

## HIDRAULIČKI PRORAČUN NATURALNO UREĐENIH REČNIH TOKOVA

Dejan KOMATINA  
Građevinski fakultet u Beogradu

### REZIME

U radu je izložen postupak proračuna linije nivoa naturalno uređenih vodotoka. Proračun se obavlja primenom energetske jednačine u kojoj se koristi koeficijent trenja Darcy-Weisbacha. U prethodnom radu autora [1] je zaključeno da primena ovog koeficijenta ima opravdanja u slučaju naturalno regulisanih reka. U istom članku je opisan postupak proračuna koeficijenta Darcy-Weisbacha za razne stepene hrapavosti rečnog dna i tipove vegetacije u koritu. Posebna pažnja u ovom radu je posvećena proračunu otpora pri tečenju velikih voda, odnosno modeliranju dopunskog otpora koji se javlja kao posledica hidrodinamičke interakcije glavnog korita i inundacije. Postupak proračuna je ilustrovan brojnim primerom u kome je dato poređenje sa rezultatima dobijenim primenom standardnog linijskog modela.

**Ključne reči:** naturalno uređenje reka, hidraulički proračun, korito složenog preseka.

### 1. UVOD

Naturalno uređenje rečnih tokova predstavlja u svetu široko prihvaćeni pristup regulaciji manjih vodotoka. Specifičnosti ovog pristupa razmatrane su u prethodnom članku autora [1], uključujući i pitanje proračuna otpora trenja u datim uslovima.

Naturalno uređenje vodotoka često podrazumeva formiranje dvogubog rečnog korita, koje sačinjavaju glavno korito relativno malih dimenzija i inundacije značajno veće zapremine. Na ovaj način se, pri tečenju malih i srednjih voda, postižu koncentracija protoka i veća dubina toka u glavnom koritu, a time i povoljni hidraulički i ekološki uslovi - veća transportna moć vodotoka u pogledu rečnog nanosa, niža prosečna temperatura i bolji kvalitet vode, kao i povoljniji uslovi

za život pojedinih biljnih i životinjskih vrsta [2,3]. Proračun hidrauličkih otpora za razne stepene hrapavosti rečnog dna i tipove vegetacije u koritu, objašnjen je u radu [1].

Uređenje inundacionih površina najčešće obuhvata formiranje pojasa vegetacije uz rečne obale. Sa stanovišta hidrauličkog proračuna, tečenje voda kroz inundacije predstavlja poznati problem tečenja u rečnom koritu složenog poprečnog preseka. Problem je naročito izražen kada se hrapavost dna glavnog korita i inundacija značajno razlikuju, što je slučaj kod naturalno uređenih vodotoka. U ovom radu je izložen postupak proračuna linije nivoa vode u koritu složenog preseka, pri čemu je posebna pažnja posvećena proračunu dopunskog otpora, koji se javlja kao posledica hidrauličke veze tečenja u glavnom koritu i inundaciji.

### 2. TEORIJSKE OSNOVE

**Osnovne jednačine.** Za slučaj linijskog, ustaljenog, blago promenljivog nejednolikog tečenja sa dominantnim linijskim gubicima energije, proračun linije nivoa se može obaviti primenom energetske jednačine:

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{1}{2g} \left( \alpha_i \frac{Q_i^2}{A_i^2} - \alpha_{i+1} \frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} \right) + \frac{I_{E,i} + I_{E,i+1}}{2} \cdot \Delta x_i, \quad (1)$$

gde su:  $Z$  - apsolutna kota nivoa vode;  $i$  - redni broj poprečnog preseka;  $g$  - gravitaciono ubrzanje;  $\alpha$  - koeficijent neravnomernosti brzine tečenja po poprečnom profilu;  $Q$  - protok vode;  $A$  - okvašena površina poprečnog preseka;  $I_E$  - lokalni nagib energetske linije;  $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$  - dužina računске deonice, ograničene presecima "i" i "i+1";  $x$  - stacionaža.

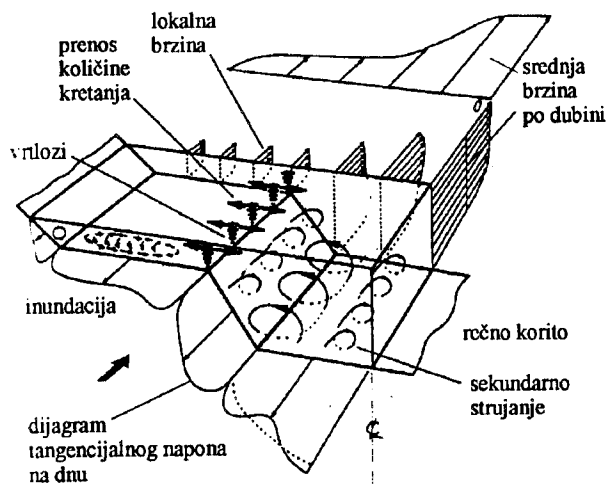
Nagib  $I_E$  se u razmatranom pristupu definiše kao [1]:

$$I_E = \lambda \cdot \frac{1}{4R} \cdot \frac{Q^2}{2g \cdot A^2}, \quad (2)$$

gde su:  $\lambda$  - koeficijent trenja Darcy-Weisbacha;  $R$  - hidraulički radijus.

Pod navedenim pretpostavkama, koeficijent  $\lambda$  obuhvata otpore trenja usled hrapavosti rečnog dna (odnosno, usled postojanja vegetacije u koritu), a postupak izračunavanja ovog koeficijenta izložen je u radu [1]. U slučaju tečenja kroz rečne inundacije, potrebno je ovim koeficijentom obuhvatiti i dopunski otpor, koji se javlja usled hidrodinamičke interakcije glavnog korita i inundacije.

**Karakter tečenja u složenom koritu.** Slučaj tečenja u koritu složenog poprečnog preseka vezan je za pojavu velikih voda, kada nakon izlivanja dela protoka iz glavnog korita dolazi do formiranja toka u inundacijama. Ovakvo tečenje je složenog karaktera, obzirom da, pored trenja usled hrapavosti rečnog dna i postojanja vegetacije u koritu, postoji intenzivno vrtloženje na granici između glavnog korita i inundacije (slika 1), koje dovodi do pojave dodatnog napona turbulencije i utroška mehaničke energije toka.



