

## HIDRAULIČKI TRANSPORT U VIDU GUSTE MEŠAVINE, DEO I: TONJENJE ZRNA U MEŠAVINI

Dejan KOMATINA  
Građevinski fakultet u Beogradu

### REZIME

Hidraulički transport čvrstih materijala u vidu guste mešavine se koristi u svetskoj praksi zbog pozitivnih efekata u tehničkom, ekonomskom i ekološkom pogledu. U radu je razmatrano pitanje tonjenja zrna u nenjutnovskim fluidima, kao jedno od značajnih pitanja za proračun hidrauličkog transporta u vidu guste mešavine. Ilustrovan je postupak proračuna koeficijenta otpora i brzine tonjenja zrna. Analiziran je domen primene datih izraza. Na konkretnom primeru je prikazan uticaj pojedinih faktora na brzinu tonjenja i ukazano je na specifičnosti u odnosu na slučaj tonjenja zrna u čistoj vodi.

**Ključne reči:** hidraulički transport, nenjutnovski fluid, gusta mešavina, brzina tonjenja, koeficijent otpora.

### 1. UVOD

Hidraulički transport čvrstih materijala predstavlja efikasan i ekonomičan način prenosa rastresitih materijala u rudarstvu i građevinarstvu, naročito kada se radi o transportu velikih količina materijala na udaljena mesta [1-5]. Za potrebe transporta, čvrsti materijal se najčešće meša sa vodom (na primer, ruda, rudna jalovina, pepeo i šljaka nastali sagorevanjem uglja u termoelektranama, pesak i šljunak), iako postoje i primeri prenosa materijala bez mešanja sa vodom (transport svežeg betona).

Poslednjih godina, u svetu se sve više primenjuje pristup hidrauličkog transporta u vidu guste mešavine [6,7]. Pri dovoljno visokoj koncentraciji sitnih čestica u vodi (čestice gline i prašine, koje mogu biti, ili namenski dodate u vodu, ili sastavni deo materijala koji se transportuje), čestice i voda formiraju homogeni noseći fluid, u kome se vrši transport krupnozrnog materijala. Primena ovog pristupa omogućava transport relativno

malim brzinama, čime se smanjuju eksploatacioni troškovi transporta (potrošnja električne energije i habanje okvašenih delova pumpe, cevovoda i armature), a u fazi odlaganja (jalovine ili pepela) ima višestruke pozitivne efekte: produženje veka trajanja deponije, povećanje stabilnosti deponije, kao i smanjenje zagađenja vode, vazduha i zemljišta.

Proračun otpora trenja pri hidrauličkom transportu u vidu guste mešavine, razlikuje se u odnosu na klasični proračun prvenstveno zbog toga što noseći fluid nije "čista" voda, već mešavina drugačijih (u opštem slučaju, nenjutnovskih) fizičkih svojstava. Usled primene guste mešavine kao nosećeg fluida, menjaju se [4]:

- uslovi tonjenja zrna u nosećem fluidu;
- otpori trenja u nosećem fluidu;
- ukupni otpori trenja pri hidrauličkom transportu.

Obzirom da je, u domaćoj literaturi, ovoj problematici do danas posvećena mala pažnja, u ovom radu je obrađeno jedno od navedenih pitanja – tonjenje zrna u nosećem fluidu (odnosno, u gustoj mešavini). Ostali pomenuti aspekti biće predmet narednog članka.

### 2. TEORIJSKE OSNOVE

U radu se mešavina tretira kao sistem sačinjen od tri komponente [8]:

- vode, gustine  $\rho_v$ ,
  - čestica (gline i prašine), koncentracije  $C_{vf}$ , reprezentativnog prečnika  $D_f$  i gustine  $\rho_{sf}$ ,
  - zrna (pesak i krupnije frakcije), koncentracije  $C_{vk}$  i uniformnih karakteristika - prečnika  $D_k$  i gustine  $\rho_{sk}$ .
- Ukupna koncentracija čvrste faze je:  $C_V = C_{vf} + C_{vk}$ .
- Noseći fluid sačinjavaju čestice i voda. Smatra se da je brzina tonjenja čestica (koje formiraju noseći fluid) zanemarljivo mala u odnosu na brzinu tonjenja zrna.

Gustina nosećeg fluida je jednaka:

$$\rho_l = \frac{\rho_{sf} \cdot C_{Vf} / 100 + \rho_v \cdot (1 - C_{Vf} / 100)}{1 - C_{Vk} / 100} \quad (1)$$

**Noseći fluid.** Poznato je da na fizička svojstva mešavine značajno utiče koncentracija čvrste faze u vodi i to, pre svega, učestće sitnih frakcija – čestica [8]. Pri niskim koncentracijama, rastojanje između čestica je veliko, a verovatnoća interakcija čestica mala, tako da je uticaj prisustva čestica na promenu gustine ili viskoznosti praktično zanemarljiv. Sa porastom koncentracije dolazi do interakcija čestica, formiranja agregata, promene gustine i viskoznosti i pojave nenjutnovskih svojstava nosećeg fluida. Pri određenoj “graničnoj” koncentraciji dolazi do formiranja mrežne strukture i pojave čvrstoće na smicanje (“granične nosivosti”). Noseći fluid postaje viskoplastični materijal, za koji važi zavisnost:

$$\tau = \tau_c + f(\dot{\gamma}), \quad \tau > \tau_c \quad (\text{viskozno tečenje})$$

$$\dot{\gamma} = 0, \quad \tau \leq \tau_c \quad (\text{plastično tečenje}), \quad (2)$$

gde su  $\tau$  i  $\dot{\gamma}$  - napon i brzina smicanja u posmatranom fluidnom deliću, a  $\tau_c$  - granična nosivost mešavine. Funkcija  $f(\dot{\gamma})$  obuhvata, u opštem slučaju, viskozne i turbulentne napone,  $\tau_v$  i  $\tau_t$ .

Nenjutnovska svojstva nosećeg fluida se, u proračunu, moraju opisati konstitutivnom vezom. Može se, na primer, koristiti troparametarski reološki model [9]:

$$\tau_o = \tau_c + \tau_v = \tau_c + \eta \cdot \Gamma^m, \quad \tau > \tau_c$$

$$\Gamma = 0, \quad \tau \leq \tau_c \quad (3)$$

gde su:  $\tau_o$  i  $\Gamma$  - napon i brzina smicanja na “čvrstoj granici”,  $\eta$  - indeks konzistencije, a  $m$  - indeks tečenja. Veličine  $\tau_c$ ,  $\eta$  i  $m$  su parametri modela (reološki parametri mešavine), čije se vrednosti određuju eksperimentalno.

