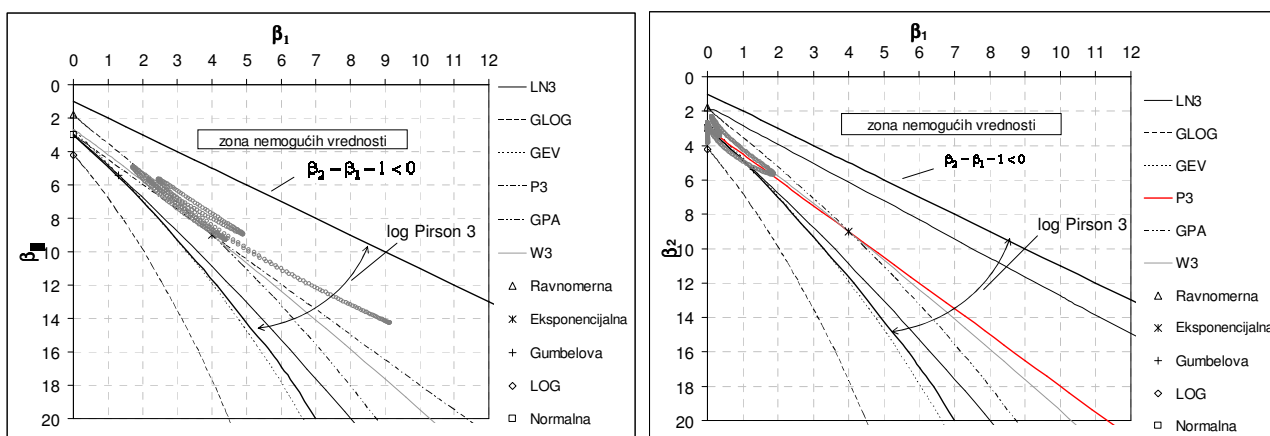
Skracenicе za raspodele prikazane na dijagramima i u daljem tekstu su: GLOG – opšta logistička funkcija raspodele, GEV – opšta raspodela ekstremnih vrednosti, P3 – Pirson tip 3, LP3 – log Pirson tip 3, GPA – opšta Pareto, W3 – Wejbulova troparametarska i WAK – Wakeby-eva raspodela.

Slika 4 prikazuje dijagrame MRD na koje je naneto po 365 tačkaka ($\beta_{1,\tau}$, $\beta_{2,\tau}$), za stanicu Ljubičevski Most. Ovde su koordinate $\beta_1 = C_S^2$ i $\beta_2 = C_K$ dobijene preko ustanovljenih periodičnih funkcija koeficijenta asimetrije i spljoštenosti. Sa leve strane je dijagram MRD sa tačkama dobijenim iz originalne serije dnevnih proticaja. Vidi se da tačke zauzimaju dosta veliki prostor na dijagramu, ali da sve padaju u opseg primenljivosti raspodele Log Pirson 3. Desno je dijagram na koji su nanete tačke dobijene preko logaritmovane serije dnevnih proticaja. Logaritmovanje je ublažilo varijaciju koeficijenta asimetrije i spljoštenosti, a tačke se nalaze veoma blizu teorijske linije za Pirson 3 (P3) raspodelu. Isti zaključci

su dobijeni iz dijagrama MRD za ostale profile na području Srbije. Sudeći po ovome, LP3 raspodela bi mogla biti odabrana za marginalne raspodele za sve profile.

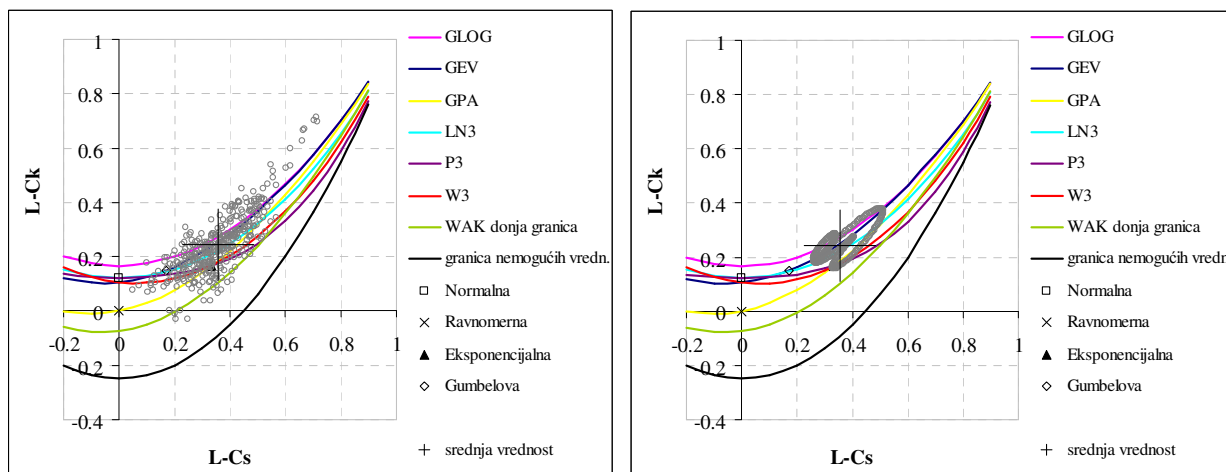
Slika 5 i Slika 6 prikazuju dijagrame L-momenata za istu stanicu. Raznim bojama su naznačene krive koje predstavljaju teorijske zavisnosti između L-Ck i L-Cs za pojedine raspodele. Na dijagrame je naneto po 365 tačaka (za svaki datum u godini po jedna) koje

prikazuju empirijske zavisnosti između L-Ck i L-Cs. Na Slici 5-levo nanete su tačke za originalne datumske nizove L-Cs i L-Ck, a desno za odgovarajuće periodične funkcije sa tri značajna harmonika. Slika 6 prikazuje isto što i Slika 5, ali za logaritme dnevnih proticaja i važi za raspodelu Log Pirson 3 pošto za nju ne postoje teorijski izrazi za vezu između L-Ck i L-Cs. Na svim dijagramima je označen i položaj srednje vrednosti podataka, mada taj podatak nije dovoljan za zaključak o mogućim kandidatima.