Slika 1. Struktura toka na granici između glavnog toka i inundacija [4].

Radi se o dobro poznatom hidrauličkom fenomenu, koji je predmet obimnih istraživanja od šezdesetih godina prošlog veka. Rezultati prvih laboratorijskih istraživanja [5,6], ukazali su na postojanje vrtloga sa

vertikalnom osom na granici između glavnog korita i inundacije (slika 1) i na njihov uticaj na brzinu tečenja u ovim delovima rečnog korita.

Rezultati brojnih eksperimenata potvrđuju da se, usled različitih hidrauličkih uslova i (prosečnih) brzina tečenja u glavnom koritu i inundaciji, duž njihove granice formira niz vrtloga sa vertikalnom osom, putem kojih se ostvaruje izmena količine kretanja između glavnog korita i inundacije, u pravcu upravnom na pravac tečenja [7-12]. Vrtlozi sa horizontalnom osom u pravcu tečenja (slika 1), koji nastaju usled diskontinuiteta površi rečnog dna i zakrivljenosti trase rečnog korita i koji se tretiraju kao sekundarno strujanje, takođe imaju doprinos u poprečnoj razmeni količine kretanja [13].

Izmena količine kretanja dovodi do smanjenja brzine tečenja i protoka u glavnom koritu i povećanja brzina i protoka u inundaciji. Stepem izmene količine kretanja zavisi od dubine toka [14]. Pri relativno malim dubinama u inundaciji (što je najčešće slučaj), na granici se javlja sila koja teži da "ubrza" tok vode u inundaciji i "uspori" tok u glavnom koritu. Prenos količine kretanja je usmeren iz glavnog korita u inundaciju. Sa povećanjem dubine, stepen izmene količine kretanja se smanjuje, jer se povećava brzina tečenja u inundaciji. Pri određenoj dubini, kada srednja brzina u inundaciji dostigne vrednost srednje brzine za ceo složeni profil, prenos količine kretanja prestaje, a pri daljem povećanju dubine, odvija se u suprotnom smeru [14].

Prenos količine kretanja iz glavnog korita u inundaciju (slučaj malih dubina u inundaciji) se odražava na raspored smičućeg napona na dnu toka: napon na dnu glavnog korita je manji, a u inundaciji, veći nego u slučaju da nema interakcije, jer tok u glavnom koritu "predaje" energiju toku u inundaciji [7]. Vrednost napona smicanja na granici glavnog korita i inundacije, nastalog usled izmene količine kretanja, znatno je veća od prosečne vrednosti napona na dnu korita [7,8,10,11], a promene ovih vrednosti zavise od odnosa dubina toka [9].

Nakon prvih eksperimentalnih istraživanja ovog hidrauličkog mehanizma [7-12], izvedenih u relativno jednostavnim uslovima (kanali pravolinijske trase, pravougaonog preseka i uniformne hrapavosti dna), u novije vreme se izvode opiti u kanalima trapeznog preseka [15,16], sa vegetacionim pojasom u inundaciji [15,17-19], sa inundacijama promenljive širine [12,20-

24] i sa meandrirajućim koritom [25]. Nalazi ukazuju da se intenzitet razmene količine kretanja i turbulencije povećavaju sa smanjenjem dubine i povećanjem hrapavosti (odnosno, gustine obraslosti vegetacijom) u inundaciji [16,17,26].

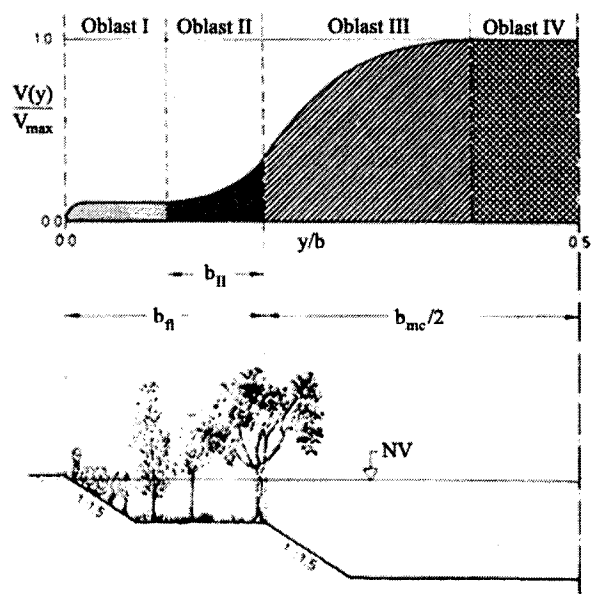
Interakcija toka u glavnom koritu i u inundacijama je još složenija u aluvijalnim koritima, jer nanosne formacije i aluvijalna hrapavost variraju sa protokom i vodostajem. Istraživanja na modelima sa pokretnim dnom počela su tek nedavno [27-32].

**Modeliranje dopunskog otpora.** U praksi se, pri simulaciji linijskog tečenja, često koristi pristup u kome se pretpostavlja linijsko tečenje po pojedinim delovima složenog korita, a uticaj izmene količine kretanja se obuhvata pomoću korekcionog koeficijenta Boussinesqa [4]. Obzirom da zanemarenje ovog uticaja dovodi do precenjivanja propusne moći korita, a greška se povećava sa povećanjem hrapavosti inundacija [31], u ovom radu se razmatra mogućnost modeliranja dopunskog otpora. Primenjeni postupak, zasnovan na konceptu "fiktivnog zida" [15], izlaže se u nastavku.

Eksperimentalno je pokazano da, pri tečenju vode u koritu složenog preseka, najveći intenzitet turbulencije toka odgovara kontaktnoj površi glavnog korita i inundacije, a zatim se unutar inundacije naglo smanjuje [15]. Zato se može smatrati da samo jedan deo inundacije ima uticaj na otpore trenja u glavnom koritu. Da bi se u hidrodinamičkom smislu opisao proces izmene količine kretanja između glavnog korita i inundacije, može se uspostaviti analogija uvođenjem fiktivnog zida na njihovoj kontaktnoj površi, tako da naponi smicanja na "zidu" odgovaraju stvarnim naponima izazvanim makroturbulencijom.