Pod pretpostavkom da brzina smicanja  $\Gamma$  pri tonjenju zrna odgovara odnosu  $W_s/D_k$  ( $W_s$  - brzina tonjenja grupe zrna), izraz (3) se može prikazati u obliku [9]:

$$\tau_o = \tau_c + \tau_v = \tau_c + \eta \cdot (W_s/D_k)^m, \quad \tau > \tau_c$$

$$W_s = 0, \quad \tau \leq \tau_c \quad (4)$$

**Dimenziona analiza.** Funkcija, kojom se može opisati tonjenje zrna u mešavini nenjutnovskog karaktera, ima sledeći oblik [8]:

$$f_1(\rho_l, \eta, \tau_c, m, \rho_{sk}, D_k, C_{Vk}, f_M, d, g, W_s) = 0, \quad (5)$$

gde su:  $f_M$  - faktor oblika McNown-a, kojim se

obuhvata odstupanje oblika zrna od sfernog;  $d$  - karakteristična dimenzija sredine u kojoj se odvija taloženje i  $g$  - gravitaciono ubrzanje.

Ako se, kao osnovne veličine, usvoje  $\rho_l$ ,  $D_k$  i  $W_s$ , onda se, primenom  $\Pi$ -teoreme, funkcija (5) može predstaviti u obliku:

$$f_2(\Pi_\eta, \Pi_{\tau_c}, \Pi_m, \Pi_{\rho_{sk}}, \Pi_{C_{Vk}}, \Pi_{f_M}, \Pi_d, \Pi_g) = 0, \quad (6)$$

gde su bezdimenzioni brojevi:

$$\Pi_\eta = \frac{\eta \cdot (W_s/D_k)^m}{\rho_l W_s^2}; \quad \Pi_{\tau_c} = \frac{\tau_c}{\rho_l W_s^2}; \quad \Pi_m = m;$$

$$\Pi_{\rho_{sk}} = \frac{\rho_{sk} - \rho_l}{\rho_l} = \Delta; \quad \Pi_{C_{Vk}} = C_{Vk}; \quad \Pi_{f_M} = f_M;$$

$$\Pi_d = \frac{d}{D_k}; \quad \Pi_g = \frac{g D_k}{W_s^2}.$$

Da bi se uspostavila veza datih bezdimenzionih veličina, moraju se uvesti određena pojednostavljenja. Uobičajeno, posmatra se tonjenje usamljenog zrna ( $C_{Vk} = 0$ ) u nosećem fluidu neograničene zapremine ( $D_k/d = 0$ ), čemu odgovara funkcija oblika:

$$f_3(\Pi_\eta, \Pi_{\tau_c}, \Pi_m, \Pi_{\rho_{sk}}, \Pi_{f_M}, \Pi_g) = 0, \quad (7)$$

u kojoj prva veličina predstavlja Reynolds-ov broj zrna ( $Re_t = 1/\Pi_\eta$ ), a poslednja, Froude-ov broj zrna ( $Fr_t = \Pi_g$ ), uz zamenu  $W_s = W_o$  ( $W_s$  - brzina tonjenja grupe zrna,  $W_o$  - brzina tonjenja usamljenog zrna).

Funkcija (7) se dalje može pojednostaviti uvođenjem koeficijenta otpora tonjenju zrna,  $c_D$ :

$$f_4(c_D, \frac{\tau_c}{\rho_l W_o^2}, \Delta, \frac{g D_k}{W_o^2}) = 0, \quad (8)$$

odnosno:

$$W_o = W_o(c_D, \frac{\tau_c}{\rho_l}, \Delta, g D_k), \quad (9)$$

gde je:

$$c_D = c_D(\Pi_\eta, \Pi_{\tau_c}, \Pi_m, \Pi_{f_M}), \quad (10)$$

ili:

$$c_D = c_D(Re_t, He_t, m, f_M), \quad (11)$$

a  $He_t$  predstavlja Hedström-ov broj [2]:

$$He_t = \Pi_{\tau_c} \cdot \left( \frac{\Pi_\eta}{\Pi_{\tau_c}} \right)^{2/\Pi_m} = \frac{\rho_l \cdot D_k^2}{\tau_c} \cdot \left( \frac{\tau_c}{\eta} \right)^{2/m}.$$

**Vrednost koeficijenta otpora tonjenju zrna.** Za proračun vrednosti koeficijenta otpora  $c_D$  tonjenju zrna u gustoj mešavini nenjutnovskih svojstava, može se primeniti postupak za slučaj tonjenja u njutnovskom fluidu (vodi), ako se definiše “prošireni” Reynolds-ov broj  $Re_{t,p}$ , tako da obuhvati sve reološke parametre fluida:

$$c_D = c_D(Re_t, He_t, m, f_M) = c_D(Re_{t,p}, f_M) . \quad (12)$$

Na primer, ako se koristi  $Re_{t,p}$  u obliku [2]:

$$Re_{t,p} = \frac{(k_1 \cdot Re_t)^2}{k_1 \cdot Re_t + k_2 \cdot He_t} , \quad (13)$$

gde su  $k_1 = 8 \cdot \left[ \frac{m}{2(3m+1)} \right]^m$  i  $k_2 = 7\pi/24$ , onda je

funkcija (12) identična onoj za tonjenje u čistoj vodi i, za zrno sfernog oblika ( $f_M=1$ ), glasi:

- laminarni (Stokes-ov) režim tonjenja ( $Re_{t,p} < 1$ ):

$$c_D = 24/Re_{t,p} , \quad (14)$$

- prelazna oblast ( $1 \leq Re_{t,p} < 500$ ):

$$c_D = 18/Re_{t,p}^{0.6} , \quad (15)$$

- turbulentni režim tonjenja ( $Re_{t,p} \geq 500$ ):

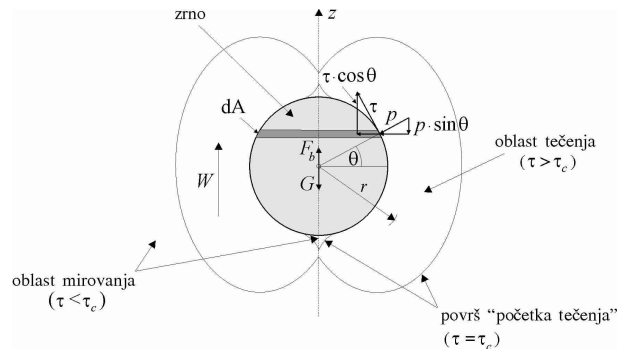
$$c_D = 0.45 . \quad (16)$$

Zamenom  $m=1$  u izrazima (3)-(16) dobijaju se obrasci za Bingham-ov fluid, zamena  $\tau_c=0$  daje izraze za stepeni model, a  $\tau_c=0$  i  $m=1$ , za njutnovski fluid.

**Brzina tonjenja usamljenog zrna u fluidu neogranične zapremine.** Posmatra se idealizovani slučaj tonjenja usamljenog zrna prečnika  $D_k$  i gustine  $\rho_{sk}$ , u nosećem fluidu gustine  $\rho_l$ , koje se odvija isključivo pod dejstvom gravitacione sile. Pretpostavlja se da je noseći fluid homogen, izotropan, nestišljiv i nenjutnovski (sa reološkim parametrima  $\tau_c$ ,  $\eta$  i  $m$ ), neogranične zapremine.