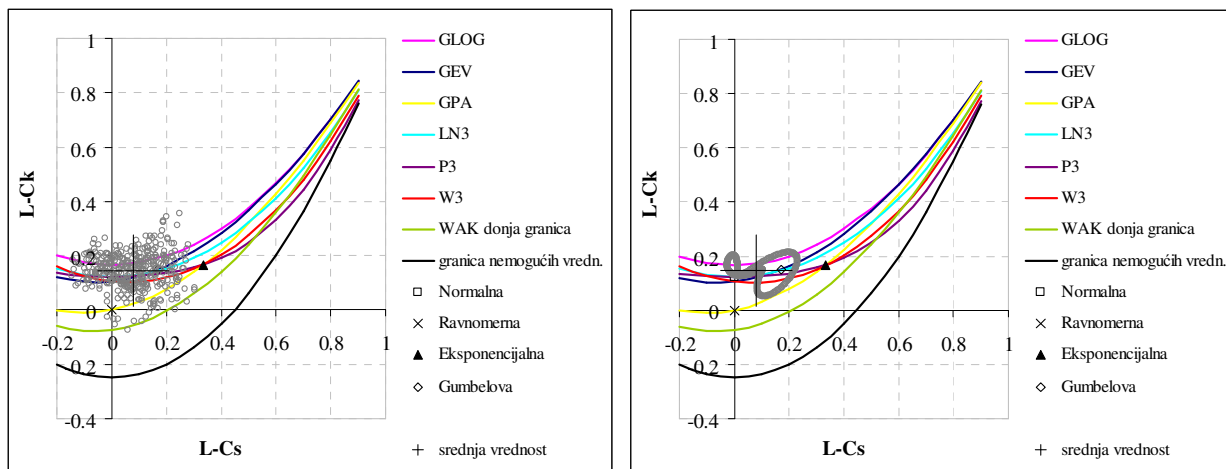


Slika 4. Dijagrami MRD za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most) za originalne serije dnevnih proticaja (levo) i za logaritme dnevnih proticaja (desno).

Moment ratio diagram for for the V. Morava River (st. Lj. Most), for estimated date series (left side) and series estimated from logarithms of daily runoff.



Slika 5. Dijagrami bezdimenzionalnih L-momenata dnevnih proticaja za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most). Levo: originalni datumski nizovi L-Cs i L-Ck; desno: odgovarajuće periodične funkcije sa $j=3$ značajna harmonika. Moment ratio diagram for for the V. Morava River (st. Lj. Most). Left side: based on estimated date series of L-Cs i L-Ck; right side: based on fitted periodic functions of L-Cs and L-Ck with 3 significant harmonics.



Slika 6. Dijagrami bezdimenzionalnih L-momenata logaritama dnevnih proticaja za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most). Levo: originalni datumski nizovi; Desno: odgovarajuće periodične funkcije sa $j=3$ značajna harmonika.

Moment ratio diagram for for the V. Morava River (st. Lj. Most). Left side: based on logarithms of estimated date series of L-Cs i L-Ck; right side: based on fitted periodic functions of L-Cs and L-Ck with 3 significant harmonics.

Da bi se izbegla subjektivnost u proceni mogućih kandidata za raspodelu, Kroll & Vogel (2002), predložili su jednostavan numerički pokazatelj mogućnosti određene raspodele da aproksimira empirijske podatke. Oni su taj pokazatelj nazvali srednje težinsko vertikalno odstojanje, AWOD (skraćena od *Average Weighted Orthogonal Distance*). Iako je u originalnom radu AWOD prikazan i dalje primenjivan u oblasti regionalnih analiza, sličan pokazatelj se može primeniti i ovde.

Neka je D_i – vertikalno rastojanje između teorijske krive i tačke na dijagramu dobijene iz uzorka, a \bar{D} prosečno odstupanje za svih 365 tačaka u godišnjem ciklusu. Potencijalni kandidati za marginalne raspodele će imati manje vrednosti za \bar{D} .

Jasno, ovde vrednost \bar{D} zavisi od toga da li su za empirijske vrednosti za L-Cs i L-Ck uzete originalni, zabeleženi nizovi ovih statistika ili su uzete periodične funkcije, kao i od toga koliko je značajnih harmonika ušlo u proračun tih funkcija. Slika 7 prikazuje kako se menja srednje odstupanje u zavisnosti od toga da li su uzeti zabeleženi podaci ili periodične funkcije sa $j=1,2,\dots,10$ harmonika, za različite raspodele. Može se primetiti da najmanje vrednosti za \bar{D} imaju GEV, LN3, LP3 i GLOG i taj redosled praktično ne zavisi od toga koliko je harmonika uzeto. Isti redosled raspodela je i za slučaj da su uzeti zabeleženi nizovi umesto periodičnih funkcija. Međutim, razlika među

raspodelama je u tom slučaju najmanja i ne može se reći da se neke raspodele izdvajaju. To se vidi i na Slici 5 i Slici 6: ako se na dijagrame nanesu originalni datumski nizovi, tih 365 tačaka će napraviti jedan "oblak" oko teorijskih krivih i teško se može vizuelno nešto zaključiti – iako srednja vrednost leži vrlo blizu krive za GEV. Drugo, na osnovu promene \bar{D} u zavisnosti od broja harmonika na Slici 7 moglo bi se zaključiti da je, barem sa stanovišta izbora tipa raspodele, optimalno uzeti 3 značajna harmonika.

S obzirom da se u proračun marginalnih raspodela ulazi sa periodičnim funkcijama parametara, a ne originalnim serijama parametara, dalji rezultati i razmatranja važe za prosečno odstupanje \bar{D} koje bi se dobilo sa dijagrama na Slici 5 i Slici 6 sa desne strane (dobijenih koristeći periodične L-Cs i L-Ck), s tim što je ovaj drugi važeći samo za raspodelu LP3.

Srednje odstupanje empirijskih od teorijskih vrednosti za razne raspodele, \bar{D} , je izračunato za sve odabrane profile, tako da su raspodele mogle biti rangirane. Tabela 4 prikazuje rangove raspodela prema \bar{D} . (Najbolja raspodela ima rang 1.) Da bi se bolje prikazali relativni odnosi između vrednosti za \bar{D} za razne tipove raspodela u odnosu na najbolju, za svaki profil su određene i vrednosti

$$d_R = \bar{D}_{najbolje\ rasp.} / \bar{D}_{rasp.} = \min \bar{D} / \bar{D}_{rasp.}$$

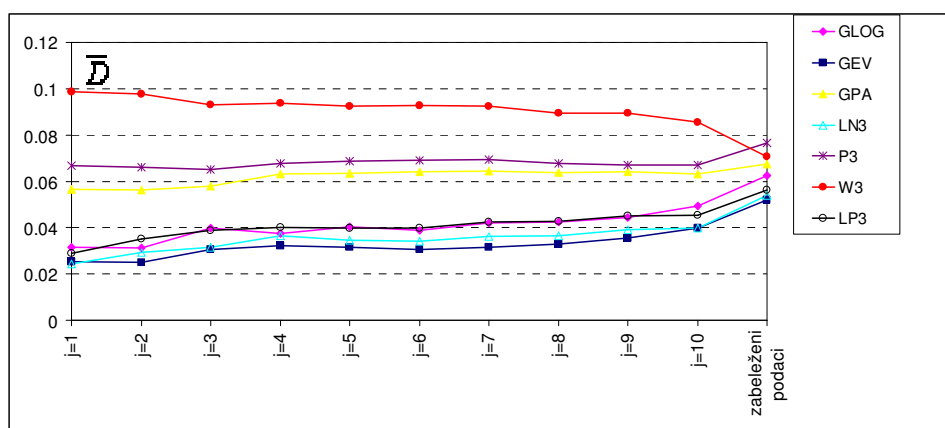
Prema prethodnom izrazu najbolja raspodela će imati $d_R=1$, a sve ostale će se svrstati između 0 i 1 (Kroll & Vogel, 2002). Slika 8 prikazuje vrednosti za d_R za različite raspodele, za sve odabrane profile.