Prema opisanom konceptu, poprečni presek se može podeliti na četiri karakteristične oblasti (slika 2):

- I - deo inundacije koji nije pod uticajem tečenja u glavnom koritu;
- II - deo inundacije pod uticajem tečenja u glavnom koritu;
- III - deo glavnog korita pod uticajem tečenja u inundaciji;
- IV - deo glavnog korita koji nije pod uticajem tečenja u inundaciji.

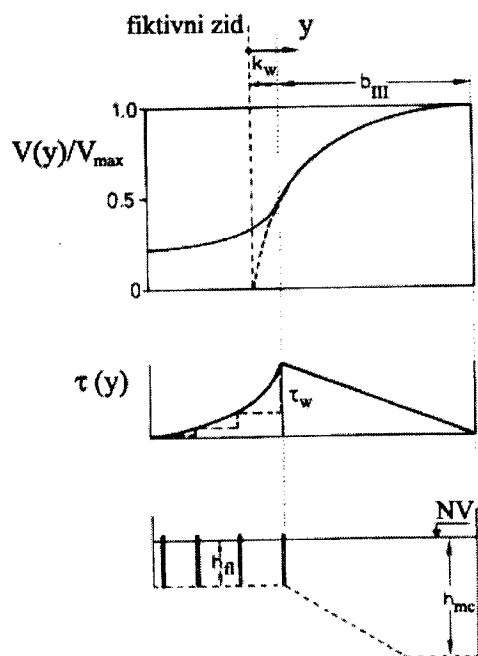


Slika 2. Karakteristične oblasti simetričnog, složenog poprečnog preseka [15].

*U oblasti I*, dominantan uticaj na tečenje ima visoka, delimično potopljena vegetacija. Koeficijent trenja  $\lambda$  se izračunava primenom izraza (18) i (19), datih u radu [1].

*U zoni II*, stvarni raspored smičućeg napona je stepenastog oblika, pri čemu "skokovi" funkcije odgovaraju pozicijama biljaka (slika 3). Stepnasti raspored napona može se aproksimirati paraboloidnom funkcijom, koja daje raspored brzina u oblasti II u vidu kubne funkcije. Neuniformnost rasporeda brzine u oblasti II može se pri proračunu koeficijenta trenja zanemariti, pa se koeficijent  $\lambda$  računa na identičan način kao u oblasti I. Postojanje "viška" brzine u odnosu na srednju brzinu tečenja u inundaciji obuhvata se kroz korekciju protoka u inundaciji (opisanu u nastavku teksta).

*U segmentu III* poprečnog preseka, na tečenje utiču i hrapavost dna glavnog korita i vegetacija u inundaciji. Hrapavost dna glavnog korita se obuhvata primenom nekog od obrazaca za izračunavanje koeficijenta trenja (formule (2), (5) ili (6) u radu [1]), dok se uticaj vegetacije u inundaciji obuhvata primenom koncepta fiktivnog zida.



Slika 3. Raspored brzine i smičućeg napona u oblastima II i III [15].

Imajući u vidu karakter napona smicanja u zoni fiktnog zida, tečenje u glavnom koritu se može smatrati dvodimenzionim (u ravni x,y), što omogućava definisanje logaritamске zavisnosti oblika (slika 3):

$$\frac{V(y)}{V_{w,*}} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{y}{k_w}\right) + c_w, \quad (3)$$

gde su:  $V_{w,*} = \sqrt{\tau_w / \rho}$  - smičuća brzina na zidu;  $\tau_w$  - smičući napon na zidu;  $\rho$  - gustina vode;  $\kappa$  - koeficijent von Karmana;  $y / k_w$  - relativna hrapavost fiktnog zida;  $c_w$  - bezdimenziono izražena brzina tečenja na rastojanju  $y = k_w$  od zida, jednaka:

$$c_w = V_w / V_{w,*} \quad (4)$$

Integracijom izraza (3) na delu od fiktnog zida do granice oblasti III ( $k_w < y < k_w + b_{III}$ ), dobija se izraz za koeficijent trenja fiktnog zida  $\lambda_w$ :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_w}} = -2.03 \cdot \log\left(\frac{k_w}{k_w + b_{III}}\right) + c_w - c, \quad (5)$$

gde je:

$$\frac{\lambda_w}{8} = \frac{V_{w,*}^2}{V_{mc}^2} \quad (6)$$

(Indeks "mc" označava parametre glavnog korita).

Na bazi dimenzione analize i eksperimentalnih rezultata, izraz (5) je definisan u sledećoj konačnoj formi [15]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_w}} = -2.03 \cdot \log\left[0.07 \cdot \left(\frac{b_{II}}{b_{III}}\right)^{1.07} \cdot \Omega\right], \quad (7)$$

gde je  $\Omega$  - bezdimenzioni parametar koji obuhvata karakteristike vegetacije, jednak:

$$\Omega = \left(0.07 \cdot \frac{a_{wx}}{a_x}\right)^{3.3} + \left(\frac{a_{wy}}{a_y}\right)^{0.95} \quad (8)$$

Vrednosti parametara  $a_{wx}$  i  $a_{wy}$  u datom izrazu se izračunavaju koristeći obrasce (10)-(12) u radu [1], uz zamenu  $V = V_w$ . U slučaju kada u inundaciji nema vegetacije, važi:  $a_{wx} / a_x = 0$ ,  $a_{wy} / a_y = 0$  i  $\Omega = 0$ , pa se koriste iskustveni izrazi [33]:  $\lambda_w = \lambda_{o,mc}$ , ako je  $h_{fi} / h_{mc} > 1/3$ , odnosno  $\lambda_w = 3 \lambda_{o,mc}$ , u suprotnom slučaju ( $\lambda_o$  - koeficijent trenja o rečno dno). Ukoliko u inundaciji postoji samo jedan red vegetacije duž toka, izrazi (7) i (8) se koriste uz zamenu  $a_{wy} / a_y = 0$ .