U slučaju male brzine tonjenja ( $Re_{t,p} \approx 0$ , odnosno  $\tau_c \gg \eta(W_o/D_k)^m$  ili  $Re_t \ll He_t$ ), proces se može predstaviti shemom datom na Slici 1 [9,10]. Tonjenje zrna izaziva uzlazno strujanje fluida u njegovoj neposrednoj blizini, gde je napon smicanja veći od granične nosivosti mešavine ( $\tau > \tau_c$ ). U oblasti gde granični napon nije premašen ( $\tau < \tau_c$ ), mešavina ostaje u stanju mirovanja. Sa porastom  $Re_t$ -broja u odnosu na vrednost  $He_t$ , oblast tečenja se povećava, da bi u

slučaju  $\tau_c=0$  ( $He_t=0$ ) postala “beskonačno velika”, što odgovara Stokes-ovoj shemi tonjenja u fluidu bez granične nosivosti.



Slika 1. Sile pri tonjenju čestice u mešavini.

U posmatranom slučaju tonjenja (Slika 1), jednačina ravnoteže sila u pravcu  $z$ -ose ima oblik [11]:

$$F = G - F_b - F_s = G' - F_s , \quad (17)$$

gde su:

$F$  - inercijalna sila:

$$F = \rho_{sk} \cdot V_{sk} \cdot \frac{dW}{dt} , \quad (18)$$

pri čemu je  $V_{sk}$  - zapremina zrna, a  $W$  - brzina tonjenja u trenutku  $t$ ;

$G$  - težina zrna u suvom stanju:

$$G = \rho_{sk} \cdot V_{sk} \cdot g ; \quad (19)$$

$F_b$  - sila potiska:

$$F_b = \rho_{sk} \cdot V_{sk} \cdot g \cdot (\rho_l / \rho_{sk}) = \rho_l \cdot V_{sk} \cdot g , \quad (20)$$

gde se gustina nosećeg fluida  $\rho_l$  određuje prema izrazu (1), uz  $C_{V_k}=0$ ;

$G'$  - težina zrna u potopljenom stanju:

$$G' = G - F_b = (\rho_{sk} - \rho_l) \cdot g \cdot V_{sk} , \quad (21)$$

$F_s$  - sila otpora tonjenju zrna:

$$F_s = T + P = \iint_A \tau \cdot \cos \theta \cdot dA + \iint_A p \cdot \sin \theta \cdot dA . \quad (22)$$

Napon smicanja  $\tau$  u jednačini (22) se, prema izrazu (2), može prikazati u vidu:

$$\tau = \tau_c + f(dW/dr) , \quad \tau > \tau_c$$

$$dW/dr = 0 , \quad \tau \leq \tau_c . \quad (23)$$

Data jednačina podrazumeva da nema tonjenja zrna ukoliko je napon u fluidnom polju oko njega, izazvan težinom zrna, manji od graničnog ( $\tau < \tau_c$ ). U tom slučaju, posmatrano zrno “pluta” u mešavini zahvaljuju-

ći njenoj graničnoj nosivosti. U slučaju da tonjenje zrna postoji (kada je u neposrednoj blizini zrna  $\tau > \tau_c$ ), sila izazvana dejstvom tangencijalnih napona,  $T$ , se može razložiti na dva dela: silu  $T_1$ , srazmernu graničnoj nosivosti  $\tau_c$  i silu usled viskoznosti  $T_2$  (drugi sabirak u jednačini (23)), što dovodi do transformacije izraza (22) u oblik:

$$F_s = T_1 + T_2 + P = \iint_A \tau_c \cdot \cos \theta \cdot dA + \iint_A f \left( \frac{dW}{dr} \right) \cdot \cos \theta \cdot dA + \iint_A p \cdot \sin \theta \cdot dA \quad (24)$$

U odnosu na “Stokes-ov otpor” tonjenju u njutnovskom fluidu, koji obuhvata drugi i treći sabirak u izrazu (24), postoji dodatna komponenta otpora (prvi sabirak), usled postojanja granične nosivosti mešavine [12].

Pod pretpostavkom sfernog oblika posmatranog zrna, zbir sila  $T_2 + P$  se definiše u obliku:

$$F_{sN} = T_2 + P = c_D \cdot \frac{D_k^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\rho_l \cdot W^2}{2}, \quad (25)$$

a sila  $T_1$  se može predstaviti u obliku [11]:

$$F_{sc} = T_1 = \tau_c \cdot \left( \frac{D_k \cdot \pi}{2} \right)^2. \quad (26)$$

Sila  $T_1$  je nezavisna od gradijenta brzine, a samim tim i od brzine tonjenja.

Koristeći navedene izraze, jednačina ravnoteže sila (17) može se prikazati kao:

$$\underbrace{\rho_{sk} \cdot \frac{D_k^3 \cdot \pi}{6} \cdot \frac{dW}{dt}}_F = \underbrace{(\rho_{sk} - \rho_l) \cdot g \cdot \frac{D_k^3 \cdot \pi}{6}}_{G'} - \left( \underbrace{\tau_c \cdot \frac{D_k^2 \cdot \pi^2}{4}}_{F_{sc}} + \underbrace{c_D \cdot \frac{D_k^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\rho_l \cdot W^2}{2}}_{F_{sN}} \right), \quad (27)$$

odnosno, u bezdimenzionom obliku:

$$\underbrace{\frac{4 \cdot D_k \cdot \rho_{sk}}{3 \cdot W^2} \cdot \frac{dW}{dt}}_{F_*} = \underbrace{\frac{4 \cdot g D_k}{3 \cdot W^2} \cdot \Delta}_{G_*} - \left( \underbrace{\frac{2\pi \cdot \tau_c}{\rho_l \cdot W^2}}_{F_{sc}^*} + \underbrace{\frac{c_D}{F_{sN}^*}}_{F_{sN}^*} \right) \quad (28)$$

ili

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\rho_{sk} - \rho_l}{\rho_{sk}} \cdot g - \frac{3\tau_c \cdot \pi}{2\rho_{sk} \cdot D_k} - c_D \cdot \frac{3\rho_l \cdot W^2}{4\rho_{sk} \cdot D_k}. \quad (29)$$

Obrazac za brzinu ustaljenog, jednolikog tonjenja zrna,  $W_o$ , dobija se kada se izvod na levoj strani izraza (29) izjednači sa nulom [11]:

$$W_o = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{c_D} \cdot \Delta \cdot g \cdot D_k - 2\pi \cdot \frac{1}{c_D} \cdot \frac{\tau_c}{\rho_l}}, \quad (30)$$

odakle se dobija izraz za koeficijent otpora  $c_D$ , oblika:

$$c_D = \frac{4}{3} \cdot \frac{\Delta \cdot g \cdot D_k}{W_o^2} - 2\pi \cdot \frac{\tau_c}{\rho_l \cdot W_o^2}. \quad (31)$$

Iz izraza (30), zamenom  $\tau_c=0$  se dobija poznata relacija za tonjenje čestica u njutnovskom fluidu.