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti sledeće, (gledano uopšteno, za sve profile):

- Dijagram MRD je jasno izdvojio samo raspodelu LP3
- Prema dijagramima L-momenata identifikovano je nekoliko mogućih kandidata za marginalne raspodele (GEV i LN3 kao najbolje, a sledi ih LP3).

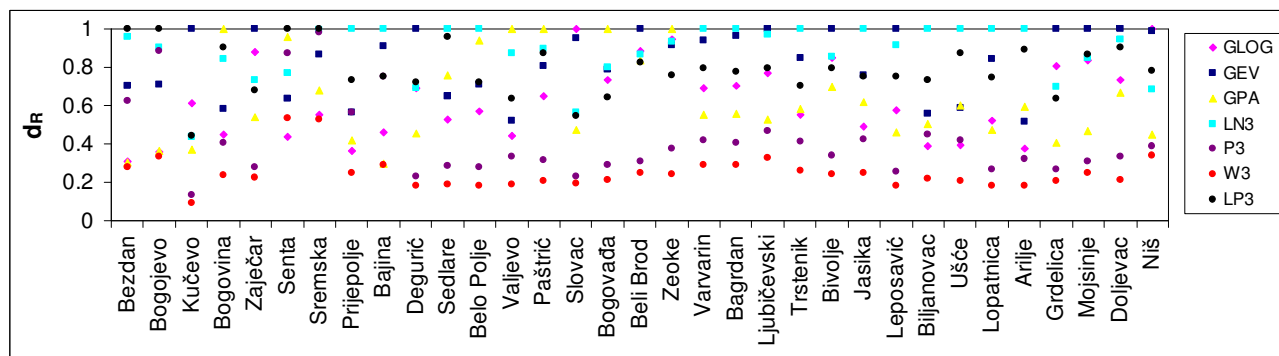
Zaključak je da u daljoj fazi analize treba ispitati mogućnosti raspodela GEV, LP3, LN3 i GPA da aproksimiraju marginalne raspodele dnevnih proticaja na odabranim profilima.

U Tabeli 5 navedene su raspodele koje su odabrane za dalju analizu, njihovi parametri, inverzna funkcija raspodele, kao i domeni definisanosti.



Slika 7. Poređenje raspodela prema srednjem odstupanju empirijskih podataka od teorijskih funkcija na dijagramima L-momenata, \bar{D} , za periodične f-je sa brojem harmonika $j=1,2,\dots,10$ i za originalne podatke (Reka Veliku Morava - v. st. Ljubičevski Most).

Comparison of probability distribution types based on average distance between sample end theoretical L-moment ratios, \bar{D} , based on periodic functions with $j=1,2,\dots,10$ harmonics, and estimated values, for the V. Morava River (st. Lj. Most).



Slika 8. Rang troparametarskih raspodela prema d_R za odabrane stanice sa područja Srbije. (Za L-Cs i L-Ck uzete periodične funkcije sa $j=3$ harmonika.)

Three-parameter probability distribution ranks for all stations, according to d_R .

Tabela 4. Rang troparametarskih raspodela prema \bar{D} .
 Three-parameter probability distribution ranks according to \bar{D} .

REDNI BROJ	IME STANICE	GLOG	GEV	GPA	LN3	P3	W3	LP3
1	Bezdan	5	3	6	2	4	7	1
2	Bogojevo	6	4	5	2	3	7	1
3	Kučevo	2	1	5	4	6	7	3
4	Bogovina	5	4	1	3	6	7	2
5	Zaječar	2	1	5	3	6	7	4
6	Senta	7	5	2	4	3	6	1
7	Sremska Mitrovica	6	4	5	2	3	7	1
8	Prijepolje	6	4	5	1	3	7	2
9	Bajina Bašta	5	2	6	1	3	7	4
10	Degurić	3	1	5	4	6	7	2
11	Sedlare	5	4	3	1	6	7	2
12	Belo Polje	5	4	2	1	6	7	3
13	Valjevo	5	4	1	2	6	7	3
14	Paštrić	5	4	1	2	6	7	3
15	Slovac	1	2	5	3	6	7	4
16	Bogovada	4	3	1	2	6	7	5
17	Beli Brod	2	1	4	3	6	7	5
18	Zeoke	2	4	1	3	6	7	5
19	Varvarin	4	2	5	1	6	7	3
20	Bagrdan	4	2	5	1	6	7	3
21	Ljubičevski Most	4	1	5	2	6	7	3
22	Trstenik	5	2	4	1	6	7	3
23	Bivolje	3	1	5	2	6	7	4
24	Jasika	5	2	4	1	6	7	3
25	Leposavić	4	1	5	2	6	7	3
26	Biljanovac	6	3	4	1	5	7	2
27	Ušće	6	4	3	1	5	7	2
28	Lopatnica Lakat	4	2	5	1	6	7	3
29	Arilje	5	4	3	1	6	7	2
30	Grdelica	2	1	5	3	6	7	4
31	Mojsinje	4	1	5	3	6	7	2
32	Doljevac	4	1	5	2	6	7	3
33	Niš	1	2	5	4	6	7	3

Tabela 5. Raspodele koje su razmatrane u ovoj analizi.
Probability distribution types selected for further analysis.