Širina oblasti II se izračunava prema izrazu [34]:

$$b_{II} = \frac{c \cdot h_w}{\lambda_{fi} \cdot (0.068 \cdot e^{0.564 \cdot c_w} - 0.056)}, \quad (9)$$

gde se usvaja vrednost koeficijenta  $c = 1.0$  u slučaju inundacije sa vegetacijom, a  $c = 1.7$ , u slučaju kosine obale sa vegetacijom. U istom obrascu su:  $h_w$  - "visina" fiktnog zida, koja odgovara dubini toka na granici glavnog korita i inundacije,  $\lambda_{fi}$  - koeficijent trenja u segmentu II poprečnog preseka, a bezdimenziona brzina tečenja  $c_w$  jednaka je:

$$c_w = -3.27 \cdot \log \Omega + 2.85 \quad (10)$$

Oblast IV poprečnog preseka (slika 2) se u hidrauličkom proračunu najčešće zanemaruje, usvajajući da zona III zauzima celu širinu glavnog korita. U tom slučaju, širine oblasti III na levoj i desnoj polovini poprečnog preseka određuju se rešavanjem sistema jednačina:

$$\begin{aligned} b_{III,l} + b_{III,r} &= b_{mc} \\ b_{III,l} \cdot \lambda_{w,l} &= b_{III,r} \cdot \lambda_{w,r} \end{aligned}, \quad (11)$$

u kojima indeks "l" označava parametre za levu, a "r" - za desnu obalu.

Prezentirani postupak je primenjiv u slučaju male širine glavnog korita ( $b_{mc} \leq 40 \cdot h_w$ ), male dubine toka u inundaciji ( $h_{fl} \leq 0.5 \cdot h_{mc}$ ) i guste obraslosti obale vegetacijom ( $a_x \leq a_{wx}, \lambda_w \geq \lambda_{o,mc}$ ) [34].

**Gubici energije.** Već je napomenuto da se, pri proračunu koeficijenta trenja u inundaciji,  $\lambda_{fl}$ , neuniformnost rasporeda brzine u oblasti II (slika 2) ne uzima u obzir, već u proračunu figurirše srednja brzina tečenja u inundaciji,  $V_{fl}$ . Protok vode u inundaciji,  $Q_{fl}$ , sračunat na osnovu srednje brzine  $V_{fl}$ , manji je od stvarnog, pa se postojanje "viška" brzine u oblasti II (u odnosu na srednju brzinu  $V_{fl}$ ) obuhvata dopunskim članom, čime se dolazi do izraza:

$$Q_{fl} = V_{fl} \cdot A_{fl} + \frac{1}{4} b_{fl} \cdot h_{fl} \cdot (V_w - V_{fl}) \quad (12)$$

Linijski gubici energije se određuju, na osnovu sračunatog protoka, primenom jednačine Darcy-Weisbacha:

$$Q = Q_{fl,l} + Q_{mc} + Q_{fl,r} = \sqrt{8g \cdot I_E} \cdot \left( A_{fl,l} \cdot \sqrt{\frac{R_{fl,l}}{\lambda_{fl,l}}} + A_{mc} \cdot \sqrt{\frac{R_{mc}}{\lambda_{mc}}} + A_{fl,r} \cdot \sqrt{\frac{R_{fl,r}}{\lambda_{fl,r}}} \right) \quad (13)$$

odakle se dobija:

$$I_E = \frac{Q^2}{8g \cdot \left( A_{fl,l} \cdot \sqrt{\frac{R_{fl,l}}{\lambda_{fl,l}}} + A_{mc} \cdot \sqrt{\frac{R_{mc}}{\lambda_{mc}}} + A_{fl,r} \cdot \sqrt{\frac{R_{fl,r}}{\lambda_{fl,r}}} \right)^2} \quad (14)$$

### 3. POSTUPAK PRORAČUNA

**Koeficijent trenja za fiktivni zid.** Ulazni podaci su:  $I_E$ ,  $h_w$ ,  $b_{mc}$ ,  $b_{fl}$ , karakteristike vegetacije ( $d_p$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ) u delu inundacije uz glavno korito, kao i vrednosti  $\lambda_{fl,l}$ ,  $V_{fl,l}$ ,  $\lambda_{fl,r}$ ,  $V_{fl,r}$ , sračunate prema postupku opisanom u radu [1]. Postupak proračuna je sledeći [33]:

1. pretpostaviti "prediktor" vrednost  $V'_w$  (u prvom pokušaju:  $V'_w = 1.5 \cdot V_{fl}$ );
2. sračunati/usvojiti  $c_{p,oc}$  koristeći izraz (12) u radu [1], uz zamenu  $V = V_w$ ;

3. sračunati  $a_{wx}$  iterativnim postupkom koristeći jednačinu (10) u radu [1];
  4. sračunati  $a_{wy}$  prema izrazu (11) u radu [1];
  5. sračunati  $\Omega$  prema obrascu (8);
  6. sračunati  $c_w$  prema izrazu (10);
  7. sračunati  $b_{fl}$  prema izrazu (9); ukoliko se dobije  $b_{fl} > b_{fl}$ , onda dodeliti vrednost  $b_{fl} = b_{fl}$ ;
- (Uraditi korake 1-7 za jednu, a zatim za drugu obalu).
8. sračunati  $b_{III,l}$  i  $b_{III,r}$  na osnovu sistema jednačina (11) (u prvom pokušaju:  $b_{III,l} = b_{III,r} = b_{mc}/2$ );
  9. sračunati  $\lambda_{w,l}$  i  $\lambda_{w,r}$  primenom izraza (7);
  10. ponavljati korake 8-9 dok se ne dobije dovoljno mala razlika vrednosti  $b_{III,l}$  (odnosno  $b_{III,r}$ ) iz dve uzastopne iteracije; usvojiti vrednosti  $\lambda_{w,l}$  i  $\lambda_{w,r}$  iz poslednjeg prolaza kroz ciklus;

(Uraditi korake 8-10 za obe obale istovremeno).

11. sračunati  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$  koristeći postupak opisan u narednom tekstu;
12. sračunati  $V_w$ , koristeći izraz (6);
13. sračunati "korektor" vrednost  $V_w$  koristeći izraz (4) i preuzeti je kao "prediktor" vrednost za sledeću iteraciju;

(Uraditi korake 12-13 za jednu, a zatim za drugu obalu).

14. ponavljati korake 2-13 dok se ne dobije zadovoljavajuća tačnost ( $1 - V'_w/V_w < \epsilon$ ).