Iz izraza (30) se vidi da brzina tonjenja u mešavini, zbog veće gustine  $\rho_l$  i postojanja granične nosivosti  $\tau_c$ , mora biti manja nego brzina tonjenja istog zrna u vodi. Brojni rezultati eksperimenata pokazuju da ova razlika iznosi i do nekoliko redova veličine [13].

Brzina tonjenja  $W_o$  se izračunava primenom sledećeg iterativnog postupka:

1. pretpostavi se vrednost  $W_o$ ;
2. za pretpostavljenu brzinu  $W_o$ , na osnovu prethodno određenih vrednosti reoloških parametara nosećeg fluida, primenom obrasca (13) se izračunava  $Re_{t,p}$ ;
3. izračunava se vrednost  $c_D$  primenom jednog od izraza (14)-(16), u zavisnosti od vrednosti  $Re_{t,p}$ ;
4. izračunava se vrednost  $W_o$ , prema obrascu (30);
5. porede se pretpostavljena i računaska vrednost  $W_o$ ;
6. sa dobijenom (računskom) vrednošću  $W_o$ , postupak se ponavlja (počev od koraka 2), dok se ne postigne zadovoljavajuće slaganje.

Osnovna razlika u odnosu na tonjenje zrna u njutnovskom fluidu, posledica je postojanja granične nosivosti mešavine, usled čega se deo krupnih frakcija održava u mešavini bez taloženja [14]. Prečnik najkrupnijeg zrna koje se ne taloži usled postojanja granične nosivosti,  $D_o$ , određuje se zamenom  $W_o=0$  u izrazu (30) [4,11]:

$$D_o = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{\tau_c}{(\rho_{sk} - \rho_l) \cdot g}. \quad (34)$$

Obzirom da prečnik  $D_o$  direktno zavisi od parametra  $\tau_c$ , vrednost  $D_o$  zavisi od koncentracije, granulometrijskog i mineralošskog sastava čestica nosećeg fluida [8].

**Brzina tonjenja grupe zrna u fluidu neograničene zapremine.** Prisustvo veće količine zrna u mešavini odražava se na brzinu tonjenja kroz dva mehanizma: a) "preklapaju" se zone poremećaja ("oblasti tečenja"), koje se javljaju u neposrednoj okolini zrna koja tonu (Slika 1); b) povećava se gustina mešavine i menjaju se vrednosti reoloških parametara fluida u kome se tonjenje odvija. Oba efekta utiču na smanjenje brzine tonjenja  $W_s$  u odnosu na brzinu tonjenja usamljenog zrna  $W_o$  u istom fluidu [15].

Za proračun  $W_s$  se najčešće primenjuje empirijska funkcija Richardson-a i Zaki-ja [15]:

$$W_s = W_o \cdot (1 - C_{vk}/100)^\alpha, \quad (35)$$

gde je  $W_o$  - brzina tonjenja usamljenog zrna u fluidu neograničene zapremine, sračunata primenom obrasca (30). Vrednost koeficijenta  $\alpha$  zavisi od parametara  $Re_t$ ,  $\Delta$  i  $C_{vk}$  [16], kao i odnosa  $D_k/d$  u slučaju tonjenja u fluidu ograničene zapremine [17]. Najčešće se  $\alpha$  definiše u zavisnosti od  $Re_t$  - na primer,  $\alpha \approx 4.7$  (za  $Re_t < 0.4$ ), odnosno  $\alpha \approx 2.3$  (za  $Re_t > 1000$ ) [13].

**Uticao ograničenosti zapremine fluida na brzinu tonjenja.** Ovaj uticaj se obuhvata parametrom  $D_k/d$  u funkciji (6). Eksperimentalna istraživanja pokazuju da je ovaj uticaj posebno izražen u laminarnom režimu tonjenja [18], a izraženiji je kod fluida sa graničnom nosivošću, nego kod pseudoplastičnih fluida [9]. U sva tri režima tonjenja, uticaj zidova je manji kod nenjutnovskih nego kod njutnovskih mešavina [19].

Efekat ograničenosti zapremine fluida na brzinu tonjenja manji je kod nesferičnih nego kod sferičnih čestica, kako u njutnovskim [20], tako i u nenjutnovskim mešavinama [21]. Kao i u slučaju sfernih čestica, i kod nesferičnih čestica je uticaj ograničenosti zapremine manji pri tonjenju u nenjutnovskim, nego u njutnovskim fluidima [21].

Jedan od često primenjenih izraza za brzinu tonjenja u fluidu ograničene zapremine je [1]:

$$W'_o = W_o \cdot \left[ 1 + \frac{9 D_k}{4 d} + \left( \frac{9 D_k}{4 d} \right)^2 \right], \quad (36)$$

gde je  $W'_o$  - brzina tonjenja u sudu prečnika  $d$ , a  $W_o$  - brzina tonjenja usamljenog zrna u fluidu neograničene zapremine, sračunata primenom obrasca (30).

**Tonjenje zrna u pokretnoj mešavini.** Promena brzine tonjenja u tokovima mešavina, u odnosu na brzinu tonjenja u mešavini koja miruje, prouzrokovana je pre svega promenom reoloških parametara mešavine pod uticajem tečenja. Smatra se da se vrednosti reoloških parametara ne menjaju u laminarnom režimu tečenja, pa je razlika u brzini tonjenja vezana za turbulentni režim tečenja mešavine.

Turbulencija toka ima dvojak uticaj na tonjenje čestica: 1) usled delovanja sila turbulentne difuzije, brzina tonjenja se smanjuje u odnosu na fluid u stanju mirovanja; 2) pod dejstvom turbulencije, mrežna struktura mešavine se u izvesnoj meri razgrađuje, zbog čega se brzina tonjenja povećava [13]. Sa stanovišta hidrauličkog transporta, može se smatrati da je ukupni uticaj turbulencije mali, tako da se u proračunu može koristiti vrednost brzine tonjenja sračunata za uslove nepokretne mešavine [1,2,4].

### 3. DOMEN PRIMENE POJEDINIH IZRAZA

U zavisnosti od koncentracije i granulometrijskog sastava čvrste faze postoji više karakterističnih slučajeva tonjenja u gustoj mešavini, koji se objašnjavaju u nastavku [13].