Raspodela	Skraćenica i parametri	Inverzna funkcija raspodele	Domen
Opšta raspodela ekstremnih vrednosti	GEV α - razmera k - oblik u - lokacija	$x = u + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (-\ln F)^k \right]$	$k > 0: -\infty \leq x < u + \frac{\alpha}{k}$ $k < 0: u + \frac{\alpha}{k} \leq x < +\infty$
Opšta Pareto	GPA ε - razmera k - oblik u - lokacija	$x = \varepsilon + \frac{\alpha}{k} \left[1 - (1 - F)^k \right]$	$k > 0: -\infty \leq x < \varepsilon$ $k \leq 0: \varepsilon \leq x < \varepsilon + \frac{\alpha}{k}$
Log-normalna troparametarska	LN3 ξ - lokacija μ_y - srednja vrednost logaritama; lokacija σ_y - standardna devijacija logaritama; razmera	$x = \xi + 10^{\mu_y + z\sigma_y}$ $y = \log(x - \xi)$ z - standardizovana normalna promenljiva	$a \leq x < +\infty$
Pirson 3	P3 α - razmera λ - oblik m - lokacija	$x = m + \frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha} K_T$	$\alpha > 0: x \geq m$ $\alpha < 0: x \leq m$
Log-Pirson 3	LP3 α - razmera λ - oblik m - lokacija	$x = 10^{\left(m + \frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\sqrt{\lambda}}{\alpha} K_T \right)}$ K_T - faktor frekvencije	$\alpha > 0: e^{m/k} \leq x < +\infty$ $\alpha < 0: -\infty \leq x < e^{m/k}$

Rangiranje tipova raspodela na bazi testiranja saglasnosti empirijske i teorijske raspodele

Kompromisne verovatnoće, jedn. (5), pomoću kojih se računanje vrednosti za w_i iz jednačina (4) i (6) određene su prema različitim formulama preporučenih u literaturi (Stedinger et al, 1993; Kim et al, 2008):

- Za logaritamske raspodele (LP3, LN3 i LN2) korišćena je Blomova jednačina ($a = 3/8$)
- Za GEV Kuranova jednačina ($a = 0,4$)
- Za GPA Gringortenova jednačina ($a = 0,44$)

Za dvoparametarske raspodele statistika r iz PPCC testa ne zavisi od parametara raspodele, pa tako ni od metode kojom su oni određeni. Kod troparametarskih raspodela statistika r zavisi od metode za proračun parametara.

U ovoj analizi parametri raspodela određeni su metodom momenata (oznaka MOM) i/ili metodom L-momenata (Lmom):

- Za opštu raspodelu ekstremnih vrednosti je primenjena metoda L-momenata (oznaka: GEV-Lmom)
- Za opštu Pareto primenjene su obe metode (oznaka: GPA-MOM i GPA-Lmom)
- Za log-Pirson tip 3 primenjene su obe metode (oznake: LP3-MOM i LP3-Lmom)
- Za log-normalnu troparametarsku raspodelu se pokazalo (Stedinger et al, 1993), da je metod momenata relativno neefikasan tako da je primenjen metod za ocenu donje granice (Vogel & Kroll, 1989), (oznaka: LN3-STLB). Ova raspodela je određena i po metodi L-momenata (oznaka: LN3-Lmom)

- Kako se pokazalo, ni jednu od ove dve metode za ocenu parametara LN3 raspodele nije bilo moguće primeniti na svim profilima, pa je naknadno uključena u razmatranje dvoparameterska log-normalna raspodela (LN2), čija je donja granica $\xi = 0$, a njeni parametri određeni su metodom momenata, (oznaka: LN2-MOM).

Praktično, testiraju se saglasnosti teorijskih vrednosti za pojedine raspodele, $w_{(i), \tau}$, sa empirijskim podacima, $x_{(i), \tau}$, $i = 1, 2, \dots, 30$, $\tau = 1, 2, \dots, 365$. U konkretnom

slučaju za svaki od 365 datuma tokom godišnjeg ciklusa postoji po jedan niz od po 30 godišnjih vrednosti iz referentnog perioda.

Za svaku raspodelu su izračunate statistike r_{τ} i $rRMSE_{\tau}$. Raspodele su rangirane prema srednjim godišnjim vrednostima, \bar{r}_{τ} (Tabela 6) i \overline{rRMSE}_{τ} (Tabela 7). Iz tabele se vidi da na šest profila nije bilo moguće primeniti metodu LN3-STLB, a na čak 28 nije bilo moguće primeniti LN3-LMOM.

Tabela 6. Rang raspodela prema PPCC testu (prema \bar{r}_{τ}).

Three-parameter probability distribution ranks according to PPCC test statistic, \bar{r}_{τ} .

REDNI BROJ	IME STANICE	GEV-Lmom	GPA-Lmom	GPA-MOM	LN2-MOM	LN3-STLB	LN3-Lmom	LP3-Lmom	LP3-MOM
1	Bezdan	4	7	6	5	1	-	2	3
2	Bogojevo	6	8	7	5	1	4	2	3
3	Kučevo	5	6	7	4	1	-	2	3
4	Bogovina	5	7	6	4	1	-	2	3
5	Zaječar	5	7	6	4	1	-	3	2
6	Senta	5	7	6	4	-	3	1	2
7	Sremska Mitrovica	5	7	6	4	-	3	1	2
8	Prijepolje	5	7	6	4	-	3	1	2
9	Bajina Bašta	5	7	6	4	-	1	2	3
10	Degurić	5	7	6	4	1	-	2	3
11	Sedlare	5	6	7	4	1	-	2	3
12	Belo Polje	6	5	7	4	1	-	2	3
13	Valjevo	5	7	6	4	1	-	2	3
14	Paštrić	5	6	7	4	1	-	3	2
15	Slovac	5	7	6	4	1	-	2	3
16	Bogovada	5	6	7	4	1	-	2	3
17	Beli Brod	5	7	6	4	1	-	2	3
18	Zeoke	6	5	7	4	2	-	1	3
19	Varvarin	5	7	6	4	1	-	2	3
20	Bagrdan	5	7	6	4	1	-	2	3
21	Ljubičevski Most	5	7	6	4	1	-	2	3
22	Trstenik	5	7	6	4	1	-	2	3
23	Bivolje	5	7	6	4	1	-	3	2
24	Jasika	5	7	6	4	1	-	2	3
25	Leposavić	5	7	6	4	1	-	2	3
26	Biljanovac	4	6	5	3	-	-	1	2
27	Ušće	4	6	5	3	-	-	1	2
28	Lopatnica Lakat	5	7	6	4	1	-	2	3
29	Arilje	5	7	6	4	1	-	2	3
30	Grdelica	5	7	6	4	1	-	2	3
31	Mojsinje	5	7	6	4	1	-	2	3
32	Doljevac	5	7	6	4	1	-	2	3
33	Niš	5	7	6	4	1	-	3	2

Tabela 7. Rang raspodela prema \overline{rRMSE}_τ Three-parameter probability distribution ranks according to \overline{rRMSE}_τ .