Rezultati proračuna su vrednosti  $b_{II,l}$ ,  $b_{II,r}$ ,  $V_{w,l}$ ,  $V_{w,r}$ ,  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$ .

**Koeficijent trenja za glavno korito.** Ulazni podaci su:  $I_E$ ,  $h_{mc,j}$ ,  $k_{s,mc,j}$  (ili  $d_{50,mc,j}$  ili  $k_{v,mc,j}$ ),  $b_{mc,j}$  ( $j = 1, \dots, n_{mc}$ ),  $h_{w,l}$ ,  $h_{w,r}$ , kao i vrednosti  $\lambda_{w,l}$  i  $\lambda_{w,r}$ , sračunate prema gore opisanom postupku. Postupak proračuna je sledeći [33]:

1. sračunati  $A_{mc,j}$ ,  $O_{o,mc,j}$  ( $j = 1, \dots, n_{mc}$ );
2. sračunati  $A_{mc} = \sum_{j=1}^n A_{mc,j}$ ,  $O_{o,mc} = \sum_{j=1}^n O_{o,mc,j}$ ; zatim  $O_{mc} = h_{w,l} + O_{o,mc} + h_{w,r}$  i  $R_{mc} = A_{mc}/O_{mc}$ ;
3. pretpostaviti "prediktor" vrednost  $R'_{o,mc}$  (u prvom pokušaju:  $R'_{o,mc} = R_{mc}$ );
4. sračunati  $\lambda_{o,mc,j}$  ( $j = 1, \dots, n_{mc}$ ) prema izrazu (2), (5) ili (6) u radu [1], uz zamenu  $k_s = k_{s,mc,j}$  (odnosno  $d_{50} = d_{50,mc,j}$ , ili  $k_v = k_{v,mc,j}$ ) i  $R = R_{o,mc,j}$ ;
5. sračunati  $\lambda_{o,mc}$  primenom izraza (21) u radu [1];

6. sračunati  $\lambda_{mc}$  pomoću izraza:

$$\lambda_{mc} = \frac{\lambda_{w,l} \cdot h_{w,l} + \lambda_{o,mc} \cdot O_{o,mc} + \lambda_{w,r} \cdot h_{w,r}}{O_{mc}}$$

7. sračunati  $V_{mc}$  na osnovu obrasca (16) u radu [1], uz zamenu  $V_j = V_{mc}$ ,  $R_j = R_{mc}$  i  $\lambda_j = \lambda_{mc}$ ;
8. sračunati "korektor" vrednost  $R_{o,mc}$  koristeći izraz (20) u radu [1] (uz zamenu  $R_j = R_{o,mc}$ ,  $\lambda_j = \lambda_{o,mc}$ ,  $R = R_{mc}$ ,  $\lambda = \lambda_{mc}$ ) i preuzeti je kao "prediktor" vrednost za sledeću iteraciju;
9. ponavljati korake 4-8 dok se ne dobije zadovoljavajuća tačnost ( $1 - R'_{o,mc} / R_{o,mc} < \epsilon$ );
10. usvojiti vrednosti  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$  i vratiti se u postupak proračuna za fiktivni zid.

**Gubici energije.** Ulazni podaci su:  $h_j$ ,  $k_{s,j}$  (ili  $d_{50,j}$  ili  $k_{v,j}$ ),  $b_j$ ,  $\alpha_j$ ,  $d_{p,j}$ ,  $a_{x,j}$ ,  $a_{y,j}$  ( $j = 1, \dots, n_{fl,l} + n_{mc} + n_{fl,r}$ ), a postupak proračuna  $I_E$  je sledeći [33]:

1. pretpostaviti "prediktor" vrednost  $I'_E$  (u prvom pokušaju:  $I'_E = I_o$ , gde je  $I_o$  - nagib dna);
2. sračunati  $\lambda_{fl,l}$ ,  $V_{fl,l}$ ,  $\lambda_{fl,r}$ ,  $V_{fl,r}$  prema postupku opisanom u radu [1];
3. sračunati  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$  prema postupku opisanom u prethodnom tekstu;
4. sračunati protoke  $Q_{fl,l}$  i  $Q_{fl,r}$  prema obrascu (12);
5. korigovati vrednosti  $\lambda_{fl,l}$ ,  $\lambda_{fl,r}$  na osnovu izraza (2), uz zamenu  $Q = Q_{fl,l}$ , odnosno  $Q = Q_{fl,r}$ ;
6. sračunati protok u glavnom koritu  $Q_{mc}$ , a zatim ukupni protok  $Q$ , prema (13);
7. sračunati "korektor" vrednost  $I_E$  primenom izraza (14) i preuzeti je kao "prediktor" vrednost za sledeću iteraciju;
8. ponavljati korake 2-7 dok se ne dobije zadovoljavajuća tačnost ( $1 - I'_E / I_E < \epsilon$ ); usvojiti vrednost  $I_E$  iz poslednjeg prolaza kroz ciklus.

Rezultati proračuna su vrednosti  $I_E$ ,  $\lambda_{fl,l}$ ,  $V_{fl,l}$ ,  $A_{fl,l}$ ,  $\lambda_{mc}$ ,  $V_{mc}$ ,  $A_{mc}$ ,  $\lambda_{fl,r}$ ,  $V_{fl,r}$ ,  $A_{fl,r}$ .

**Linija nivoa.** Ulazni podaci su: protok vode  $Q_u$ , kota nivoa  $Z_i$  u početnom poprečnom profilu, geometrijske karakteristike profila "i" i "i+1", podaci o vrsti i veličini hrapavosti rečnog dna ( $k_{s,j}$ ,  $d_{50,j}$  ili  $k_{v,j}$ ), kao i karakteristike visoke vegetacije ( $d_{p,j}$ ,  $a_{x,j}$ ,  $a_{y,j}$ ) u profilima "i" i "i+1".

