

HIDRAULIČKO MODELIRANJE U NEPOTPUNOJ SLIČNOSTI EROZIJE REČNOG KORITA OKO MOSTOVSKIH STUBOVA

dr Miodrag JOVANOVIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu

REZIME

Ovaj rad je inspirisan hidrauličkim modelskim ispitivanjima lokalne stabilnosti dunavskog korita u zoni stubova novog mosta kod Beške. Obrazložen je problem izbora materijala za fizički model sa pokretnim dnom, koji mora istovremeno zadovoljiti uslove hidrauličke (Frudove) i psamološke (Šildsove) sličnosti. Korišćenje veštačkih, lakih materijala koji to omogućavaju, skopčano je sa mnogim praktičnim teškoćama. S druge strane, korišćenje lako dostupnog prirodnog materijala (peska) uslovljava odstupanje od Frudove sličnosti, što je prihvatljivo samo ako su vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu male (miran režim) i ako je krupnoća peska na modelu izabrana tako da razlika vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu bude prihvatljivo mala. Rečni modeli u „kvazi Frudovoj sličnosti” daju rezultate koji su kvalitativno i kvantitativno dovoljno pouzdani za potrebe inženjerske prakse. Ova problematika je ilustrovana primerom modelskih ispitivanja za novi most kod Beške.

Ključne reči: lokalna erozija, mostovski stubovi, hidraulički modeli, nepotpuna sličnost

1. UVOD

Najveći problem u projektovanju i korišćenju rečnih hidrauličkih modela je izbor materijala za pokretno dno. Taj izbor može biti problematičan ne samo kada se ispituje opšta deformacija dugih rečnih deonica na modelima u distordovanoj razmeri, već i u slučaju lokalne deformacije korita koja se po pravilu ispituje na modelima u nedistordovanoj razmeri. Ovaj rad se upravo bavi problemom modeliranja lokalne erozije oko mostovskih stubova, a inspirisan je modelskim ispitivanjem stabilnosti korita Dunava u zoni starog i novog mosta kod Beške.

U literaturi se može naći veliki broj radova koji se bave problematikom lokalne erozije korita oko mostovskih

stubova. Najčešće ti radovi nude empirijske formule za proračun eroziona dubine, a samo poneki daju izvorne rezultate merenja, navode granične uslove eksperimenta i definišu opseg važnosti dobijenih rezultata. Razvoj u ovoj oblasti ide s jedne strane u pravcu obuhvatanja raznih neizvesnosti kroz simulacione postupke proračuna [9], a s druge strane u pravcu sve tačnijih laboratorijskih mernih tehnika, kao što su na primer moare vizuelizacija [12] i metoda ADV (Acoustic Doppler Velocimetry) [13].

U ovom radu su najpre izložena načela izrade rečnih fizičkih modela sa pokretnim dnom u potpunoj sličnosti, koja obuhvata hidrauličku (Frudovu) sličnost i psamološku (Šildsovu) sličnost. Zatim se govori o problemima izbora materijala za pokretno dno modela, koji treba da obezbedi zadovoljenje obe sličnosti. Korišćenje peska na modelu ima najčešće za posledicu odstupanje od Frudove sličnosti, što se može tolerisati samo ako je odstupanje ispod neke prihvatljive granice. Mogućnost korišćenja hidrauličkog modela u „kvazi Frudovoj sličnosti” razmatrana je u okviru projekta novog mosta kod Beške.

2. REČNI MODELI U POTPUNOJ SLIČNOSTI

Rečni modeli sa pokretnim dnom u potpunoj sličnosti zahtevaju zadovoljenje hidrauličke (Frudove) sličnosti, koja se odnosi na sličnost polja brzine i dubine (a time i dijagrama specifične energije) na prototipu i modelu i psamološke (Šildsove) sličnosti, koja obezbeđuje istu meru pokretljivosti nanosa na modelu i u prirodi.

Frudova sličnost za rečne modele u distordovanoj razmeri može se opisati izrazom [6]:

$$Fr_* = \frac{h_*}{L_*} \left(\frac{h_*}{d_*} \right)^{2\mu} = 1, \quad (1)$$

gde simbol „*” označava razmeru – odnos neke veličine u prirodi i na modelu.