**Tonjenje u mešavinama bez mrežne strukture.** Pri niskoj koncentraciji sitnih čestica (orijentaciono,  $C_{vf} < 10\%$ ), mešavina ne poseduje mrežnu strukturu, a izbor izraza za proračun brzine tonjenja zavisi od koncentracije krupnih frakcija  $C_{vk}$ . Vrednostima  $C_{vk}$  do oko 1% odgovara slučaj taloženja usamljenih zrna, pa se za izračunavanje brzine tonjenja može koristiti izraz (30), uz zamenu  $\tau_c = 0$ . Pri koncentraciji  $C_{vk} \approx 2 \div 10\%$ , dolazi do pojave ometanog taloženja [4], pa se pri ovim i većim koncentracijama koristi izraz (35), pri čemu za izračunavanje brzine  $W_o$  treba zameniti  $\tau_c = 0$ .

**Tonjenje u mešavinama sa mrežnom strukturom.** Široko je prihvaćeno mišljenje da se mrežna struktura, odnosno granična nosivost mešavine, formira pri koncentraciji čestica  $C_{vf} \approx 10\%$ . Uticaj mrežne strukture se ogleda kroz značajno smanjenje zone poremećaja fluida oko zrna koje tone, zbog čega ni pri visokoj koncentraciji zrna ne dolazi do ometanog taloženja. Pretpostavlja se da otpor tonjenju zrna izaziva isključivo noseći fluid. Zato se, u ovom slučaju, ne preporučuje

primena izraza (35) za tonjenje grupe zrna, već izraz (30), za tonjenje usamljenog zrna [13].

**Taloženje mrežne strukture mešavine.** Sa porastom koncentracije  $C_{vf}$  iznad 10%, povećavaju se stepen kompaktnosti i čvrstoće mrežne strukture. Usled postojanja granične nosivosti, određeni procenat krupnih zrna zadržava se u mrežnoj strukturi, pri čemu ovaj procenat raste sa povećanjem koncentracije  $C_{vf}$ . Počev od određene vrednosti  $C_{vf}$  ( $>10\div 15\%$ , pri čemu ova vrednost zavisi od prečnika nakrupnijeg zrna), sva nevezana zrna postaju sastavni deo mrežne strukture. Mešavina postaje "homogeni" fluid, gde ukupna čvrsta faza tone kao jedna celina, izuzetno malom brzinom. Pri tonjenju se izdvaja sloj vode na površini i formira jasna granica izdvojene vode i mešavine. U zavisnosti od ukupne koncentracije čvrste faze, ovaj proces pre treba posmatrati kao filtraciju vode kroz pore mrežne strukture, odnosno kao konsolidaciju čvrste faze [13]. Sa stanovišta hidrauličkog transporta, tonjenje se u ovom slučaju može zanemariti, a mešavina se u proračunu može tretirati kao homogena.

#### 4. PRORAČUN I DISKUSIJA REZULTATA

Koristeći izraze (30), (35) i (36) za proračun brzine tonjenja, u nastavku je, na konkretnom primeru, prikazan uticaj pojedinih faktora na brzinu tonjenja.

Analizirani materijal je pepeo (i šljaka), koji nastaje sagorevanjem uglja u TE Drmno u Kostolcu, a koji se u vidu mešavine transportuje od elektrane do mesta odlaganja. U studiji [22] ispitana je mogućnost transporta pepela i šljake TE Drmno u vidu guste mešavine. U okviru studije, laboratorijskim ispitivanjima su utvrđena fizička svojstva materijala za četiri proizvoljno izabrana uzorka pepela i šljake, zahvaćena sa deponije. Granulometrijski sastav ispitanih uzoraka pepela dat je na Slici 2 (gde je  $p$  - procenat zastupljenosti čestica/zrna prečnika  $D$ ). Gustina materijala iznosi  $1900 \text{ kg/m}^3$ . Primenom cevastog viskozimetra definisani su reološki parametri mešavina, dobijenih mešanjem sva četiri uzorka sa vodom. Ispitan je opseg koncentracija ukupne čvrste faze  $C_v \approx 30\text{-}40\%$ . Primera radi, za mešavine sačinjene od uzorka 1 (za koje opsegu koncentracija  $C_v \approx 30\text{-}40\%$  odgovara opseg  $C_{vf} \approx 10.4\text{-}13.5\%$ ), određene su zavisnosti reoloških parametara od koncentracije  $C_{vf}$  u obliku:

$$\begin{aligned} \tau_c &= 0.008 \cdot \exp\left(\frac{C_{vf}(\%) - 10.37}{1.04}\right) \text{ (Pa)}, \\ \eta &= 5 \cdot \exp(C_{vf}(\%)/6.45) \text{ (mPas)}, \\ m &= 1 \text{ (I)}. \end{aligned} \quad (37)$$

Na Slici 3 je analizirano tonjenje zrna gustine  $\rho_{sk} = 1900 \text{ kg/m}^3$  u nosećim fluidima, sačinjenim od vode (gustine  $\rho_v = 998.2 \text{ kg/m}^3$ ) i različite koncentracije čestica  $C_{vf}$ . Porast koncentracije  $C_{vf}$  uslovljava povećanje gustine nosećeg fluida  $\rho_l$  i smanjenje relativne gustine  $\Delta$  (Tabela 1).

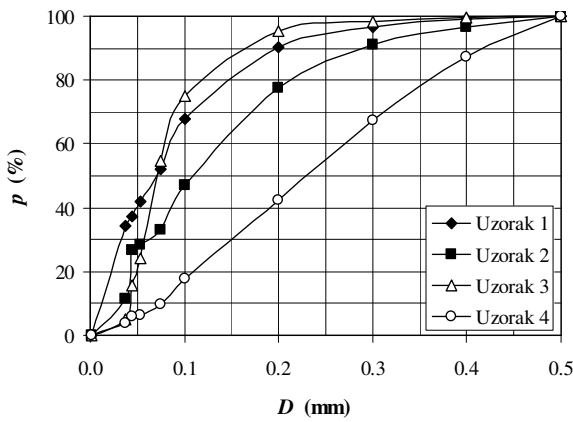
Tabela 1. Vrednosti parametara mešavina, analiziranih na Slici 3.

$C_{vf}(\%)$	0.00	1.20	1.53	3.46	6.50	10.37
$\rho_l \text{ (kg/m}^3\text{)}$	998.2	1009.0	1012.0	1029.4	1056.8	1091.7
$\Delta \text{ (I)}$	0.903	0.883	0.877	0.846	0.798	0.740

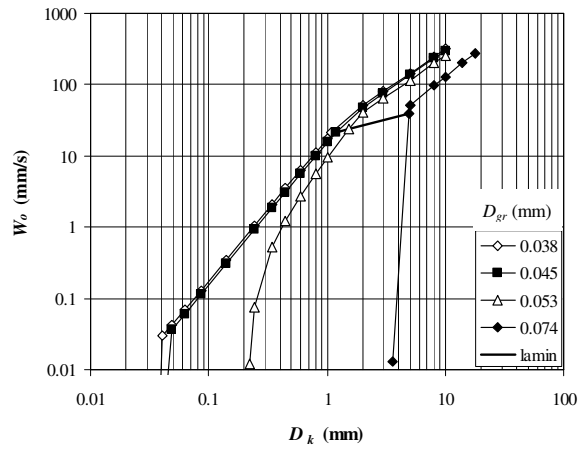
Za materijal datog granulometrijskog sastava, granična nosivost mešavine se formira pri  $C_{vf} \approx 10\text{-}11\%$  [22], tako da je za sve ispitane mešavine  $\tau_c = 0$ . Zavisnost  $\eta(C_{vf})$  opisana je empirijski definisanom eksponencijalnom funkcijom, sličnom onoj u izrazima (37) [22].