Na početku proračuna potrebno je sračunati vrednosti parametara za profil "i":

- $h_j$ ,  $b_j$ ,  $\alpha_j$  ( $j = 1, \dots, n_{fl,l} + n_{mc} + n_{fl,r}$ );

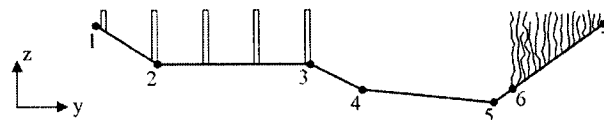
- $I_{E,j}$ , prema postupku opisanom u prethodnom tekstu. Kao kontrola tačnosti proračuna može poslužiti vrednost protoka  $Q$ , sračunata u koraku 6 proračuna  $I_E$ , u poslednjem prolazu kroz ciklus. Dobijena vrednost mora biti približno jednaka ulaznoj vrednosti protoka  $Q_u$ ;

- $\alpha_i$  (koeficijent neravnomernosti brzine po poprečnom preseku).

Postupak proračuna kote nivoa  $Z_{i+1}$  je sledeći [33]:

1. pretpostaviti "prediktor" vrednost  $Z'_{i+1}$  (u prvom pokušaju:  $Z'_{i+1} = Z_i$ );
2. sračunati vrednosti parametara  $h_j$ ,  $b_j$ ,  $\alpha_j$  ( $j = 1, \dots, n_{fl,l} + n_{mc} + n_{fl,r}$ ) za profil "i+1";
3. odrediti vrednost  $I_{E,i+1}$  prema postupku opisanom u prethodnom tekstu;
4. sračunati koeficijent neravnomernosti brzine po poprečnom preseku  $\alpha_{i+1}$ ;
5. sračunati "korektor" vrednost  $Z_{i+1}$  kao desnu stranu jednačine (1) i preuzeti je kao "prediktor" vrednost za sledeću iteraciju;
6. ponavljati korake 2-5 dok se ne dobije zadovoljavajuća tačnost ( $1 - Z'_{i+1} / Z_{i+1} < \epsilon$ ); usvojiti vrednost  $Z_{i+1}$  iz poslednjeg prolaza kroz ciklus;
7. dobijene rezultate proračuna za profil "i+1" sačuvati kao podatke za profil "i", za sledeću računsku deonicu.

**Brojni primer.** Analizira se poprečni presek iz brojnog primera u radu [1], prikazan na slici 4. Ulazni podaci dati u radu [1], dopunjeni su onima u tabeli 1. Potrebno je sračunati nagib energetske linije u datom profilu, ako je kota nivoa jednaka koti tačaka 1 i 7 - 159.00 mmm (videti primer u radu [1]).



Slika 4. Poprečni presek korita u brojnom primeru.

Tabela 1. Karakteristike poprečnog profila u brojnom primeru.

Br. tačke	3	4	5	6
y (m)	8.25	10.25	15.5	16.25
Z (mmm)	157.5	156.5	156.0	156.5
$k_s$ (m)		0.03	0.03	0.03

Na početku se izračunavaju vrednosti geometrijskih parametara (tabela 2). Zatim se izračunava vrednost koeficijenta trenja za glavno korito (uključujući fiktivne zidove), dok je koeficijent trenja za inundacije sračunat u radu [1] ( $\lambda_{n,l} = 0.181$ ,  $\lambda_{n,r} = 2.60$ ). Pretpostavlja se vrednost nagiba energetske linije  $I_E = 0.001$ .

Tabela 2. Vrednosti geometrijskih parametara u brojnom primeru.

Br. tačke	3	4	5	6
b (m)	2.00	5.25	0.75	
$h_{sr}$ (m)	2.00	2.75	2.75	
A (m <sup>2</sup> )	4.00	14.44	2.06	
O (m)	2.24	5.27	0.90	

Položaj fiktivnih zidova odgovara vertikalama kroz tačke 3 i 6, čime se glavno korito "razdvaja" od leve inundacije, odnosno od dela desne obale pokrivenog pojasom vegetacije. "Visina" zidova iznosi 1.5 m na levoj, odnosno 2.5 m, na desnoj obali. Rezultati proračuna koeficijenta trenja za fiktivne zidove, prikazani su u tabeli 3.

Tabela 3. Rezultati proračuna koeficijenta trenja za fiktivne zidove.

Fiktivni zid	levi	desni
pred. $V_w$ (m/s)	0.813	0.550
Re (l)	81300	16500
$c_{pcc}$ (l)	1.2	1.2
$a_{wx}$ (m)	9.217	3.125
F( $a_{wx}$ ) (m)	-0.00049	0.00057
$a_{wy}$ (m)	0.373	0.120
$\Omega$ (l)	0.227	0.970
$c_w$ (l)	4.96	2.89
c (l)	1.0	1.7
rač. $b_{II}$ (m)	7.02	5.13
$b_{II}$ (m)	7.02	3.75
pred. $b_{III}$ (m)	3.411	4.589
$\lambda_w$ (l)	0.113	0.152
kor. $b_{III}$ (m)	3.411	4.589
$V_{w,*}$ (m/s)	0.164	0.190
kor. $V_w$ (m/s)	0.813	0.550

Proračun se izvodi iterativno po brzini  $V_w$ , a u tabeli su dati rezultati završne iteracije. "Prediktor" vrednosti  $V_w$  u prvoj iteraciji su definisane na osnovu  $V_{n,l} = 0.76$  m/s i  $V_{n,r} = 0.18$  m/s [1]. Vrednosti parametara  $a_{wx}$ ,  $b_{III}$  i  $\lambda_w$  takođe se dobijaju primenom iterativnog postupka. Pri izračunavanju širine  $b_{II}$  (korak 7), koriste se podaci o

širini inundacija  $b_{n,l} = 8.25$  m i  $b_{n,r} = 3.75$  m, preuzeti iz rada [1].

Vrednosti brzina  $V_{w,*}$  i  $V_w$  (poslednje dve vrste u tabeli 3), određuju se tek pošto se sračunaju vrednosti parametara glavnog korita,  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$ . Prema objašnjenju datom u prethodnom tekstu, proračun  $\lambda_{mc}$  i  $V_{mc}$  se obavlja iterativno, dok se ne postigne zadovoljavajuće slaganje vrednosti  $R_{o,mc}$  u dve uzastopne iteracije. U konkretnom primeru, iterativni proračun je završen pri vrednosti  $R_{o,mc} = 0.852$  m, a dobijene su vrednosti  $\lambda_{mc} = 0.068$  i  $V_{mc} = 1.38$  m/s. Konačno su dobijene vrednosti brzina  $V_{w,l} = 0.81$  m/s i  $V_{w,r} = 0.55$  m/s (tabela 3).