U izrazu (1), razmere se odnose na: Frudov broj $Fr_* = Fr_p / Fr_m$, dužinu $L_* = L_p / L_m$, dubinu $h_* = h_p / h_m$ i apsolutnu rapavost (krupnoću nanosa) $d_* = d_p / d_m$, pri čemu indeks "m" označava model, a indeks "p", prototip. Eksponent u izrazu (1) je proizašao iz logaritamskog rasporeda brzine po dubini toka: $\mu = [\ln(12h/d)]^{-1}$ [6].

Psamološka sličnost se definiše preko razmera za veličine koje figurišu na Šildsovom dijagramu [6]:

$$\Theta_* = 1 \quad (2)$$

$$(Re_*)_* = 1, \quad (3)$$

gde je bezdimenzioni tangencijalni napon – „Šildsov broj“:

$$\Theta = \frac{\tau_o}{g(\rho_s - \rho)d} = \frac{u_*^2}{g \cdot \Delta \cdot d} \quad (4)$$

definisani u funkciji tangencijalnog napona na dnu (τ_o), odnosno smičuće brzine ($u_* = \sqrt{\tau_o/\rho}$), gustine nanosa (ρ_s) i vode (ρ), ili relativne gustine ($\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho$), prečnika zrna (d) i gravitacionog ubrzanja (g).

Rejnoldsov broj zrna:

$$Re_* = \frac{u_* d}{\nu} \quad (5)$$

je pokazatelj uticaja viskoznosti preko odgovarajućeg kinematičkog koeficijenta (ν).

Uslovi (2) i (3) se mogu i ovako formulisati [6]:

$$\frac{h_*^2}{L_* \cdot \Delta_* \cdot d_*} = 1, \quad (6)$$

$$d_*^3 = \frac{1}{\Delta_*}. \quad (7)$$

Kombinacijom izraza (6) i (7) može se eliminisati veličina Δ_* , pa je razmera za apsolutnu rapavost (prečnik zrna):

$$d_* = \frac{L_*^{1/2}}{h_*}. \quad (8)$$

Istovremeno zadovoljenje Frudove i Šildsove sličnosti nalaže određivanje četiri osnovne razmere: L_* , h_* , d_* i Δ_* . Razmera L_* se usvaja prema raspoloživom prostoru u laboratoriji, a preostale tri razmere se određuju iz uslova (1), (6) i (8). Iz navedenih osnovnih razmera, mogu se zatim izvesti razmere za druge veličine od interesa, kao što su: protok vode, pronos nanosa, brzina toka, hidrauličko i psamološko vreme itd. [6].

3. REČNI MODELI U NEPOTPUNOJ SLIČNOSTI

Međusobno uskladjivanje osnovnih razmera, uz ograničenje stepena distorzije modela ($h_*/L_* < 5$), može dovesti do velikih problema sa izborom materijala za pokretno dno. Pored toga, materijal na fizičkom modelu ne sme biti isuviše sitan zbog pojave nanosnih formacija (dina), koje narušavaju Frudovu sličnost.

Zavisnost (7) pokazuje da je razmera za gustinu materijala obrnuto srazmerna razmeri za prečnik zrna na treći stepen, što znači da krupnija zrna moraju biti lakša i obrnuto. Zbog toga se na rečnim modelima koriste veštački materijali (Tabela 1), u težnji da se pomire svi zahtevi u pogledu razmera i izbegnu problemi koje izaziva distorzija i nanosne formacije. Nažalost, to nije uvek moguće, a korišćenje veštačkih materijala je skopčano i sa brojnim praktičnim poteškoćama (količina, cena nabavke, trošnost, isplivavanje itd.).

Tabela 1. Veštački materijali kod rečnih modela sa pokretnim dnom [6,10,11].