Sa Slike 3 se može konstatovati da fizička, odnosno reološka svojstva nosećeg fluida, značajno utiču na brzinu tonjenja. Poređenjem rezultata za  $\Delta = 0.9$  (čista voda) i  $\Delta = 0.74$  ( $C_{vf} \approx 10\%$ ), dolazi se do zaključka da se brzina tonjenja u laminarnom režimu (oblast ispod pune linije) razlikuje 20-50 puta. Približno jednaku brzinu tonjenja imaju zrno određene krupnoće  $D_k$  u vodi i zrna krupnoće  $(4\text{-}8)D_k$  u mešavini (za koju je  $\Delta = 0.74$ ).

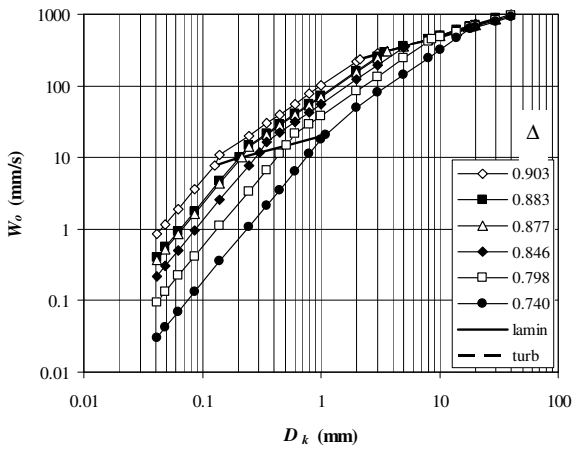
Na Slici 4 je analiziran hipotetički slučaj tonjenja zrna različite gustine  $\rho_{sk}$  u izabranom nosećem fluidu. Za analizu su usvojene vrednosti  $\rho_{sk}$  za nekoliko mineralnih sirovina iz naše zemlje (Tabela 2) [5,8,22]. Kao noseći fluid, usvojena je mešavina vode i pepela TE Drmno, sledećih karakteristika [22]:  $\rho_{sf} = 1900 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_{vf} = 13.5\%$ ,  $\rho_l = 1119.9 \text{ kg/m}^3$ ,  $\tau_c = 0.16 \text{ Pa}$ ,  $\eta = 40.55 \text{ mPas}$ .



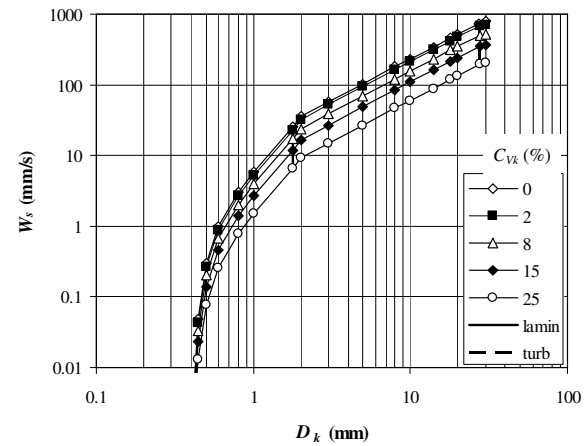
Slika 2. Granulometrijski sastav pepela TE Drmno [22].



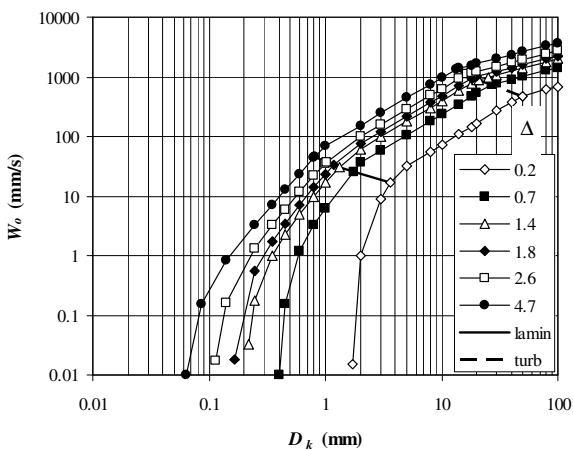
Slika 5. Uticaj izbora prečnika  $D_{gr}$  na brzinu tonjenja.



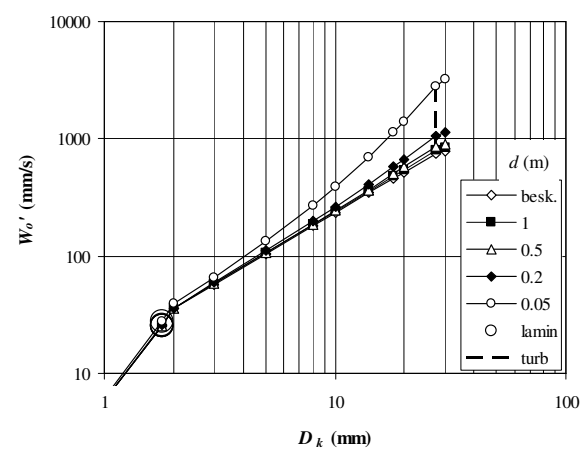
Slika 3. Uticaj relativne gustine  $\Delta$  na brzinu tonjenja.  
Uzrok promene  $\Delta$  je promena  $\rho_l$ , odnosno  $C_{Vf}$ .



Slika 6. Uticaj koncentracije  $C_{Vk}$  na brzinu tonjenja.



Slika 4. Uticaj relativne gustine  $\Delta$  na brzinu tonjenja.  
Uzrok promene  $\Delta$  je promena  $\rho_{sk}$ .



Slika 7. Uticaj ograničenosti zapremine fluida, izražene koristeći parametar  $d$ , na brzinu tonjenja.

Tabela 2. Vrednosti  $\rho_{sk}$  sirovina analiziranih na Slici 4.

