UDK: 551.577
Originalni naučni rad

ANALIZA KIŠA METODOM PARCIJALNIH SERIJA

Vojislav VUKMIROVIĆ

REZIME

U radu je prikazana metoda parcijalnih serija koja je zasnovana na prekidnim slučajnim procesima. Analiziraju se raspodele broja javljanja pikova, visine pikova i godišnjih maksimuma. Primena metode je ilustrovana analizom kratkotrajnih maksimalnih kiša trajanja 45 minuta na k.st. Beograd-Vračar. Obavljena je i sezonska analiza istih kiša i na osnovu nje primenjena metoda složenih pikova.

Ključne reči: kratkotrajne kiše, parcijalne serije, sezonska analiza, složeni pikovi.

UVOD

Pri statističkoj analizi ekstremnih hidroloških veličina najčešće se koristi metoda godišnjih ekstrema koja analizira jednu vrednost ekstrema u godini dana. Mana ove metode je da ne uzima u obzir sve značajne ekstreme, iako se može desiti da se u godini dana pojavi i dva i više ekstrema, dok u analizu ulaze i neki nekarakteristični ekstremi iz pojednih godina. Ove nedostatke prevazilazi metoda parcijalnih serija koja analizira sve ekstreme posmatrane veličine iznad nekog zadatog praga. Metoda parcijalnih serija (PDS) spada u red najmlađih metoda za analizu ekstremnih vrednosti i zasniva se na primeni Markovljevih procesa obnavljanja. Teorijsku osnovu za metodu postavio je Todorović (1970). Značajni doprinos razradi metode dao je Zelenhasić (1970). Pri analizi maksimalnih proticaja izabrao je Poasonov proces za opisivanje broja javljanja pikova, a eksponencijalnu raspodelu za visinu pikova. Todorović i Rousselle (1971) proširili su model uvođenjem sezonske neravnomernosti u analizu velikih voda.

ANALIZA POJAVE

Slučajni proces

Analizira se pojava vrednosti neke hidrološke slučajne promenljive koje su veće od neke vrednosti X_b u vremenskom intervali $(0,t)$ – na primer godinu dana. Pojava je tipičan slučajni proces, jer se očigledno ne može sa sigurnošću predvideti koje će se godine javiti neka određena vrednost.

Pri analizi maksimuma slučajni proces je definisan izrazom:

$$\chi(t) = \max_{n \geq 1} Z_n,\ \ Z_n = X_n - X_b,\ 0 < t_n \leq T \tag{1}$$

gde je χ hidrološka veličina tj. slučajan promenljiva, X_b bazna vrednost, Z vrednost pika, n broj javljanja pika Z u godini dana, t vreme i T godina dana. Funkcija raspodele godišnjih maksimuma je:

$$F(x) = P\{\chi(t) \leq x\} \tag{2}$$

Na slici 1 prikazana je hronološki dijagram padavina sa označenim vrednostima pikova $z_1, z_2, \ldots, z_n$ i trenucima javljanja $t_1, t_2, \ldots, t_n$. Slučajni proces $\chi(t)$ prikazan je na slici 2 sa označenim vrednostima $z_1, z_2, \ldots, z_n$.

Pri korišćenju ove metode postupak se sastoji iz:

- analize slučajnog broja javljanja pikova u intervalu $(0,T)$, odnosno godini dana ili sezoni
- analizi vrednosti pikova
- analizi godišnjih ekstrema

Slučajni broj javljanja pikova je diskretna slučajna promenljiva, dok je visina pikova kontinualna slučajna promenljiva. Pomoću verovatnoće pojave ove dve veličine, definiše se funkcija raspodele godišnjih ekstrema.

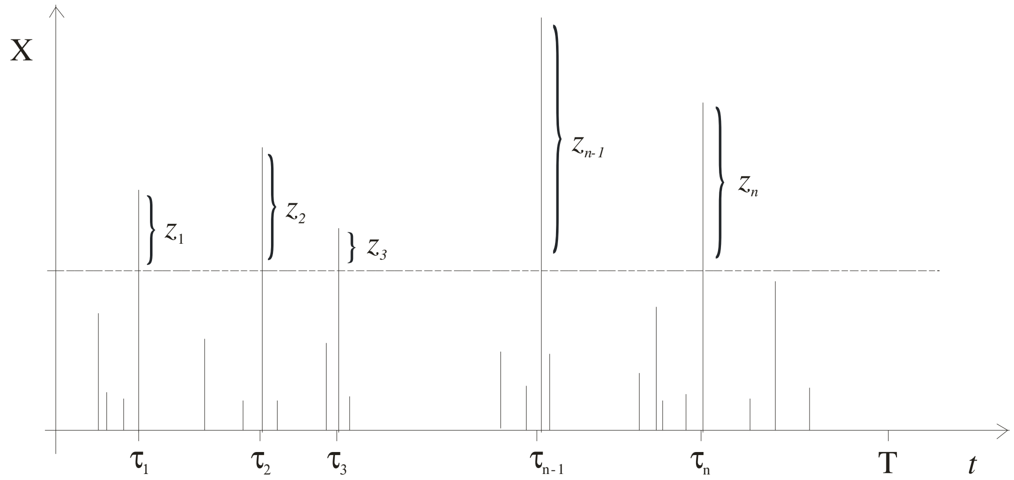
Broj javljanja pikova

Broj javljanja pikova u intervalu (0, t), na primer godini, je diskretna slučajna promenljiva $\eta(t)$ sa zakonom verovatnoće:

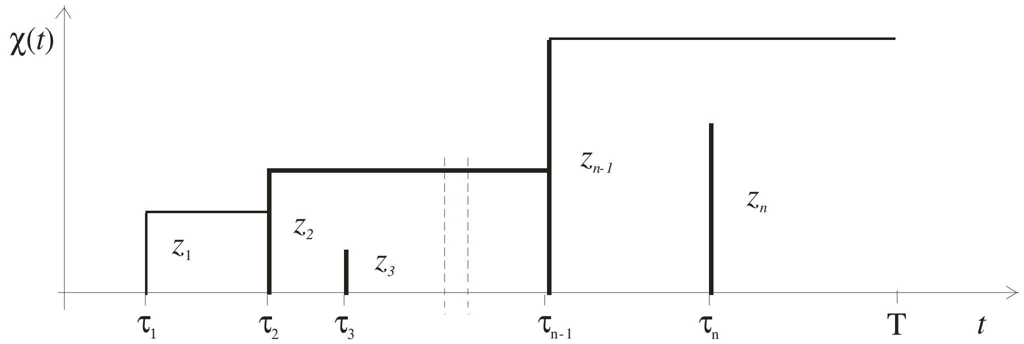
$$p_n(t) = P\{\eta(t) = n\} \tag{3}$$

Javljanje pikova tokom nekog intervala vremena opisuje se pomoću Markovljevog procesa obnavljanja sa funkcijom intenziteta:

$$\lambda(t,n) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\{\eta(t+\Delta t) - \eta(t)\}}{\Delta t} \tag{4}$$



Slika 1. Hronološki dijagram sa vrednostima $z_1, z_2, \ldots, z_n$.



Slika 2. Jedna realizacija slučajnog procesa $\chi(t)$.

Verovatnoće pojave pikova preko bazne vrednosti su tada:

$$\begin{aligned} p'_n(t) &= \lambda(t,n-1)p_{n-1}(t) - \lambda(t,n)p_n(t) \\ p'_o(t) &= -\lambda(t,0)p_o(t) \end{aligned} \qquad (5)$$

Rešenje sistema jednačina (5) predstavlja zakon verovatnoće pojave pikova i zavisi od oblika funkcije intenziteta λ (Vukmirović, 1990). Ova funkcija može imati različite oblike u zavisnosti od zakona po kojem se javljaju pikovi.

Poasonov model za broj pikova. Ukoliko je intenzitet procesa konstantan:

$$\lambda(t,n) = \lambda(t) \qquad (6)$$

rešavanje sistema jednačina (5) daje sledeći izraz za verovatnoću pojave pikova:

$$p_n(t) = \frac{\Lambda^n e^{-\Lambda}}{n!} \qquad (7)$$

gde je: $\Lambda = \int_0^t \lambda(t)dt$ (8)

Ovaj zakon verovatnoće je poznat kao Poasonov (Poisson) zakon verovatnoće. Kod njega su matematičko očekivanje i varijansa jednaka i iznose:

$$E[\eta(t)] = V[\eta(t)] = \Lambda \qquad (9)$$

Jedna od osnovnih karakteristika diskretnih raspodela je indeks disperzije (odnos varijanse i matematičkog očekivanja) i on je za Poasonovu raspodelu jednak jedinici:

$$I[\eta(t)] = \frac{V[\eta(t)]}{E[\eta(t)]} = 1 \qquad (10)$$

Bernulijev model za broj pikova. Za funkciju intenziteta u obliku:

$$\lambda(t,n) = \lambda(t)(1-n/a), a > 0 \qquad (11)$$

rešenje sistema (5) daje Bernulijev (Bernoulli) ili binomni zakon verovatnoće u obliku:

$$p_n(t) = \frac{a!}{n!(a-n)!} e^{-\Lambda} (e^{\Lambda/a} - 1)^n \tag{12}$$

gde je Λ definisano izrazom (8). Matematičko očekivanje za ovaj model je:

$$E[\eta(t)] = a(1 - e^{-\Lambda/a}) \tag{13}$$

varijansa: $V[\eta(t)] = a(1 - e^{-\Lambda/a})e^{-\Lambda/a}$ (14)

i indeks disperzije: $I[\eta(t)] = e^{-\Lambda/a} < 1$ (15)