Materijal	Gustina ρ_s	Krupnoća d	Komentar
	[t/m ³]	[mm]	
Plastika/Smola	1,03 - 1,05	0,5 - 3,0	teži da ispliva, visoka cena
Bakelit	1,38 - 1,49	0,3 - 4,0	porozan, trošan, teži da ispliva
Ugalj	1,20 - 1,43	0,2 - 4,0	nehomogen, teži segregaciji
Plovućac	1,70	1,0 - 3,0	vrlo porozan

Kada je u datim uslovima nemoguće ostvariti potpunu sličnost, svesno se može, shodno prirodi problema koji se razmatra, „žrtvovati“ jedan uslov sličnosti, ako to neće bitno uticati na tačnost i globalne zaključke modelskog ispitivanja. Dve su mogućnosti: (a) odstupanje od Frudove sličnosti: $Fr_* \neq 1$ i (b) odstupanje od Šildsove sličnosti. U

prvom slučaju govori se o rečnom modelu u „kvazi Frudovoj sličnosti”, a u drugom slučaju, o modelu u „kvazi psamološkoj”, ili „kvazi Šildsovoj sličnosti”.

Kvazi Frudova sličnost. Odstupanje od Frudove sličnosti nudi mogućnost rada sa prirodnim – peščanim materijalom. Ovo je moguće kada su u pitanju veliki ravničarski vodotoci sa peščanim koritom. Tada se insistira na psamološkoj sličnosti (2), a tolerišu se nešto veće vrednosti Frudovog broja na modelu nego u prirodi, sve dok je tečenje na modelu i dalje „duboko” u mirnom režimu. Opravdanje za ovaj pristup leži u činjenici da je na velikim rekama hidraulički režim blago promenljiv i da su duž vodotoka vrednosti Frudovog broja male i približno konstantne, tako da nema velikih promena na dijagramu specifične energije.

Kvazi Frudova sličnost smanjuje broj nepoznatih razmera za jedan. Ako se radi sa prirodnim materijalom ($\Delta_* = 1$), ostaju samo dva uslova: (1) i (8). Njihovim kombinovanjem, dobija se razmera kvazi Frudove sličnosti:

$$Fr_* = \frac{h_*^{\mu-1/2}}{d_*^{\mu+1}}. \quad (9)$$

Ova zavisnost pokazuje da se da se izborom razmera za dubinu i prečnik zrna, može uticati na odstupanje od Frudove sličnosti, a time i na tačnost rezultata koji se mogu očekivati od fizičkog modela. Ponovo se ističe da pogodnost korišćenja peska na modelu u kvazi Frudovoj sličnosti postoji samo ako su vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu male i ako je razlika tih vrednosti u prihvatljivim granicama. Međutim, ispitivanje *lokalnih* fenomena na fizičkim modelima u kvazi Frudovoj sličnosti treba primeniti samo izuzetno i pod uslovom da se potpuno sagledaju posledice takve primene. Naime, za ispitivanje lokalne deformacije korita je veoma bitna kinematička sličnost (polja brzine), koja podrazumeva punu Frudovu sličnost. Zato se lokalni fenomeni po pravilu ispituju na kratkim *nedistordovanim* modelima.

Kvazi psamološka sličnost. Odstupanje od psamološke sličnosti ima opravdanje kada su u pitanju bujični vodotoci, u burnom ili mešovitom režimu tečenja. Naime, odstupanje od Frudove sličnosti se kod takvih vodotoka ne sme dopustiti, jer su hidrauličke promene nagle, a vrednosti Frudovog broja visoke. Bezuslovno zadovoljenje Frudove sličnosti upućuje na to da se rešenje problema razmera mora tražiti u odstupanju od psamološke sličnosti i korišćenju sitnijeg materijala na modelu, ali pod uslovom da je tečenje na modelu u oblasti hidraulički rapavog dna ($Re_* > 70$).

4. MODELSKA ISPITIVANJA ZA NOVI MOST KOD BEŠKE

Postojeći most na Dunavu kod Beške izgrađen je 1975. godine na km 1232,2, gde je širina rečnog korita oko 420 m. U toku gradnje došlo je do erozije korita oko stuba pri levoj obali (S41), sa dubinom erozije jame od oko 6 m. U cilju sanacije, u hidrauličkoj laboratoriji Instituta za vodoprivredu „Jaroslav Černi” obavljena su modelska ispitivanja (Slika 1) i predloženo je rešenje lokalne zaštite korita tepihom od krupnog kamena [2, 3].