Sirovina	Poreklo	$\rho_{sk}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\Delta$ (l)
Lignit	Kolubara, Lazarevac	1300	0.2
Pepeo/šljaka	TE Drmno, Kostolac	1900	0.7
Ruda bakra	V. Krivelj, Bor	2650	1.4
Ruda olova i cinka	Rudnik, Rudnik	3100	1.8
Koncentrat bakra	V. Krivelj, Bor	4000	2.6
Koncentrat olova	Rudnik, Rudnik	6400	4.7

U laminarnom režimu tonjenja, brzina taloženja zrna bakra ( $\Delta=1.4$ ) u posmatranom nosećem fluidu, veća je za oko red veličine, a zrna olova ( $\Delta=4.7$ ), za oko dva reda veličine, u odnosu na brzinu tonjenja zrna lignita ( $\Delta=0.2$ ). U turbulentnom režimu tonjenja, ove razlike se smanjuju, orijentaciono, na polovinu (Slika 4). Jednaku brzinu tonjenja imaju zrno olova ( $\Delta=4.7$ ) i zrno lignita ( $\Delta=0.2$ ) približno 10 puta veće krupnoće. Primenom izraza (34), može se sračunati da prečnik najkrupnijeg zrna lignita ( $\Delta=0.2$ ), koje se neće taložiti u posmatranom nosećem fluidu (usled postojanja granične nosivosti) iznosi  $D_o=0.43$  mm, a na Slici 4 se vidi da je brzina tonjenja i krupnijih zrna ( $D_k < 1$  mm) zanemarljivo mala.

Na Slici 5 je analiziran uticaj usvojene vrednosti "graničnog" prečnika  $D_{gr}$ , kojim se razdvajaju čestice ( $D = D_f < D_{gr}$ ) i zrna ( $D = D_k > D_{gr}$ ) čvrste faze. U literaturi se, za određivanje dela čvrste faze koji učestvuje u formiranju nosećeg fluida, koriste različite vrednosti: 0.105 mm ili 0.074 mm [4], 0.050 mm [3], 0.035 mm [2]. Značaj izbora vrednosti  $D_{gr}$  zavisi od granulometrijskog sastava čvrste faze. Sve dok, za razne vrednosti  $D_{gr}$ , nema izrazite promene koncentracije  $C_{Vf}$  i vrednosti reoloških parametara, može se usvojiti bilo koja od datih vrednosti [4]. Kada je u pitanju materijal sa velikim učešćem sitnih frakcija, izbor vrednosti  $D_{gr}$  bitno utiče na rezultate proračuna, što će se videti u primeru koji sledi.

Na Slici 5 su prikazani rezultati analize za uzorak pepela broj 1. Vrednosti fizičkih parametara date su u Tabeli 3.

Tabela 3. Vrednosti parametara mešavine za usvojene različite vrednosti  $D_{gr}$ .

$D_{gr}$ (mm)	0.038	0.045	0.053	0.074
$p$ (%)	34.5	37.1	42.1	52.3
$C_{Vf}$ (%)	10.37	11.15	12.66	15.72
$\rho_l$ (kg/m <sup>3</sup> )	1091.7	1098.8	1112.4	1140.0
$\tau_c$ (Pa)	0.00	0.02	0.07	1.37
$\eta$ (mPas)	24.96	28.18	35.57	57.22

Za vrednosti  $D_{gr}=0.038$  mm i 0.045 mm, razlike sračunatih brzina tonjenja su zanemarljivo male, jer se vrednosti  $\tau_c$  i  $\eta$  neznatno menjaju. Za usvojenu vrednost  $D_{gr}=0.053$  mm, dolazi do pojave granične nosivosti u nosećem fluidu i do značajnijeg povećanja viskoznosti, pa zavisnost  $W_o(D_k)$  u laminarnoj oblasti tonjenja odstupa od prethodnih. U slučaju  $D_{gr}=0.074$  mm, radi se o nosećem fluidu značajne granične čvrstoće i viskoznosti, tako da su sračunate vrednosti  $W_o$  izrazito manje u odnosu na prethodne slučajeve. Za  $D_{gr}=0.053$  mm, dobija se da praktično nema tonjenja zrna finog peska ( $D_k < 0.25$  mm), dok se pri  $D_{gr}=0.074$  mm može zaključiti da nema tonjenja ni najkrupnijih frakcija peska ( $D_k < 2$  mm).

Može se konstatovati da, u konkretnom slučaju, ima velikog značaja koja će se vrednost  $D_{gr}$  usvojiti za proračun brzine tonjenja i to je posledica granulometrijskog sastava materijala, u kome značajno učešće imaju frakcije gline i prašine.

Generalno, preporučuje se izbor najmanje raspoložive vrednosti  $D_{gr}$  (u ovom slučaju, 0.038 mm), jer se na taj način dobijaju rezultati na strani sigurnosti. Ovo je naročito važno u laminarnoj oblasti tonjenja, dok prelaskom u prelaznu, pa turbulentnu oblast tonjenja, pitanje izbora vrednosti  $D_{gr}$  gubi značaj.

Na Slici 6 je razmatrano ometano taloženje zrna pepela i šljake, gustine  $\rho_{sk}=1900$  kg/m<sup>3</sup>, u nosećem fluidu sledećih svojstava:  $\rho_{sf}=1900$  kg/m<sup>3</sup>,  $C_{Vf}=13.5\%$ ,  $\rho_l=1119.9$  kg/m<sup>3</sup>,  $\Delta=0.697$ ,  $\tau_c=0.16$  Pa,  $\eta=40.55$  mPas.



Ispitan je širok opseg koncentracija zrna, od  $C_{vk}=0$  (usamljeno zrno), do  $C_{vk}=25\%$ , čemu odgovaraju vrednosti ukupne koncentracije čvrste faze od  $C_v=13.5\%$  do  $C_v\approx 39\%$ . Za zrna sitnog peska ( $D_k < 0.5$  mm), uticaj koncentracije zrna je zanemarljivo mali. Ovaj uticaj se, u laminarnoj oblasti, povećava sa povećanjem prečnika zrna, a zatim se, po ulasku u prelaznu oblast, ustaljuje. Brzina tonjenja zrna sitnog i šljunka srednje krupnoće ( $2 \text{ mm} < D_k < 20 \text{ mm}$ ) u ispitanoj nosećem fluidu, veća je 3-6 puta pri koncentraciji zrna  $C_{vk}=25\%$  ( $C_v\approx 39\%$ ), nego u slučaju usamljenog zrna ( $C_{vk}=0$ ,  $C_v=13.5\%$ ).

Na Slici 7 je ilustrovan uticaj ograničenosti zapremine u kojoj se odvija tonjenje, na brzinu tonjenja usamljenog zrna,  $W_o$ . Ispitano je pet slučajeva, počev od tonjenja u fluidu neograničene zapremine ( $d \rightarrow \infty$ ), do tonjenja u sudu malih dimenzija ( $d=5$ , odnosno 20 cm). Uticaj ograničenosti zapremine je zanemarljiv pri vrednostima  $D_k/d < 1/50$ , dok je za vrednosti  $D_k/d < 1/25$ , u granicama od 10%. Obzirom da prečnik najkrupnijeg zrna materijala koji se prenosi hidrauličkim transportom retko prelazi  $D_k=5$  mm (što daje  $d=25D_k=125$  mm), uticaj ograničenosti zapremine na brzinu tonjenja najčešće ostaje u navedenim okvirima od 10%.