Paskalov model za broj pikova. Negativna binomna raspodela (ili Paskalova) dobija se iz sistema jednačina (5) ako je funkcija intenziteta u obliku

$$\lambda(t,n) = \lambda(t)(1 + n/b), \; b > 0 \tag{16}$$

Tada je zakon verovatnoće dat izrazom:

$$p_n(t) = \frac{(b+n-1)!}{n!(b-1)!} e^{-\Lambda} (1 - e^{-\Lambda/b})^n \tag{17}$$

a odgovarajuće karakteristike procesa su:

$$E[\eta(t)] = b(e^{\Lambda/b} - 1) \tag{18}$$

$$V[\eta(t)] = b(e^{\Lambda/b})e^{\Lambda/b} \tag{19}$$

$$I[\eta(t)] = e^{\Lambda/b} > 1 \tag{20}$$

U hidrološkoj praksi najčešće se primenjuje Poasonov zakon. Međutim, ukoliko se indeks disperzije značajno razlikuje od jedinice, rezultati analize nisu zadovoljavajući, pa se za indekse disperzije manje od jedinice primenjuje Bernulijev (binomni) zakon, a za indekse disperzije znatno veće od jedinice koristi se negativni binomni zakon.

Visina pikova iznad praga

Vrednost pikova je slučajna promenljiva koja ima raspodelu verovatnoće:

$$H(z) = P\{Z \le z\} \tag{21}$$

Za ovu slučajnu promenljivu preporučljivo je koristiti jednoparametarske ili dvoparametarske raspodele, kako konačna raspodela ne bi imala više od četiri parametara. Dve teorijske raspodele su pogodne za visinu pikova, a to su eksponencijalna (jednoparametarska):

$$H(z) = 1 - \exp(-z/\mu) \tag{22}$$

i Vejbulova (dvoparametarska):

$$H(z) = 1 - \exp[-(x/\beta)^{\alpha}] \tag{23}$$

Eksponencijalna raspodela se može predstaviti kao specijalan slučaj Vejbulove raspodele za $\alpha = 1$. U tabeli 1 prikazane su ove dve raspodele i njihove osnovne karakteristike.

Tabela 1: Karakteristike nekih teorijskih raspodela koje se koriste kao modeli za visinu pikova iznad praga

	Eksponencijalna raspodela	Vejbulova raspodela
srednja vrednost	μ	$\beta \Gamma_1$
koeficijent varijacije	1	$\frac{\sqrt{\Gamma_2 - \Gamma_1^2}}{\Gamma_1}$
koeficijent asimetrije	2	$\frac{\Gamma_3 - 3\Gamma_1\Gamma_2 + 2\Gamma_1^3}{(\Gamma_2 - \Gamma_1^2)^{3/2}}$

Oznake su:
$\Gamma_1 = \Gamma(1 + 1/\alpha)$, $\Gamma_2 = \Gamma(1 + 2/\alpha)$, $\Gamma_3 = \Gamma(1 + 3/\alpha)$

Raspodela godišnjih ekstrema

Godišnji maksimumi definisani su procesom $\chi(t)$ prema izrazu (1) i imaju funkciju raspodele:

$$F(x) = P\{\chi(t) \le x\} \tag{24}$$

Uz pretpostavku da su članovi niza x međusobno nezavisni i da ne zavise od broja javljanja, Todorović (1970) dobija opšti izraz:

$$F(x) = P\{\eta(t) = 0\} + \sum_{n=1}^{\infty} [H(z)]^n P\{\eta(t) = n\} \tag{25}$$

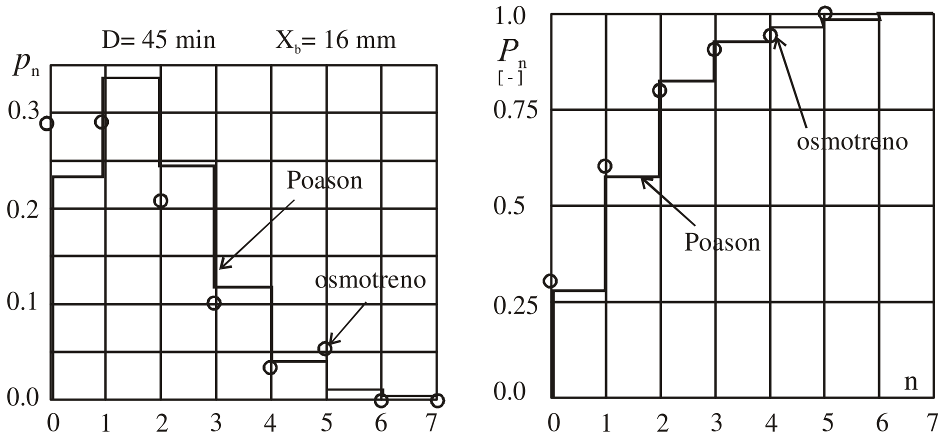
Iz izraza (25) vidi se da funkcija raspodele godišnjih ekstrema zavisi od raspodele broja javljanja pikova i raspodele pikova. U tabeli 2 dati su izrazi za funkcije raspodele godišnjih maksimuma za različite modele broja javljanja pikova.

Tabela 2: Funkcije raspodele godišnjih maksimuma.