Za potrebe projekta fundiranja stubova novog mosta „blizanca”, 2007. i 2008. godine su u istoj laboratoriji ponovljena modelska ispitivanja, ovog puta za parove stubova, vodeći računa o izmeni načina fundiranja stubova novog mosta. Na Slici 1 prikazan je hidraulički model na kome je ispitivana lokalna erozija korita oko stubova pri levoj obali (S41 i S41’).

U konkretnom slučaju, merodavne hidrauličke uslove u prirodi karakterišu sledeći podaci: $h_p = 8$ m, $V_p = 2$ m/s,

$Fr_p = 0,05$, $\mu = 0,08$. Ako se ima u vidu da je razmera nedistordovanog modela: $L_* \equiv h_* = 40$, vrlo brzo se dolazi do zaključka da zadovoljenje potpune sličnosti – hidrauličke (Frudove) i psamološke (Šildsove), nije moguće sa prirodnim, peščanim materijalom.

Naime, srednja krupnoća dunavskog peska je na datoj deonici: $d_p \approx 0,3$ mm. Ako se na modelu koristi dunavski pesak ($\Delta_* = 1$, $\rho_{s,p} \equiv \rho_{s,m} = 2,65$ t/m³), iz uslova (1) proizilazi da bi razmera za krupnoću zrna (apsolutnu rapavost), morala biti: $d_* = L_* = 40$, što znači da bi zrno na modelu moralo biti 40 puta sitnije od onog u prirodi!

S druge strane, neka pogodna krupnoća zrna na modelu, recimo $d_m = 1$ mm, daje razmeru $d_* = 0,3$, pa iz Šildsovih uslova (6) i (7) slede razmere za relativnu gustinu $\Delta_* = 133$, odnosno $\Delta_* = 4,63$, što znači da materijal na modelu mora biti izuzetno lagan. Na osnovu dobijenih rezultata, proizilazi da u datom slučaju ne postoji pogodan veštački materijal, što samo potvrđuje poznato načelo da se sa istim fluidom, odnosno nanosom, na prototipu i modelu ne mogu istovremeno zadovoljiti dve sličnosti.



Slika 1. Hidraulički modeli za ispitivanje lokalne erozije dunavskog korita oko mostovskih stubova i varijantnih rešenja zaštite stubova; levo: model iz 1974. godine, stub S41 (pogled nizvodno); desno: model iz 2008. godine, stubovi S41 i S41' (pogled uzvodno). Oba modela su izradjena u nedistordovanoj razmeri 1:40. Slika desno prikazuje deformaciju korita u toku izgradnje stuba S41', sa osiguranjem korita oko zagata tepihom od krupnog kamena [2,4,5].

Imajući u vidu navedene okolnosti, razmotrena je mogućnost korišćenja nepotpune sličnosti, koja podrazumeva kvazi Frudovu hidrauličku sličnost, a punu psamološku (Šildsovu) sličnost. Ovakvo rešenje dopušta rad na modelu sa dunavskim peskom.

Kako je poznato da vrlo sitne frakcije (0,2 - 0,5 mm) izazivaju na modelima previsoke dine (Slika 1-levo), pa time unose otpore oblika i narušavaju Frudovu sličnost, umesto srednje krupnoće 0,3 mm, razmotreno je korišćenje krupnijih frakcija: $d_m = 0,5 - 2,0$ mm, odnosno razmera:

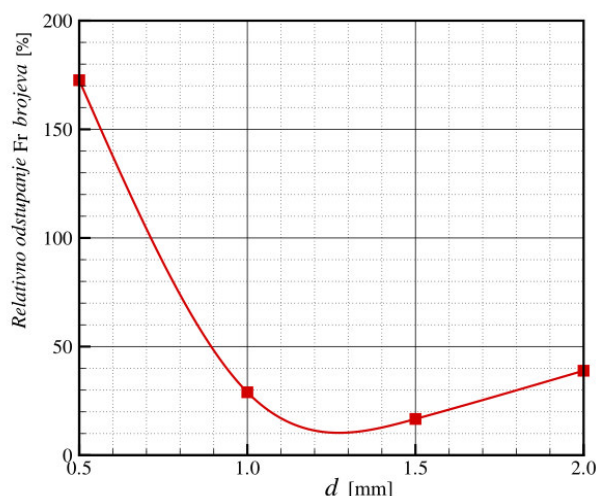
$$d_* = d_p / d_m = 0,6 - 0,15 \text{ (Tabela 2).}$$

Pomoću izraza (9) određen je niz vrednosti Fr_* , a na osnovu njih, vrednosti Frudovog broja na modelu (Fr_m) Razlike vrednosti Fr brojeva u prirodi i na modelu, sračunate u apsolutnom i relativnom iznosu (Tabela 2), predstavljaju meru odstupanja od Frudove sličnosti i kvantifikuju „efekte razmere”. Rezultati iz Tabele 2, grafički su prikazani na Slici 2.

Tabela 2. Procena efekata razmere za rečni model novog mosta kod Beške

d_m [mm]	0,5	1,0	1,5	2,0
$d_* = d_p / d_m$	0,60	0,30	0,20	0,15
Fr_*	0,367	0,775	1,201	1,638
Fr_m	0,139	0,066	0,042	0,031
$ Fr_p - Fr_m $	0,0879	0,0148	0,0085	0,0198
$\delta = \frac{ Fr_p - Fr_m }{Fr_p} \times 100$ [%]	172,5	29,0	16,7	38,9

Može se konstatovati da najmanje odstupanje od Frudove sličnosti, 10%, daju krupnoće 1,2 i 1,3 mm. Stoga su to optimalne krupnoće peska za hidraulički model. Vrednost Frudovog broja na modelu (0,07) nešto je veća od vrednosti istog broja u prirodi (0,05). Mogle bi se prihvatiti i krupnoće zrna od 1,0 mm i 1,5 mm, sa odstupanjima 29,0%, odnosno 16,7%, ako se usvoji da je 30% gornja granica prihvatljive „greške” koju unosi kvazi Frudova sličnost. Može se konstatovati da pesak čija je krupnoća manja od 1,0 mm, odnosno veća od 1,5 mm, nije pogodan za korišćenje na fizičkom modelu, jer je odstupanje od Frudove sličnosti preterano.



Slika 2. Efekti razmere (odstupanje od Frudove sličnosti) u zavisnosti od krupnoće peščanog materijala na modelu.

Modelsko ispitivanje novog mosta na Dunavu kod Beške pokazuje kako analiza efekata razmere može korisno poslužiti pri izboru materijala za pokretno dno modela, imajući u vidu s jedne strane potrebu da taj materijal bude lako dostupan, a s druge strane, da rezultati laboratorijskih merenja budu pouzdani.

5. ZAKLJUČCI

1. Za ispitivanje lokalne erozije rečnog korita oko mostovskih stubova nužno je koristiti model u nedistrodovanoj razmeri, po mogućstvu, u potpunoj hidrauličkoj (Frudovoj) i psamološkoj (Šildsovoj) sličnosti.
2. Zadovoljenje obe sličnosti najčešće je uslovljeno korišćenjem lakih veštačkih materijala za pokretno dno modela, što je skopčano sa nizom praktičnih poteškoća, a često je i nemoguće naći pogodan materijal.
3. Korišćenje na modelu prirodnog – peščanog materijala dovodi do odstupanja od Frudove sličnosti. „Kvazi Frudova sličnost” je prihvatljiva samo ako su vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu male (miran režim) i ako je razlika tih vrednosti u prihvatljivim granicama.
4. Za datu geometrijsku razmeru modela i merodavne hidrauličke uslove (dubinu i brzinu toka), može se

definisati zavisnost relativne razlike vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu od krupnoće peščanog materijala na modelu. Minimum te funkcionalne zavisnosti definiše optimalni prečnik zrna.