Nakon toga su, na osnovu izraza (12), sračunate vrednosti protoka u inundacijama,  $Q_{n,l} = 7.93$  m<sup>3</sup>/s i  $Q_{n,r} = 1.24$  m<sup>3</sup>/s. Protok u glavnom koritu je određen kao  $Q_{mc} = V_{mc} \cdot A_{mc} = 28.26$  m<sup>3</sup>/s. Ukupni protok u poprečnom profilu je  $Q = 37.42$  m<sup>3</sup>/s. Konačno, na osnovu obrasca (14) se dobija  $I_E = 0.00103$ , što znači da je vrednost  $I_E$  dobro pretpostavljena (razlika pretpostavljene i sračunate vrednosti iznosi 3%).

Poređenja radi, dati brojni primer rešen je i primenom "standardnog" postupka - pretpostavljajući da na granicama segmenata nema prenosa napona smicanja. Koristeći istu vrednost  $I_E$  ( $I_E^I = I_E^II = 0.001$ ), sračunat je protok pri kome se ostvaruje zadata kota nivoa u analiziranom poprečnom preseku. Rezultati proračuna prema postupku izloženom u ovom radu, prikazani su u prve tri vrste tabele 4 ( $\lambda$ ,  $Q^I$ ,  $Q^I/Q_t^I$ ), dok su rezultati dobijeni primenom "standardnog" postupka dati u vrstama 4-6 iste tabele ( $n$ ,  $Q^{II}$ ,  $Q^{II}/Q_t^{II}$ ).

Tabela 4. Poređenje rezultata proračuna.

Segment (br. granič. tačkica)	Leva inund. (1-3)	Glavno korito (3-6)	Desna obala (6-7)	Ukupno
$\lambda$ (l)	0.181	0.026	2.600	
$Q^I$ (m <sup>3</sup> /s)	7.93	28.26	1.24	37.42 = $Q_t^I$
$Q^I/Q_t^I$ (%)	21.2	75.5	3.3	100
$n$ (m <sup>-1/3</sup> s)	0.050	0.021	0.192	
$Q^{II}$ (m <sup>3</sup> /s)	7.84	56.88	0.80	65.52 = $Q_t^{II}$
$Q^{II}/Q_t^{II}$ (%)	12.0	86.8	1.2	100

Primenom standardnog postupka dobija se veća vrednost ukupnog protoka ( $Q_t^{II}$  je za 75% veće od  $Q_t^I$ ) i relativno veći protok u glavnom koritu ( $Q_{mc}^{II}/Q_t^{II} = 86.8\%$ ,  $Q_{mc}^I/Q_t^I = 75.5\%$ ), a relativno manji protok u inundacijama ( $Q_{n,l}^{II}/Q_t^{II} = 13.2\%$ ,  $Q_{n,l}^I/Q_t^I = 24.5\%$ ).

Rešavanjem inverznog problema (proračun  $I^II_E$  za zadati protok  $Q^{II}_t = Q^I_t = 37.42 \text{ m}^3/\text{s}$  i kotu nivoa u profilu), dobija se vrednost  $I^II_E = 0.000326$ , manja od  $I^I_E = 0.001$ . U konkretnom slučaju, to znači da se na rečnoj deonici dužine 100 m, primenom standardnog postupka dobija za oko 7 cm niža kota nivoa u odnosu na kotu sračunatu primenom postupka izloženog u ovom radu.

Dobijeni rezultati su posledica činjenice da se standardnim postupkom ne obuhvata uticaj izmene količine kretanja na granici glavnog korita i inundacija, koja izaziva smanjenje brzine (i protoka) u glavnom koritu i povećanje ovih veličina u inundacijama. U konkretnom primeru, ovaj uticaj je značajan usled velikih razlika u hrapavosti dna glavnog korita i inundacija.

#### 4. ZAKLJUČAK

U radu je izložen postupak proračuna linije nivoa prirodno uređenih vodotoka. Proračun se obavlja primenom energetske jednačine u kojoj se koristi koeficijent trenja Darcy-Weisbacha. Izloženi računski model je preporučljiv za primenu u slučaju prirodno regulisanih tokova iz više razloga:

- omogućava definisanje otpora trenja za različite stepene i izvore hrapavosti rečnog dna (dno sačinjeno od peska, šljunka, kamena ili kamenih gromada, odnosno korito obraslo travom ili visokom vegetacijom);
- u slučaju tečenja velikih voda obuhvaćen je dopunski otpor, koji se javlja kao posledica hidrodinamičke interakcije glavnog korita i inundacije i koji je naročito izražen kada na obali postoji pojas vegetacije;
- ulazni podaci modela su isključivo parametri koje je na terenu moguće izmeriti (krupnoća nanosa, visina travnog pokrivača, prečnik stabala u inundaciji i prosečno rastojanje između njih itd.);
- model je proveren u nemačkoj inženjerskoj praksi i uvršten je u njihove standarde za projektovanje.

Opisani model se takođe može koristiti u slučaju vodotoka u neregulisanoj stanju, kao i tokova regulisanih na klasičan način.