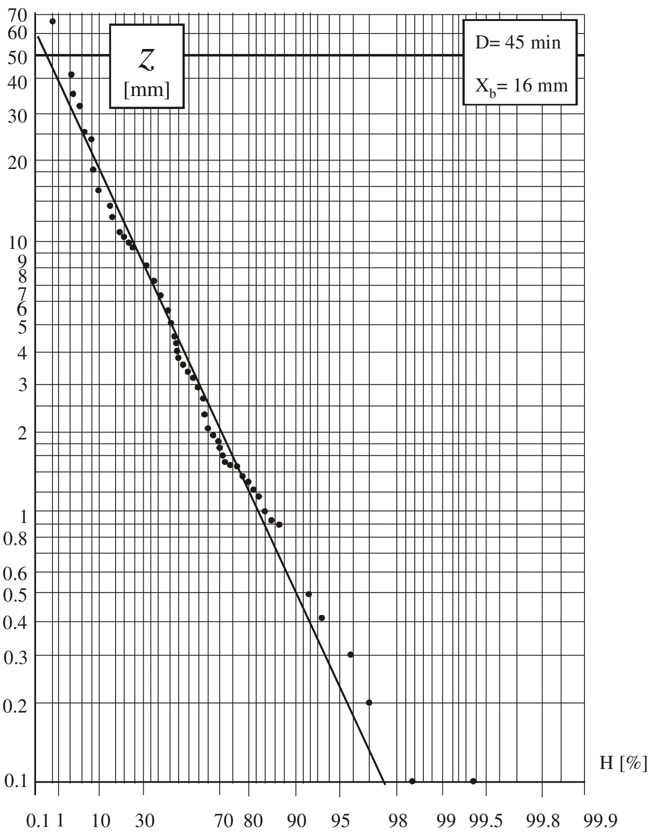
Model broja pikova	Godišnji maksimumi $F(x)$
Poason	$\exp\{-\Lambda[1 - H(z)]\}$
Bernuli	$e^{-\Lambda}[1 + (e^{\Lambda/a} - 1)H(z)]^a$
Paskal	$e^{-\Lambda}[1 + (e^{-\Lambda/b} - 1)H(z)]^{-b}$

Primer analize

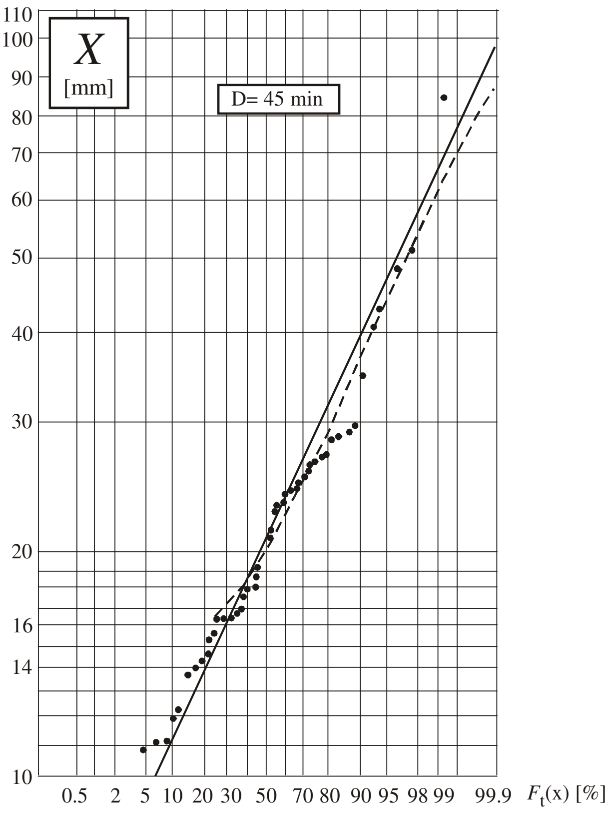
Kao primer data je analiza maksimalnih kiša trajanja 45 minuta za stanicu Beograd-Vračar. Raspored broja javljanja p_n za bazu X_b=16, kao i kumulativna relativna frekvencija P_n data je na slici 3. Raspodela visina pikova H(z) prema Vejbulovoj raspodeli prikazana je na dijagramu verovatnoće – slika 4, zajedno sa empirijskom raspodelom. Raspodela godišnjih ekstrema po metodi parcijalnih serija upoređena je sa raspodelom po metodi godišnjih ekstrema primenom troparametarske logaritamsko-normalne raspodele (slika 5).



Slika 3. Raspodele broja javljanja pikova



Slika 4. Funkcija raspodele pikova



Slika 5. Funkcija raspodele godišnjih maksimuma.

POVRATNI PERIOD

Bez obzira na različite pristupe i suštinske razlike pri korišćenju podataka osmatranja i metoda godišnjih ekstrema i metoda pikova kao konačni rezultat daju funkciju raspodele maksimalnih vrednosti.