REDNI BROJ	IME STANICE	GEV-Lmom	GPA-Lmom	GPA-MOM	LN2-MOM	LN3-STLB	LN3-Lmom	LP3-Lmom	LP3-MOM
1	Bezdan	3	6	5	4	7	-	2	1
2	Bogojevo	4	7	6	5	8	1	3	2
3	Kučevo	5	6	7	3	4	-	2	1
4	Bogovina	7	4	5	3	6	-	2	1
5	Zaječar	4	5	7	3	6	-	1	2
6	Senta	7	5	3	4	-	6	1	2
7	Sremska Mitrovica	4	7	6	5	-	3	1	2
8	Prijepolje	7	6	5	4	-	3	2	1
9	Bajina Bašta	4	5	7	6	-	3	1	2
10	Degurić	5	6	7	3	4	-	2	1
11	Sedlare	7	4	5	3	6	-	1	2
12	Belo Polje	7	4	6	1	5	-	3	2
13	Valjevo	7	4	6	3	5	-	2	1
14	Paštrić	7	5	6	1	4	-	2	3
15	Slovac	5	6	7	4	3	-	1	2
16	Bogovada	7	5	6	3	4	-	1	2
17	Beli Brod	6	5	7	4	3	-	2	1
18	Zeoke	7	5	6	4	3	-	2	1
19	Varvarin	4	6	7	3	5	-	2	1
20	Bagrdan	5	6	7	4	3	-	2	1
21	Ljubičevski Most	4	6	7	3	5	-	2	1
22	Trstenik	5	6	7	3	4	-	2	1
23	Bivolje	5	6	7	2	4	-	3	1
24	Jasika	4	5	6	3	7	-	2	1
25	Leposavić	4	5	6	3	7	-	2	1
26	Biljanovac	3	5	6	4	-	-	2	1
27	Ušće	3	5	4	6	-	-	2	1
28	Lopatnica Lakat	3	6	7	5	4	-	2	1
29	Arilje	7	6	5	4	3	-	2	1
30	Grdelica	4	5	6	3	7	-	2	1
31	Mojsinje	4	5	6	3	7	-	2	1
32	Doljevac	5	7	6	4	3	-	2	1
33	Niš	4	5	6	3	7	-	1	2

Važno je istaći da je ovde testirana saglasnost nizova *zabeleženih* proticaja po datumima, sa teorijskim *periodičnim* kvantilima. Dakle, testovi se mogu shvatiti kao provera sposobnosti raspodela čiji su kvantili dobijeni preko periodičnih funkcija (iz kojih je odstranjena stohastička komponenta), da aproksimiraju stvarne oscilacije, odnosno varijabilnost zabeleženih dnevnih proticaja.

Testovi su prikazali nešto drugačiju sliku nego dijagrami L-momenata, koji su prednost dali raspodelama LN3 i GEV.

Prema PPCC testu (Tabela 6) najbolje je rangirana raspodela LN3-STLB (na profilima gde je moguća

ocena parametara), pa zatim raspodela LP3 (sa ocenama parametara po obe metode). Najslabije rezultate pokazuje raspodela GPA, bez obzira na metodu koja se koristi za ocenu parametara. Zanimljivo je da je dvoparametarska LN2 raspodela skoro uvek na četvrtom mestu, i da je bolja i od raspodela GEV i od GPA raspodele.

Prema vrednostima $rRMSE$ (Tabela 7) kao superiorna se izdvaja LP3 raspodela (po obe metode za ocenu parametara), dok su za ostale raspodele dobijeni šaroliki rezultati. LN2-MOM kod nekih profila pokazuje bolje rezultate nego LN3-STLB i uglavnom je vrlo dobro "plasirana".

Prihvatljivost pojedinih raspodela sa stanovišta prirode modeliranih fizičkih procesa

Prethodnim analizama i testiranjem ustanovljeno je da uži izbor najboljih marginalnih raspodela dnevnih proticaja čine: GEV, LP3, LN3, LN2 i GPA. Međutim, osim zadovoljavanja čisto statističkih kriterijuma, mora se imati u vidu i priroda posmatranog fizičkog procesa. Drugim rečima, trebalo bi da oblast definisanosti marginalnih raspodela i njihovih parametara, položaj gornje ili donje granice (ako je ima), itd., odgovaraju fizičkoj realnosti. Kada se radi o modeliranju proticaja to praktično znači:

- (i) Gornja granica marginalne raspodele bi trebalo da bude viša od zabeleženih maksimalnih proticaja;
- (ii) Donja granica marginalne raspodele ne bi trebalo da bude manja od nule.

U nastavku će se dati samo kratki komentari proračuna vezanih za testove (odnosno za proračun parametara i kvantila za 365 marginalnih raspodela), za pojedine tipove raspodela.

A. Za raspodelu **LN3** potrebno je odrediti 365 vrednosti za donju granicu raspodele, $\hat{\xi}_\tau$. Kod ove raspodele u PPCC testu umesto $x_{(i),\tau}$, treba staviti $y_{(i),\tau} = \log(x_{(i),\tau} - \hat{\xi}_\tau)$. Uslov za računске vrednosti za donju granicu $\hat{\xi}_\tau$ je da mora biti manja od najmanjeg opaženog podatka za svaki datum, $x_{(1),\tau}$, $\tau = 1, 2, \dots, 365$. Zbog tog uslova je kod skoro svih profila bilo nemoguće primeniti metodu LN3-Lmom, a kod nekih i metodu LN3-STLB.

Pored toga, proračunom se za sve profile dobijaju negativne vrednosti donje granice za mnoge datume u toku godine. Naravno, to predstavlja odstupanje od stvarnog fizičkog procesa koji je nenegativan. Međutim, negativna donja granica raspodele ne znači da će i glatke linije donjih kvantila imati negativne sekvence. Analize na 33 hidrološka profila su pokazale da kod 18 profila postoje negativne sekvence (manje ili više izražene), ali kod 15 profila ih nema.

B. Zbog negativnih vrednosti donje granice raspodele LN3 u razmatranje je uključena i **LN2** raspodela, s obzirom na to da je ova raspodela definisana samo za pozitivne vrednosti promenljive, a i proračunska shema je jednostavna. Međutim, serije koeficijenata asimetrije i spljoštenosti za logaritme dnevnih proticaja nisu blizu tome da budu konstantni tokom godišnjeg ciklusa (uslovi su: $C_s=0$ i $C_k=3$), čak ni po prosečnim

vrednostima (Tabela 3), što unapred devalvira primenu ove raspodele. Iako su rezultati testova za LN2 relativno dobri, posebno u poređenju sa GEV i GPA, pokazalo se da logaritamska transformacija nije u dovoljnoj meri normalizovala datumske nizove dnevnih proticaja. U poređenju sa troparametarskim log raspodelama, pa i sa GEV, LN2 je ipak daleko od toga da može da aproksimira veliku asimetriju datumskih nizova dnevnih proticaja, tako da su njeni gornji kvantili znatno niže u odnosu na gornje kvantile navedenih troparametarskih raspodela.