## 5. ZAKLJUČAK

Poslednjih godina, hidraulički transport čvrstih materijala u vidu guste mešavine sve više potiskuje konvencionalnu tehnologiju transporta u vidu retke pulpe, pre svega zbog veće ekonomičnosti pri transportu i pozitivnih tehničkih, ekonomskih i ekoloških efekata pri odlaganju. Osnovna razlika dva vida hidrauličkog transporta ogleda se u primenjenom transportnom medijumu. U klasičnom postupku, noseći fluid je voda, a u novom, mešavina vode i dela čvrste faze koja, u opštem slučaju, može imati svojstva nenjutnovskog fluida. Jedna od posledica nenjutnovskog karaktera nosećeg fluida jeste uticaj na brzinu tonjenja krupnih frakcija u mešavini.

Nenjutnovska svojstva nosećeg fluida se, u proračunu, moraju opisati konstitutivnom vezom – eksperimentalno definisanim reološkim modelom. Postupak proračuna koeficijenta otpora tonjenju zrna i brzine tonjenja, može se svesti na “njutnovski”, ukoliko se Reynolds-ov broj zrna formuliše u proširenom obliku, tako da obuhvati sve reološke parametre mešavine. Brzina tonjenja zavisi

od jednog dodatnog parametra – granične nosivosti mešavine. Usled postojanja granične nosivosti, jedan deo čvrste faze se ne taloži ni u stanju mirovanja mešavine. Najveći uticaj na brzinu tonjenja zrna imaju reološka svojstva nosećeg fluida. Brzina tonjenja istog zrna u nenjutnovskoj mešavini i u čistoj vodi, može se razlikovati za više redova veličine.

## LITERATURA

- [1] Wasp, E.J., Kenny, J.P., Gandhi, R.L. Solid-liquid flow: Slurry pipeline transportation, Gulf Publishing Co., Houston, USA, 1978.
- [2] Hanks, R.W. Principles of slurry pipeline hydraulics. Chapter 6 in: Encyclopedia of Fluid Mechanics, Vol.5: Slurry and suspension flow properties, Cheremisinoff, N.P. ed., Gulf Publishing Co., Houston, USA, 1986.
- [3] Šašić, M. Transport fluida i čvrstih materijala cevima, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [4] Shook, C.A., Roco, M.C. Slurry flow - Principles and Practice, Butterworth-Heinemann, Reed Publishing Inc., Boston, USA, 1991.
- [5] Knežević, D., Kolonja, B., Stanković, R. Hidraulički transport mineralnih sirovina, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd, 1996.
- [6] Chhabra, R.P., Richardson, J.F. Hydraulic transport of coarse particles in viscous Newtonian and non-Newtonian media in a horizontal pipe, Chem.Eng.Res. Des., ICE, Vol.63, Nov., 1985.
- [7] Swamee, P.K. Design of Sediment-Transporting Pipeline, Jour. Hydr. Eng., ASCE, 110(11), 1995.
- [8] Komatina, D. Fizički procesi i modeliranje tokova nenjutnovskih fluida sa slobodnom površinom, doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd, 1999.
- [9] Atapattu, D.D., Chhabra, R.P., Uhlherr, P.H.T. Creeping sphere motion in Herschel-Bulkley fluids: flow field and drag, Jour. Non-Newton. Fluid Mech., Vol.59, 1995.
- [10] Beris, A.N., Tsamopoulos, J.A., Armstrong, R.C., Brown, R.A. Creeping motion of a sphere through a Bingham plastic, Jour. Fluid Mech., Vol.158, 1985.
- [11] Dedegil, M.Y. Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian suspensions. Proc. of the Int. Symp. on Slurry Flows, Roco, M.C. & Wiedenroth, W., Eds., ASME, New York, USA., Vol.FED-38, 1986.

- [12] Du Plessis, M.P., Ansley, R.W. Settling parameter in solids pipelining, *Journal of Pipeline Division, ASCE*, Vol.93, No.PL2, 1967.
- [13] Wan, Z., Wang, Z. Hyperconcentrated flow, IAHR Monograph series, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1994.
- [14] Park, J.T., Grimley, T.A., Mannheimer, R.J. LDA velocity profile measurements of a non-Newtonian slurry with various yield stresses in turbulent pipe flows, *Proc. of the 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Multiphase Flow*, Kyoto, Japan, IF3, 1995.
- [15] Woo, H.S., Julien, P.Y., Richardson, E.V. Suspension of large concentrations of sands, *Jour. Hydr. Eng., ASCE*, 114(8), 1988.
- [16] Cheng, N.-S. Effect of concentration on settling velocity of sediment particles, *Jour. Hydr. Eng., ASCE*, 123(8), 1997.
- [17] Chhabra, R.P., Unnikrishnan, A., Unnikrishnan Nair, V.R. Hindered settling in non-Newtonian power law liquids, *Can. Jour. Chem. Eng.*, Vol.70, 1992.
- [18] Chhabra, R.P., Singh, T., Nandrajog, S. Drag on chains and agglomerates of spheres in viscous Newtonian and power law fluids, *Can. Jour. Chem. Eng.*, Vol.73, 1995.
- [19] Chhabra, R.P., Uhlherr, P.H.T. Wall effect for high Reynolds number motion of spheres in shear thinning fluids, *Chem. Eng. Commun.*, Vol.5, 1980.
- [20] Chhabra, R.P. Wall effects on free-settling velocity of non-spherical particles in viscous media in cylindrical tubes, *Powder Technology*, Vol.85, 1995.
- [21] Chhabra, R.P. Wall effects on terminal velocity of non-spherical particles in non-Newtonian polymer solutions, *Powder Technology*, Vol.88, 1996.
- [22] Monevski, B., Marković, Z., Milojković, M., Rajković, D., Komatina, D., Živanović, M., Radosavljević, S., Radosavljević, A., Bužalo, A. Ispitivanje uslova pripreme i transporta pepela i šljake TE Drmno u obliku guste pulpe, studija, Rudarski institut, Zemun, 1998.

## HYDRAULIC TRANSPORT OF COARSE PARTICLES IN NON-NEWTONIAN MEDIA, PART I: SETTLING OF PARTICLES

by

Dejan KOMATINA  
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

### Summary

Hydraulic transport of coarse particles in non-Newtonian media has been extensively used in mining industry, for technical, economic and environmental benefits associated with the technology. Settling of particles in non-Newtonian fluids is discussed in the paper, being one of the crucial tasks for a proper design of the hydraulic transport parameters. Procedures for the estimation of the drag coefficient and settling velocity are described, and

the applicability of the relationships discussed. Influence of different factors onto the settling velocity is illustrated through an example, and characteristics of the phenomenon are underlined.

Key words: hydraulic transport, coarse particles, non-Newtonian medium, dense slurry, settling velocity, drag coefficient.

Redigovano 20.04.2005.