Povratni period R se izražava u godinama i definiše se izrazom:

$$R(x)=\frac{1}{1-F_t(x)} \tag{26}$$

S obzirom da je funkcija raspodele $F_t(x)$ po definiciji:

$$0\le F_t(x)\le 1 \tag{27}$$

pri čemu se asimptotski približava nuli, odnosno jedinici, povratni period R prema izrazu (26) može imati vrednosti:

$$1\le R\le\infty \tag{28}$$

a praktično ima smisla:

$$2\le R\le(2\div 5)N \tag{29}$$

gde je N broj osmatranja.

Teorijska definicija povratnog perioda prema izrazu (26) govori *da se svake R-te godine bar jedanput može očekivati vrednost X_T ili veća od nje*.

Chaw (1964) koristi veličinu:

$$R_1(x)=\frac{1}{1-H_1(x)} \tag{30}$$

da bi se izračunao povratni period. U izrazu (30) funkcija $H_1(x)$ predstavlja funkciju raspodele visine pikova pri prosečnom broju javljanja u godini jednakom jedan ($E(\eta_t)=\Lambda=1$). Definicija (30) važi samo ako je raspodela broja javljanja pikova Puasonova.

Odnos između veličine $R_1(x)$ i povratnog perioda $R(x)$ dat je izrazom:

$$R_1(x)=\frac{1}{\ln R-\ln(R-1)} \tag{31}$$

S obzirom da je $H_1(x)$ funkcija raspodele i za veličinu R_1 važi $1<R_1\le\infty$.

Veličina $R_1(x)$ iz izraza (31) može se tumačiti na sledeći način: *svake R-te godine prosečno jedanput će se pojaviti vrednost X_{T1} ili veća od nje*.

Veličina Λ predstavlja prosečni broj javljanja pikova (vrednosti X iznad praga X_b) u godini dana i zavisi od vrednosti praga. Veličina Λ može se tumačiti: *prosečno Λ puta svake godine mogu se očekivati vrednosti X_b ili veće od nje*.

U slučaju raspodele broja javljanja pikova po Puasonovom zakonu, postoji veza između veličine Λ i povratnog perioda R:

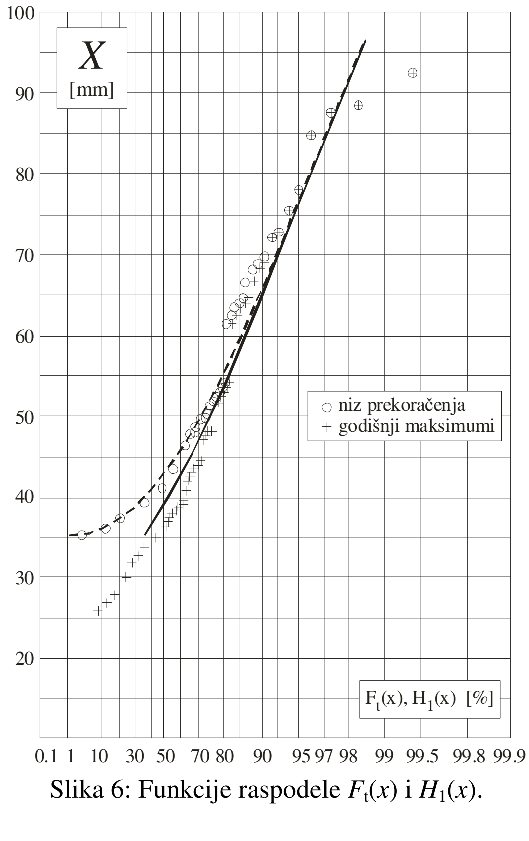
$$\Lambda=\ln R-\ln(R-1) \tag{32}$$

U tabeli 3 prikazuju se vrednosti X povratnog perioda R, kao i vrednosti veličine R_1 i odgovarajuće vrednosti Λ.

Tabela 3. Povratni period R i vrednosti veličina R_1 i Λ.

R	R_1	Λ
[godina]	[godina]	[-]
2	1.443	0.693
5	4.48	0.223
10	9.49	0.105
20	19.5	0.0513
50	49.5	0.0202
100	99.5	0.01005

Na slici 6 prikazane su funkcija raspodele maksimalnih dnevnih padavina $F(x)$ i visine pikova $H_1(x)$ pri Λ=1 (niz prekoračenja praga X_b) za jednu stanicu sa 90 godina osmatranja.



Slika 6: Funkcije raspodele $F_t(x)$ i $H_1(x)$.

SEZONSKA ANALIZA JAKIH KRATKO-TRAJNIH KIŠA

Uvod

Prilikom analize pojave jakih kratkotrajnih kiša u godini dana (odnosno periodu april-oktobar), kada se vrše pluviografska osmatranja na većini stanica u našoj zemlji) ravnopravno se mogu primenjivati metoda godišnjih ekstrema i metoda parcijalnih serija (odnosno metoda pikova). Metoda godišnjih ekstrema je jednostavnija pa omogućuje brži rad na obradi podataka, dok metoda pikova pruža više informacija i manje je osetljiva u slučajevima kada se pojave izuzetne vrednosti u osmotrenom nizu.