5. Deformacija dunavskog korita formiranog u peščanom nanosu srednje krupnoće 0,3 mm, ne može se ispitivati pomoću hidrauličkog modela sa pokretnim dnom od peska iste krupnoće. Može se ispitivati pomoću modela u nepotpunoj, kvazi Frudovoj sličnosti, sa dunavskim peskom krupnoće 1,0 - 1,5 mm. U tom slučaju relativne razlike vrednosti Frudovog broja u prirodi i na modelu ne prelaze 30%. Ovaj procenat se u datom slučaju može prihvatiti kao gornja granica nepovoljnih „efekata razmere”, odnosno kao prihvatljiva „greška” koju unosi kvazi Frudova sličnost.

LITERATURA

- [1] Institut IMS (2005) *Glavni projekat sanacije mosta preko Dunava kod Beške*, Beograd.
- [2] Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi” (1974) *Studija zaštite stubova mosta na Dunavu kod Beške*, Beograd.
- [3] Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi” (1975) *Glavni projekat zaštite stubova i mosta kod Beške od rečne erozije*, Beograd.
- [4] Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi” (2007) *Idejni projekat osiguranja od erozije rečnog dna i priobalja u zoni mosta i temelja postojećeg i novog mosta*, Beograd.
- [5] Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi” (2009) *Izveštaj o hidrauličkim modelskim ispitivanjima zaštite stubova S41 i S41' mosta na Dunavu kod Beške*, Glavni projekat osiguranja od erozije rečnog dna i priobalja u zoni mosta i temelja postojećeg i novog mosta - stubovi S41, S42, S43, Knjiga 8, Sveska 8.5, Beograd.
- [6] Jovanović, M. (2008) *Regulacija reka - rečna hidraulika i morfologija*, drugo izmenjeno i dopunjeno izdanje, Gradjevinski fakultet, Beograd.
- [7] Jovanović, M., Komatina, D., Djordjević, D. (2005) *Hidrauličko-morfološka studija Dunava u zoni Beške*, Gradjevinski fakultet, Beograd.
- [8] Jovanović, M., Komatina, D., Djordjević, D., Maksimović, M. (2005) *Analiza strujnog polja i stabilnosti korita Dunava u zoni novog mosta kod*

- Beške primenom modela ravanskog (2D) tečenja*, Građevinski fakultet, Beograd.
- [9] Jovanović, M. (2006) *Ocena rizika od erozije rečnog korita oko mostovskih stubova*, Vodoprivreda 0350-0519, 38(2006), 2006.
- [10] Julien, P. (2002) *River Mechanics*, Cambridge University Press.
- [11] Lebreton, J.C. (1974) *Dynamique fluviale*, Eyrolles, Paris.
- [12] Müller, G., Mach, R., Kauppert, K. (2001) *Mapping of bridge pier scour with projection moiré*, Journal of Hydraulic Research, Vol. 39, 2001, No. 5.
- [13] SeungHo, H. (2005) *Interaction of bridge contraction scour and pier scour in a laboratory river model*, MS Thesis, Georgia Institute of Technology.

INCOMPLETE SIMILITUDE IN HYDRAULIC MODELLING OF BED SCOUR AROUND BRIDGE PIERS

by

dr Miodrag JOVANOVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

Summary

This paper is inspired by the hydraulic model investigations of the local river bed stability around piers of the new bridge on the Danube river near village Beška in Serbia. The choice of material for the movable bed hydraulic model is assessed, considering that the hydraulic (Froude) similitude and the sedimentologic (Shields) similitude have to be simultaneously satisfied. Use of artificial light materials, which can ensure the complete similitude, is coped with a number of practical problems and inconveniences. On the other hand, use of readily available natural material (sand) results in deviation from the Froude similitude, which is

justifiable only if the Froude number values in nature and in the model are small (subcritical flow regime), and if the sand grain size is chosen so that the difference of the two Froude numbers is small enough. River hydraulic models in „quasi Froudean similitude” yield results which are quantitatively and qualitatively sufficiently reliable for engineering purposes. This issue is discussed through the Beška bridge illustrative case study.

Key words: river channel scour, bridge piers, hydraulic models, incomplete similitude

Redigovano 28.11.2009.