#### LITERATURA

- [1] Komatina, D. (2002). Otpori trenja u prirodno uređenim rečnim tokovima, *Vodoprivreda*, god.34, br.195-200, 53-60.
- [2] Komatina, D. (2001). Basics of the natural river engineering, in: *Geomorphology and Environmental Impact Assessment*, Marchetti, M. & Rivas, V., Eds., Balkema, Rotterdam, 83-112.
- [3] Komatina, D. (2001). *Sustainable development of river ecosystems*, a manuscript, 187 pp.
- [4] Jovanović, M. (2002). *Regulacija reka - rečna hidraulika i morfologija*. Građevinski fakultet, Beograd, 513 str.
- [5] Sellin, R.H.J. (1964). A laboratory investigation into the interaction between flow in the channel of a river and that of its flood plain, *La Houille Blanche*, Grenoble, France, 7, 793-801.
- [6] Zheleznyakov, G.V. (1966). Relative deficit of mean velocity of instable river flow: Kinematic effects in river beds with flood plains, *Proc. 11<sup>th</sup> IAHR Congr.*, Leningrad, USSR, Subject 3.45.
- [7] Myers, W.R.C., Elsayy, E.M. (1975). Boundary shear in channel with flood plain, *Jour. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.101, No.HY7, 933-946.
- [8] Myers, W.R.C. (1978). Momentum transfer in a compound channel, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.16, No.2, 139-150.
- [9] Rajaratnam, N., Ahmadi, R. (1981). Hydraulics of channels with flood plains, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.19, No.1, 43-60.
- [10] Wormleaton, P.R., Allen, J., Hadjipanous, P. (1982). Discharge assessment in compound channel flow, *Jour. Hydr. Div.*, ASCE, Vol.108, No.HY9, 975-994.
- [11] Knight, D.W., Demetriou, J.D. (1983). Flood plain and main channel flow interaction, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.109, No.8, 1073-1092.
- [12] Wormleaton, P.R., Merrett, D.J. (1990). An improved method of calculation for steady uniform flow in prismatic main channel / flood plain sections, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.28, No.2, 157-174.
- [13] Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K. (1989). Experimental study on secondary currents in compound open-channel flows, *Proc. 23<sup>th</sup> IAHR Congr.*, Ottawa, Canada, A15-A22.



- [14] Patra, K.C., Kar, S.K. (2000). Flow interaction of meandering river with floodplains, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.126, No.8, 593-604.
- [15] Pasche, E., Rouve, G. (1985). Overbank flow with vegetatively roughened flood plains, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.111, No.9, 1262-1278.
- [16] Prinos, P., Townsend, R., Tavoularis, S. (1985). Structure of turbulence in compound channel flows, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.111, No.9, 1246-1261.
- [17] Thornton, C.I., Abt, S.R., Morris, C.E., Fischenich, J.C. (2000). Calculating shear stress at channel-overbank interfaces in straight channels with vegetated floodplains, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.126, No.12, 929-936.
- [18] Fischer-Antze, T., Stoesser, T., Bates, P., Olsen, N.R.B. (2001). 3D numerical modelling of open-channel flow with submerged vegetation, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.39, No.3, 303-310.
- [19] Sellin, R.H.J., Bryant, T.B., Loveless, J.H. (2003). An improved method for roughening floodplains on physical river models, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.41, No.1, 3-14.
- [20] Elliott, S.C.A., Sellin, R.H.J. (1990). SERC flood channel facility: skewed flow experiments, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.28, No.2, 197-214.
- [21] Myers, W.R.C., Brennan, E.K. (1990). Flow resistance in compound channels, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.28, No.2, 141-155.
- [22] Knight, D.W., Shiono, K. (1990). Turbulence measurements in a shear layer region of a compound channel, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.28, No.2, 175-196.
- [23] Shiono, K., Knight, D.W. (1991). Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel, *Jour. Fluid Mech.*, Vol.222, 617-646.
- [24] Tominaga, A., Nezu, I. (1991). Turbulent structure in compound open-channel flows, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.117, No.1, 21-41.
- [25] Ervine, D.A., Babaeyan-Koopaei, K., Sellin, R.H.J. (2000). Two-dimensional solution for straight and meandering overbank flows, *Jour. Hydr. Eng.*, ASCE, Vol.126, No.9, 653-669.
- [26] Fukuoka, S., Watanabe, A. (1997). Horizontal structure of flood flow with dense vegetation clusters along main channel banks, *Proc. 27<sup>th</sup> LAHR Congr.*, San Francisco, U.S., ASCE, Theme A, 1408-1413.
- [27] Benson, I., Valentine, E.M., Nalluri, C., Bathurst, J.C. (1997). Flood channel facility: experiments in two-stage mobile boundary channels, *Proc. 27<sup>th</sup> LAHR Congr.*, San Francisco, U.S., ASCE, Theme A, 949-954.
- [28] Loveless, J.H., Sellin, R.H.J., Bryant, T., Wormleaton, P., Catmur, S., Hey, R.D. (1999). Experiments with meandering mobile bed channels having overbank flow, *Proc. LAHR Symp. on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, Genova, Italy, Vol.I, 151-152.
- [29] Haidera, M.A., Valentine, E.M. (1999). Behaviour of alluvial channels with overbank flow, *Proc. LAHR Symp. on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, Genova, Italy, Vol.I, 153-162.
- [30] Knight, D.W., Brown, F.A. (2001). Resistance studies of overbank flow in rivers with sediment using the flood channel facility, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.39, No.3, 283-301.
- [31] Myers, W.R.C., Lyness, J.F., Cassells, J. (2001). Influence of boundary roughness on velocity and discharge in compound river channels, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.39, No.3, 311-319.
- [32] Valentine, E.M., Benson, I.A., Nalluri, C., Bathurst, J.C. (2001). Regime theory and the stability of straight channels with bankfull and overbank flow, *Jour. Hydr. Res.*, IAHR, Vol.39, No.3, 259-268.
- [33] Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau (DVWK) e.V. (1991). *Hydraulische Berechnung von Fließgewässern*, Merkblätter 220/1991.
- [34] Bund der Ingenieure für Wasserwirtschaft, Abfallwirtschaft und Kulturbau (BWK) e.V. (2000). *Hydraulische Berechnung von naturnahen Fließgewässern*, Berichte 1/2000.

## SIMULATION OF FLOW IN NATURALLY TRAINED STREAMS

by

Dejan KOMATINA  
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

### Summary

The procedure of one-dimensional simulation of flow in naturally trained watercourses, is presented in the paper. The water surface level calculation is based on the energy equation. The friction coefficient of Darcy-Weisbach is employed, which was found to be particularly suitable for application in naturally trained streams [1]. The estimation of the friction losses is possible in cases of both fine and coarse bed materials, as well as vegetated river beds. A special attention is

paid in the paper to modelling of the additional resistance, which occurs during overbank flows due to momentum transfer between the main channel and the vegetated floodplain. The calculation procedure is illustrated by a numerical example, and results are compared to those obtained by a standard 1-D model.

Key words: natural river engineering, flow simulation, two-stage channel

Redigovano 28.06.2003.