Prilikom sezonske analize pojave, a pogotovu pri analizi u pojedinim mesecima, metoda godišnjih ekstrema pokazuje svoje nedostatke. Ukoliko se pojava jakih kiša analizira za period (sezonu ili mesec) kada su se pojavile najveće vrednosti u seriji godišnjih maksimuma, nije redak slučaj da se za veće povratne periode u sezoni ili mesecu dobije veća visina kiše nego u godini dana, što je teško prihvatiti. Ovi nedostaci se ne javljaju pri metodi parcijalnih serija, koja pri sezonskoj analizi u potpunosti pokazuje svoju efikasnost i pruža obilje značajnih informacija.

Raspored broja javljanja po mesecima i sezonama

Pojava broja javljanja pikova analizira se u vremenskom intervalu $(0,T)$ gde je širina intervala T manja od godine dana - na primer mesec dana ili sezona.

Za određeni mesec, naprimer april, određuje se empirijska raspodela broja javljanja pikova, računaju se numerički pokazatelji (Λ, S_n^2), računa se teorijska funkcija raspodele i testira saglasnost teorijske i empirijske raspodele. Postupak je identičan sa postupkom pri analizi pojave u godini dana.

Potpuno istovetan postupak može se primeniti pri sezonskim analizama. Izbor sezone zavisi od praktičnih pitanja koja proizilaze iz razmatranog problema. Ipak, najčešće se bira prema godišnjim dobima (proleće, leto, jesen) ili pak detaljnije (rano proleće, rano leto, ...).

Polazeći od prosečnog intenziteta javljanja u određenom mesecu:

$$\overline{\lambda}(t) = \Lambda_t / T \tag{33}$$

gde je Λ_t prosečni broj javljanja u mesecu, a T broj dana u mesecu, formira se gustina raspodele broja javljanja tokom godine:

$$\varphi(t) = \overline{\lambda}(t) \big/ \Lambda \tag{34}$$

gde je Λ prosečan broj javljanja pikova većih od bazne vrednosti X_b. Funkcija raspodele broja javljanja pikova većih od X_b:

$$\phi = \int_0^t \varphi(t')\, dt' \tag{35}$$

Funkcije raspodele pikova po mesecima i sezonama

Analiziraju se sve vrednosti pikova većih od bazne vrednosti Xb, koje su se pojavile u posmatranom mesecu ili sezoni, odnosno vremenskom periodu (0,T].

Podaci se sređuju u statistički niz, određuje empirijska raspodela, računaju numerički pokazatelji, teorijska funkcija raspodele i testira saglasnost teorijske i empirijske funkcije raspodele. Postupak je identičan sa postupkom primenjivanim za period od godine dana.

Funkcija raspodele maksimalnih pljuskova određenog trajanja kiše po mesecima i sezonama

Postupak analize za vremenski period (0,T] podudara se sa postupkom koji se primenjuje za period od godine dana. Empirijska raspodela određuje se iz maksimalnih vrednosti iz perioda $(0,T)$ po pojedinim godinama (N vrednosti iz N godina osmatranja). Parametri teorijske funkcije raspodele određuju se iz analize raspodele broja javljanja pikova i raspodele visine pikova. *Važno je naglasiti da je ova funkcija raspodele maksimalnih kiša definisana za vrednosti* $X_b \le X \le +\infty$.

Metoda složenih parcijalnih serija (CPDS)

Posmatrajmo pojavu jakih kiša kratkog trajanja u K sezona, označenih sa $i=1,2,...,K$ gde je i broj sezone, kojima odgovaraju intervali vremena $(0, t_1]$, $(t_1+\varepsilon, t_2]$,..., $(t_{K-1}+\varepsilon, t_K]$.

Analizom kiša pomoću metode parcijalnih serija (metoda pikova) za i-tu sezonu dobijaju se odgovarajuće *funkcije raspodele*:

- broja javljanja pikova $p_i(n)$,
- visine pikova $H_i(x)$,
- ekstremnih vrednosti $F_{ti}(x)$.

Pretpostavlja se da su događaji međusobno nezavisni. Funkcija respodele ekstremnih vrednosti u intervalu $(0,t_K)$, tj. u godini dana, prema zakonu složene verovatnoće nezavisnih događaja je:

$$F_t(x) = \prod_{i=1}^{i=K} F_{ti}(x) \tag{36}$$

Ako je po sezonama broj javljanja pikova raspoređen po Poasonovom zakonu sa parametrom Λ_i, a visina pikova po Vejbulovoj (Gudričevoj) funkciji raspodele sa parametrima a_i i b_i, dobija se izraz za funkciju raspodele godišnjih ekstrema:

$$F_t(x) = \exp\left\{-\sum_{i=1}^{i=K}\Lambda_i \exp\left[-\left(\frac{x-x_{b_i}}{b_i}\right)^{a_i}\right]\right\} \tag{37}$$

Primena složenih parcijalnih serija

Metoda je primenjena pri analizi kiša trajanja od 5 do 120 minuta za kišomernu stanicu Beograd-Vračar, za podatke od 1925. do 1989. godine.