C. Kvantili za raspodelu **LP3** za date verovatnoće računati su preko faktora frekvencije, K_T . Bobée & Ashkar (1991) su naveli nekoliko numeričkih (aproksimativnih) jednačina za računanje faktora frekvencije u zavisnosti od vrednosti koeficijenta asimetrije i svaka od njih važi za određeni opseg C_s . Tako se ovde postavlja pitanje koji od aproksimativnih izraza koristiti, jer u proračun za K_T ulazi periodična funkcija za C_s logaritmovane serije dnevnih proticaja. Opseg varijacije periodičnog koeficijenta asimetrije logaritama dnevnih proticaja, za sve stanice, je od -0,88 do 1,69. Vogel & McMartin (1991) navode da je Bobeova formula najbolja u opsegu $-2.0 \leq C_s \leq 5$. Međutim, po toj formuli se faktor frekvencije može izračunati samo za datih 15 verovatnoća. Da bi se izbegla interpolacija, ovde je faktor frekvencije računat po algoritmu Vilson-Hilferti, koji je tačan za $|C_s| \leq 1$, a može biti dovoljno tačan za C_s do 2 (Bobée & Ashkar, 1991).

Pored toga, raspodela LP3 je ograničena sa gornje strane ako je parametar $\alpha < 0$ (videti Tabelu 5), to jest ako je koeficijent asimetrije logaritamski transformisane promenljive manji od nule. Kod nekih stanica je u određenom delu godine to bio slučaj, međutim gornja granica je uvek bila znatno viša od maksimalno zabeleženih proticaja za te datume, tako da je zaključeno da nema smetnji za primenu ove raspodele.

D. Sudeći samo po dijagramima L-momenata, **GEV** bi uz LN3 bila favorit za marginalne raspodele. Kod ove raspodele bitan je parametar oblika, k . Kao što se vidi iz Tabele 5, za $k > 0$ ($C_s < 1,14$) raspodela je ograničena sa gornje strane, a za $k < 0$ ($C_s > 1,14$) je ograničena sa donje strane.

U analizi primene na 33 profila ispostavilo se da je kod 4 stanice (broj 6, 7, 8, i 9) računski periodični parametar oblika $\hat{k}_\tau > 0$ u nekom delu godišnjeg

ciklusa. To znači da su marginalne raspodele u tom periodu godine ograničene sa gornje strane. Međutim, samo je za profil br. 9 (v.s. Bajina Bašta na reci Drini) gornja granica tako nisko u letnjem periodu da je skoro jednaka sa zabeleženim maksimumima, a za ostale tri stanice je daleko iznad zabeleženih maksimuma. Kod ostalih 29 stanica je $\hat{k}_\tau < 0$ za ceo godišnji ciklus, što znači da su marginalne raspodele ograničene sa donje strane. Ta donja granica je skoro uvek manja od nule, (sem vrlo kratkih perioda za nekoliko stanica). To je prouzrokovalo da linije koje predstavljaju donje kvantile imaju negativne vrednosti u nekim periodima tokom godine, sa izuzetkom na 4 stanice.

E. Parametar oblika, k , bitan je i za domen raspodele GPA (Tabela 5). Za $k > 0$ raspodela je ograničena sa gornje i donje strane, a za $k \leq 0$ ograničena je samo sa donje strane. Marginalne raspodele GPA (po obe metode za ocenu parametara) su kod svih profila ograničene sa gornje strane i to tako da je gornja granica često niža od zabeleženih maksimuma.

Sudeći po svemu navedenom, jedina raspodela koja bi mogla da aproksimira marginalne raspodele dnevnih proticaja u toku celog godišnjeg ciklusa kod svih profila na prostoru Srbije je raspodela log-Pirson 3, što je potvrdilo prethodne analize (Mihailović & Radić, 2006).

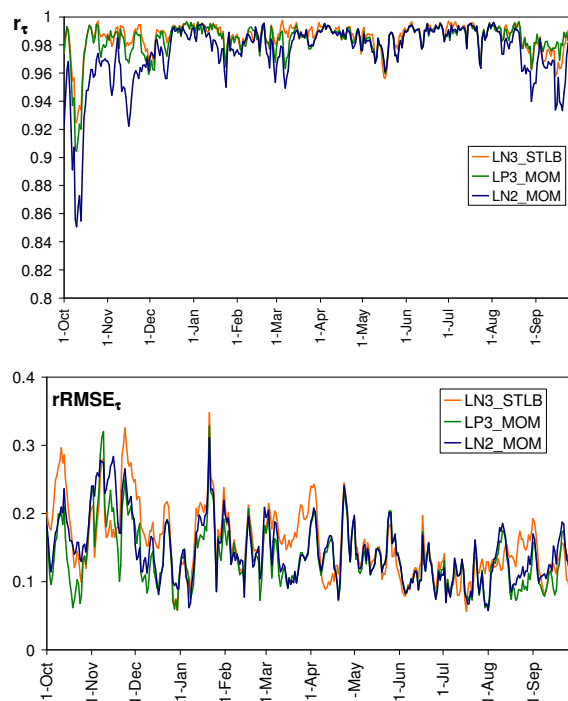
Ako bi se pojedinačno posmatrali, za neke profile možda bi kao kandidat mogla da se razmotri i LN3 raspodela.

Poređenje rezultata testova prilagodavanja tokom celog godišnjeg ciklusa

Kao primer poređenja rezultata testova za ceo godišnji ciklus, Slika 9 prikazuje promenu statistika r_τ i $rRMSE_\tau$ na reci Velika Morava (v.s. Ljubičevski Most) za metode LN3-STLB, LP3-MOM i LN2-MOM. Dvoparametarska log-normalna raspodela (LN2-MOM) praktično tokom cele godine ima najlošije rezultate PPCC testa, a LN3 je skoro uvek bolja od LP3, mada razlika nije značajna. Poređenje prema $rRMSE$ navodi na drugačije zaključke. Uglavnom je najbolja LP3, a LN2 je skoro uvek bolja od LN3.

Po PPCC testu, najmanje razlike između ove tri raspodele su u prolećnom i prvoj polovini letnjeg perioda, od marta do avgusta. Prema $rRMSE$ najmanje razlike su u periodu maj-avgust. Po oba testa, najveće

razlike među raspodelama su u periodima avgust-decembar.



Slika 9. Poređenje raspodela LP3, LN3 i LN2 prema rezultatima testova tokom tokom godišnjeg ciklusa za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most). Promena vrednosti za r_τ (gore) i $rRMSE_\tau$ (dole). Comparison of LP3, LN3 and LN2 distributions during hydrological year, according to tests (PPCC on the left side, and $rRMSE$ on the right), for the V. Morava River, st. Lj. Most.