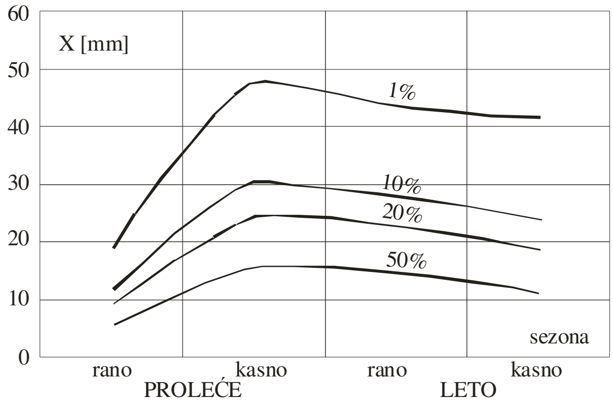
Anlizirane su četiri sezone:

- rano proleće od 21. marta do 6. maja,
- kasno proleće od 7. maja do 21. juna,
- rano leto od 22. juna do 6. avgusta,
- kasno leto od 7. avgusta do 22. septembra.

Funkcije raspodele sezonskih maksimuma dobijene su iz Poasonovog zakona za broj javljanja pikova i Vejbulove raspodele za visinu pikova i imaju oblik:

$$F_i = \exp\left\{-\Lambda_i \exp\left[-\left(\frac{x-x_{b_i}}{b_i}\right)^{a_i}\right]\right\} \tag{38}$$

Na slici 7 za trajanje kiše 60 minuta prikazane su po sezonama visine kiša povratnog perioda 2, 5, 10 i 100 god.



Slika 7. Sezonske visine padavina.

U tabeli 4, za trajanje kiša od 5 do 120 minuta, date su visine padavina obezbeđenosti 50, 20, 10 i 1% po sezonama.

U tabeli 5 prikazane su godišnje vrednosti visine padavina dobijene metodom parcijalnih serija (PDS) i metodom složenih parcijalnih serija (CPDS).

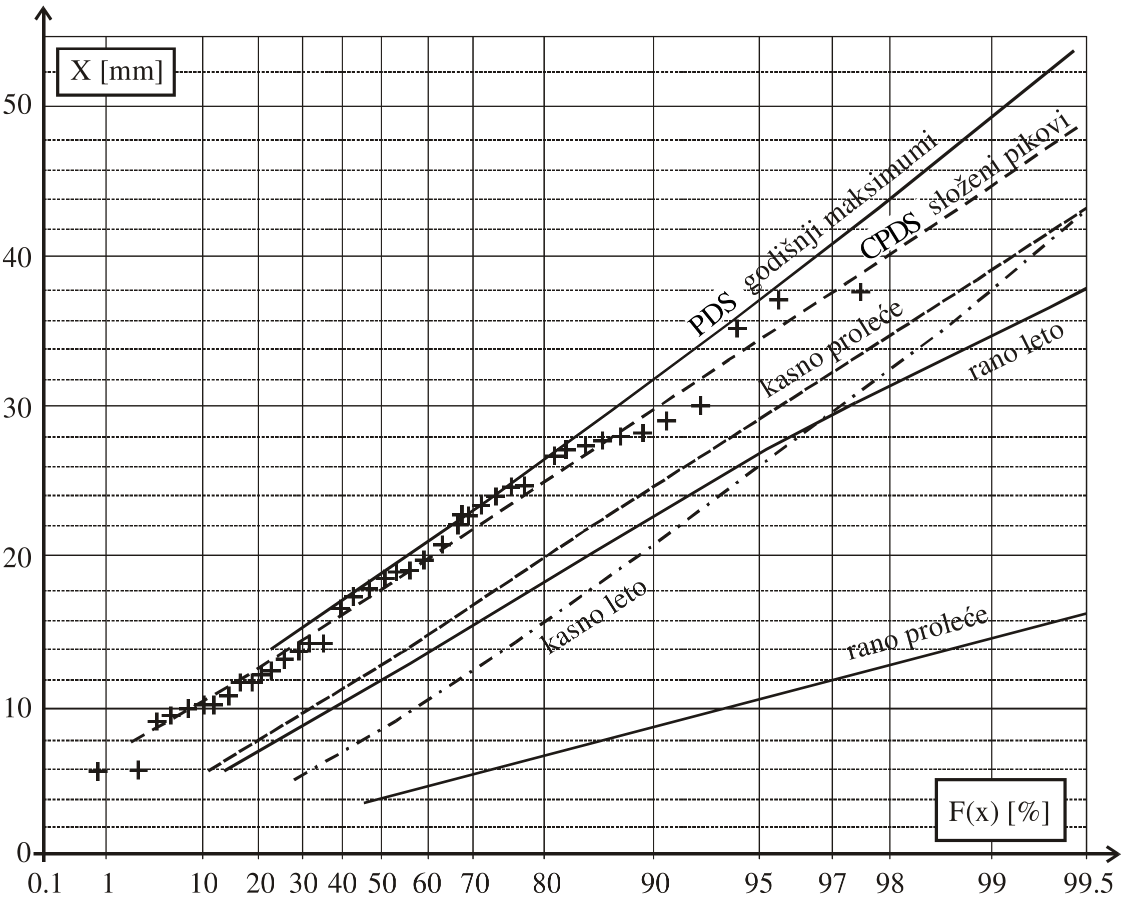
Na slici 8 prikazane su sezonske funkcije raspodele kao i funkcije raspodele godišnjih ekstrema dobijene metodom parcijalnih serija i metodom složenih parcijalnih serija.

Tabela 4. Visina padavina datih obezbeđenosti P i trajanja, po sezonama.

Sezona	P(%)	Trajanje kiše (min)								
		5	10	15	20	30	45	60	90	120
rano proleće	50	2.8	4.4	5.1	5.3	5.9	6.7	5.4	7.1	7.6
	20	3.4	4.8	5.7	6.2	7.1	8.2	8.8	11.0	12.1
	10	4.3	6.3	7.5	8.3	9.2	10.4	11.0	15.0	16.2
	1	6.8	10.2	12.1	14.1	15.4	17.2	17.8	30.5	31.2
kasno proleće	50	5.9	8.8	10.4	11.5	13.3	14.7	15.8	17.2	17.8
	20	9.1	13.5	16.2	18.2	20.3	22.8	24.5	26.2	27.6
	10	11.2	16.6	20.1	22.8	24.9	28.2	30.3	32.3	34.1
	1	17.3	26.1	32.6	38.2	39.5	45.4	48.9	51.1	55.0
rano leto	50	5.9	8.6	10.4	11.7	13.2	14.5	15.3	16.7	17.7
	20	8.5	12.3	15.1	16.9	19.3	21.6	22.9	25.1	26.7
	10	10.0	14.6	18.1	20.1	23.2	26.1	27.9	30.5	32.7
	1	14.5	21.4	27.0	29.4	35.0	39.6	43.3	47.1	50.9
kasno leto	50	4.0	6.1	7.3	8.0	9.0	10.3	11.5	12.9	13.7
	20	7.1	10.5	12.9	14.3	16.1	18.0	19.4	21.3	22.7
	10	9.3	13.6	16.7	18.9	21.2	23.5	24.8	27.1	9.1
	1	16.6	23.7	29.3	34.0	38.3	42.2	42.5	45.8	50.3

Tabela 5. Visina padavina datih obezbeđenosti P i trajanja, po sezonama.

Metoda	P(%)	Trajanje kiše (min)								
		5	10	15	20	30	45	60	90	120
(PDS)	*50*	8.5	12.1	14.7	16.6	18.8	20.4	21.8	23.9	25.5
parcijalne	*20*	11.2	17.0	20.8	23.6	26.7	29.7	31.4	35.5	37.2
serije	10	12.9	20.3	25.2	28.3	32.1	36.4	38.4	43.3	45.3
	1	17.9	30.8	39.6	43.4	49.5	59.0	62.2	70.0	72.3
(CPDS)	50	8.2	11.8	14.0	15.8	18.5	20.2	21.3	23.6	26.1
složene	20	10.7	16.1	19.2	22.2	25.2	28.8	30.3	33.2	35.7
parcijalne	10	12.4	19.3	23.1	26.6	30.1	34.1	36.1	39.4	42.3
serije	1	1.9	28.7	36.7	40.8	45.1	50.2	53.4	64.3	64.9



Slika 8: Raspodela godišnjih i sezonskih ekstrema - godišnji maksimumi, PDS, CPDS metode.

ZAKLJUČAK

Metoda složenih parcijalnih serija je najkompleksnija, zahteva najviše rada, ali daje najbolje rezulate. Preporučuje se u slučajevima kada postoje vrednosti u nizovima koji se mogu smatrati izuzecima.

LITERATURA

[1] Todorović, P.: On some problems involving random number of random variables, Ann. Math. Stat., 41 (3): 1059-1063, 1970

[2] Todorović, P. i Rousselle, J.: Some problems of flood analysis, Water Resour. Res.7(5):1144-1150,1971

[3] Vukmirović, V.:Analiza verovatnoće pojave hidroloških veličina, Naučna knjiga, 1990.

[4] Zelenhasić, E.: Theoretical probability distributions for flood peaks, Hydrology Papers No.42,1970.

PRECIPITATION ANALYSIS BY PARTIAL DURATION SERIES

by

Vojislav VUKMIROVIĆ

Summary

The method of partial duration series, based on the discrete stochastic processes, is presented in the paper. The distribution of peak occurrence, peak magnitudes and annual maxima are analyzed. The method is explained on the example of the 45-minute maximum rainfall for the Belgrade-Vracar precipitation station. Also, the seasonal analysis of the same rainfall series is performed and the method of compound peaks over threshold is applied.

Key words: short-duration storms, partial duration series, seasonal analysis, compound peaks over threshold method

Redigovano 31.05.2010.