Poređenje vremenskih funkcija kvantila

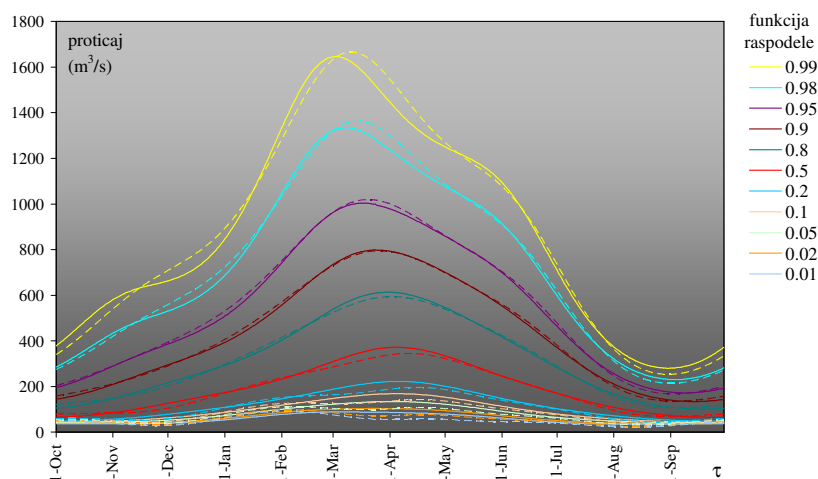
Dijagram marginalnih funkcija raspodele sačinjavaju glatke vremenske funkcije kvantila. Na Slici 10 su uporedno prikazani dijagrami određeni primenom marginalnih raspodela LP3 (pune linije) i LN3 (isprekidane linije). Linije kvantila određene verovatnoće pojave prikazane su različitim bojama.

Sa Slike 10 je (zbog razmere) teško uočiti koliko su razlike značajne. Međutim, značajnih razlika ima, i to naročito kod donjih kvantila, što prikazuje Slika 11.

Zbog poređenja su ovde prikazane i zabeležena statistička funkcija datumskih minimuma, MIN, i odgovarajuća periodična funkcija, MIN-per, računata

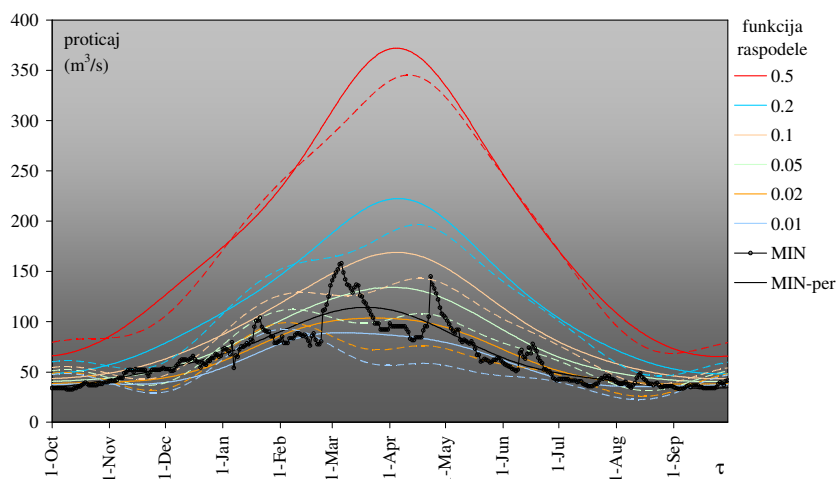
sa tri značajna harmonika. Glatke linije sa sintetičkog hidrograma LN3 imaju mnogo "talasa", dok su linije sa LP3 hidrograma glatke zvonaste krive. Pri proračunu kompromisnih verovatnoća za obe raspodele je korišćena formula Bloma, po kojoj najmanji podatak u nizu zabeleženih proticaja ima verovatnoću pojave približno 0,02, što odgovara narandžastim linijama sa dijagrama marginalnih raspodela LP3 i LN3. Linija koja predstavlja teorijsku verovatnoću od 0,02 za

marginalne LP3 raspodele vrlo je blizu linije periodičnog minimuma, a zabeleženi minimumi osciluju oko nje. Linija verovatnoće 0,02 za LN3 raspodele znatno odstupa i od linije MIN-per i od linije zabeleženih minimuma, praktično u toku cele godine. Na osnovu prethodne analize se može zaključiti da je u slučaju analize malovodnih perioda i suša LN3 raspodela inferiorna u odnosu na LP3 raspodelu.



Slika 10. Upporedni dijagrami vremenskih funkcija kvantila za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most) određenih primenom marginalnih funkcija raspodela LP3-MOM i LN3-STLB.

Comparative diagram of time quantile functions derived by marginal distributins LP3-MOM i LN3-STLB, for River V.Morava, st. Lj. Most.



Slika 11. Poređenje marginalnih funkcija raspodela LP3-MOM i LN3-STLB u zoni minimuma za reku Veliku Moravu (v. st. Ljubičevski Most).

Comparative diagram of distributins LP3-MOM i LN3-STLB in the minimum zone, for River V.Morava, st. Lj. Most.

ZAKLJUČCI

Osnovni cilj ove analize je bio da razreši pitanje izbora odgovarajuće teorijske funkcije za marginalne raspodele dnevnih proticaja na 33 odabrana profila sa teritorije Srbije. Problem odabira tipa raspodele je posmatran na regionalnom nivou. To je s jedne strane nametnulo potrebu za unifikacijom referentnog perioda (1961-1990), ali i potrebu za unifikovanjem tipa raspodele.

Rezultati analize su sledeći:

- Preliminarna analiza i izbor nekoliko kandidata za marginalne raspodele je urađena na bazi dijagrama konvencionalnih i L-momenata. Bobeov konvencionalni MRD dijagram je jasno izdvojio samo raspodelu LP3. Dijagram L-momenata (L-Cs prema L-Ck), je izdvojio nekoliko kandidata: LN3, GEV, LP3 i GPA
- Dijagram L-momenata u ovoj analizi nije pokazao svoje prednosti u odnosu na dijagram konvencionalnih momenata
- Parametri raspodela su određivani metodom momenata i/ili metodom L-momenata
- Izbor najprihvatljivijih raspodela je napravljen na bazi rangiranja raspodela prema statistikama PPCC (najbolja LN3-STLB, zatim LP3-Lmom i LP3-MOM) i rRMSE (najbolja LP3 po obe metode), ali i uz neka dodatna razmatranja vezana za ograničenja koja postavlja sam fizički proces. Naime, raspodele GEV i LN3 imaju negativnu donju granicu, što je, osim što predstavlja odstupanje od realnog procesa, na značajnom broju profila (za GEV na 29 profila, a kod LN3 na 18) produkovalo najniže kvantile koji su u nekom periodu tokom godine manji od nule. Drugo ograničenje predstavlja eventualno postojanje gornje granice raspodele koja je blizu ili ispod zabeleženih datumskih maksimuma. To je izraženo kod raspodele GPA u tolikoj meri da su gornji kvantili sabijeni i čak leže ispod linije zabeleženih maksimalnih datumskih proticaja
- Zaključeno je da se konačna odluka o izboru tipa raspodele ne može doneti samo na osnovu dijagrama L-momenata i testova. Pokazalo se da to u nekim slučajevima može navesti na i pogrešne zaključke. (Na primer, po PPCC testu LN3 raspodela je bila rangirana kao najbolja čak i na onim profilima gde su njeni donji kvantili manji od nule.)
- Na ovom nivou analize se pokazalo da izbor metode za proračun parametara raspodele (MOM ili Lmom) nije od značaja za rezultate. Ograničenja postoje samo u računskom smislu (da li se proračun može sprovesti ili ne)
- Za odabrane profile sa teritorije Srbije potvrđeni su rezultati prvobitne analize (Mihailović & Radić, 2006) o tome da je raspodelu LP3, sa parametrima koji se periodično menjaju tokom godišnjeg ciklusa, moguće primeniti na svim profilima
- Imajući u vidu da obrađeni profili sa teritorije Srbije obuhvataju široki raspon površina slivova (od 104 km² do 251.593 km²), profile sa 5 međunarodnih reka (Dunav, Sava, Tisa i Drina, Timok) i 4 tipa hidroloških režima, verovatno je da LP3 raspodelu treba usvojiti (kao referentnu) i na širem regionalnom planu.

LITERATURA

- [1] Bobée, B. & Ashkar, F., 1991: The Gamma Family and Derived Distributions Applied in Hydrology. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, U.S.A.
- [2] Hosking J.R.M., & Wallis J.R., 1997: Regional Frequency Analysis - An Approach Based on L-Moments. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [3] Hosking J.R.M., 1990: Analysis and Estimation of distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 52, No. 1, pp. 105-124.
- [4] Kim S. et al, 2008: Derivation of the probability plot correlation coefficient test statistics for the generalized logistic and the generalized Pareto distributions. Conference proceeding paper, World Environmental and Water Resources Congress 2008 – Ahupua'A, Honolulu, Hawaii.
- [5] Kroll C.N. & Vogel R. M., 2002: Probability distribution of Low Streamflow Series in the United States. Journal of Hydrologic Engineering, ASCE 7(2), pp. 137-146.
- [6] Mihailović, V. & Radić Z. M., 2006: Structure of Daily Hydrologic Series in Serbia and Northern

- Mediterranean. Proc. BALWOISE 2006 Conference, Ohrid, FYR Macedonia
- [7] Radić Z. M. & Mihailović, V., 2006: Development of Drought monitoring System for Serbia. Proc. BALWOISE 2006 Conference, Ohrid, FYR Macedonia.
- [8] Radić Z. M. & Mihailović, V., 2006a: Teorijske osnove i proširenje oblasti primene strukturne analize dnevnih hidroloških serija. Vodoprivreda, 219-221, pp. 3-22.
- [9] Radić Z. M. & Mihailović, V., 2006b: Uperedna analiza metoda za definisanje hidroloških suša. Vodoprivreda, 222-224, pp. 3-22.
- [10] Rao A.R. and Hamed K.H., 2000: Flood Frequency Analysis. CRC Press, New York.
- [11] Sankarasubramanian A. & Srinivasan K., 1999: Investigation and comparison of sampling properties of L-moments and conventional moments, Journal of Hydrology, 218, pp. 13-34.
- [12] Stedinger J.R., Vogel R.M. & Foufoula-Georgiou, 1993: Frequency Analysis of Extreme Events. Handbook of Applied Hydrology. Mc-Graw Hill Book Co., New York, Chapter 18.
- [13] Vogel R.M., & Fennessey N.M., 1993: L-moment Diagrams Should Replace Product Moment Diagrams, Water Resources Research, vol. 29, NO. 6, pp. 1745-1752.
- [14] Vogel R.M., & Kroll C.N., 1989: Low-flow Frequency Analysis Using Probability-plot Correlation Coefficients. Journal of Water Resources Planning and Management, vol. 115, No. 3, pp. 338-357.
- [15] Vogel, R.M. & McMartin, D.E. 1991: Probability Plot Goodness of Fit and Skewness Estimation Procedures for the Pearson Type 3 Distribution. Water Resour. Res. 27(12), 3149-3158.
- [16] Yevjevich V., 1972: Stochastic Processes in Hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, U.S.A.
- [17] Yevjevich V., 1984: Structure of Daily Hydrologic Series. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, U.S.A.

MARGINAL DISTRIBUTIONS FOR DAILY RUNOFF SERIES AT REPRESENTATIVE PROFILES IN SERBIA

by

Zoran M. RADIC* and Vladislava MIHAILOVIC**

*Faculty of Civil Engineering University of Belgrade

**Faculty of Forestry University of Belgrade

Summary

Previous analyses (Radić & Mihailović, 2006, [8 i [9]) based on new methodology showed the advantages of complete 365 daily data sets analyses against monthly or characteristic daily data. Advantages were demonstrated for the purposes of hydrological regime studies and droughts analyses.

Methodology is based on TIPS method for structural analysis of daily hydrological series:

- (i) On the basis of observed daily flows series for N years, series of 365 daily values of a certain statistical parameter could be estimated (minima, maxima, conventional moments, L-moments, etc.)
- (ii) Mutual dependence between series members in the original series introduces dependencies into derived series of statistical parameters, so it is possible to derive time functions which describe that dependence
- (iii) Based on the established periodic functions of parameters 365 marginal probability distributions during the annual cycle could be derived.

The main goal of this paper is the question of the selection of appropriate probability distribution type for marginal distributions of daily flows. Study is based

on data from 33 representative profiles in Serbia and for the period till 2006. For the purpose of regional analyses and other applications referent period 1961-1990 is selected for the marginal distribution studies.

In the case of wide range of variation of skewness and kurtosis coefficients in the year, logical choice is a very flexible probability distribution. According to this, only three-parameter distributions were taken into the consideration. Possible three-parameter candidates are identified on the base of preliminary analysis of conventional moment ratio diagrams and L-moment ratio diagrams.

Comparisons of distributions were evaluated using probability plot correlation coefficient (PPCC), and relative root mean square error (rRMSE) and condition that the lower boundary of distribution shouldn't be negative. The LP3 distribution performance is found to be the best.

Key words: Hydrology, Stochastic Analyses, Daily Runoff Series, Marginal Distributions, L-moments, PPCC test.

Redigovano 04.06.2010.