UDK: 628.17/628.1
Originalni naučni rad

ANALIZA STRUKTURE VREMENSKE SERIJE POTROŠNJE VODE U SARAJEVSKOM VODOVODNOM SISTEMU

Mr Hasija BUSULADŽIĆ, dipl.ing.građ.
KJKP "Vodovod i kanalizacija" d.o.o. Sarajevo

REZIME

U radu je izvršena analiza strukture vremenske serije srednje mjesečne potrošnje vode (m^3/s) u Sarajevskom vodovodnom sistemu za period 1972-1991. Detektovana je i izdvojena deterministička (trend i periodična) komponenta iz vremenske serije. Struktura stohastičke komponente vremenske serije je također istražena i ista aproksimirana odgovarajućim stohastičkim modelom.

Ključne riječi: vremenska serija, srednja mjesečna potrošnja vode, Sarajevski vodovodni sistem, stohastički model

1. UVOD

Analiza strukture vremenskih serija: dnevnih, sedmičnih, mjesečnih i godišnjih vrijednosti oticaja i padavina bavili su se detaljno mnogi istraživači. Međutim stohastičke karakteristike potrošnje vode do sada, barem u našoj zemlji, nisu sistematično izučavane. Sva dosadašnja istraživanja su iskazala potrebu da upotreba voda treba biti procjenjena razmatrajući determinističku (trend i periodičnost) i stohastičku komponentu. Stohastička priroda klimatskih varijacija transformiše se i postaje dio stohastičke komponente u serijama potrošnje vode.

Cilj ovakvih istraživanja je da se ukaže na višestruku korist baze podataka o evidentiranju korištenja vode, pri određivanju temeljnog karaktera i strukture različitih vremenskih serija upotrebe vode. Svakako da bolje predviđanje potrošnje vode u budućnosti bi automatski povećalo tačnost pri analizi i donošenju odluka za različite probleme vodnih resursa. Analiza zaliha i korištenja voda, te sistematizacija korisnika su neophodni da bi se dobijeni rezultati postavili u ispravnu perspektivu njihove primjene.

2. VODNE ZALIHE I UPOTREBA VODE

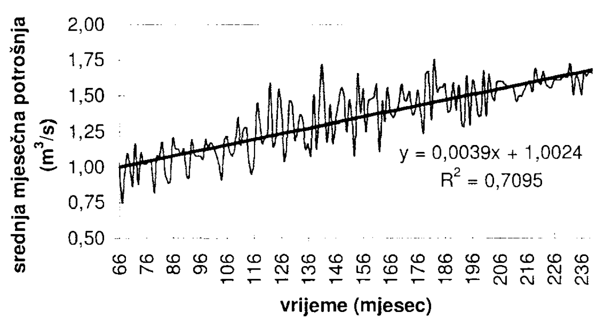
U suočavanju potrošnje i zaliha vode, stohastička priroda, obje vremenske serije, ima značajan učinak u nacrtu i analizi funkcionisanja sistema vodnih resursa. Pošto se potrošnja vode povećava sa vremenom to se postavlja pitanje kada će nadmašiti zalihe. Potrošnja vode se uglavnom razmatra u odnosu na buduće potrebe u vodi jedne urbane sredine. Vremenska serija korištenja vode neke regije ili općenito bilo kojeg projekta vodnog resursa može imati sličnu determinističku i stohastičku karakteristiku. U oba slučaja, slučajne promjene su superponirane, na sezonsku ili periodičnu fluktuaciju. Iskustveno vremenska serija korištenja vode urbane sredine obično pokazuje povećavajući godišnji trend u srednjoj vrijednosti i standardnoj devijaciji, međutim, ona može pokazati i umanjujući trend i pozitivne i negativne skokove. Ovi trendovi i skokovi su funkcije mnogih društvenih faktora: kao što su porast i gubitak stanovništva, povećanja i smanjenja u standardu življenja, različitih ekonomskih i društvenih razvoja i promjena, tehnoloških inovacija, cijene vode, načina mjerenja isporuke vode itd.

3. MATEMATIČKE METODE ANALIZE

Pristup u studiranju stohastičkih struktura vremenske serije upotrebe vode je identifikovan i matematički opisan od strane mnogih istraživača. U inžinjerskoj praksi, analiza stohastičkih procesa se u većini slučajeva svodi na analizu vremenskih serija pri čemu se prvo ustanovi da li je proučavani proces stacionaran ili nestacionaran. Dalja razmatranja i proučavanja vremenske serije nastavljaju se kroz analizu (otkrivanja i uklanjanja) različitih determinističkih komponenti: trendova u srednjoj vrijednosti i standardnoj devijaciji; periodične komponente u srednjoj vrijednosti i standardnoj devijaciji; periodične komponente u autokorelacionim koeficijentima. Zatim se istražuje stohastička komponenta (struktura vremenske zavisnosti, primjena modela autoregresivne zavisnosti m-tog reda i nalaženje funkcije gustine raspodjele). Raspoloživa kompjuterska tehnika omogućuje uvođenje u proračun mnogih varijabli, čime su stvorene pretpostavke za dobijanje "najoptimalnijeg rješenja".

4. ANALIZA STRUKTURE VREMENSKE SERIJE POTROŠNJE VODE ZA SARAJEVSKI VODOVODNI SISTEM

Primjenom poznatih matematičkih metoda, te korištenjem provedenih analiza: strukture sedmičnih i mjesečnih vremenskih serija upotrebe vode za gradove: Fort Collins, Colorado, San Francisko Los Angeles i dr. [1] proveden je cjelokupan postupak analize strukture vremenske serije srednje mjesečne potrošnje vode u Sarajevskom vodovodnom sistemu. Na slici 1 je prikazana originalna vremenska serija srednje mjesečne potrošnje vode za grad Sarajevo za period 1972-1991. godine, izražena u (m^3/s).



Slika 1. Originalna vremenska serija srednje mjesečne potrošnje (m^3/s) za grad Sarajevo (1972-1991) [2]

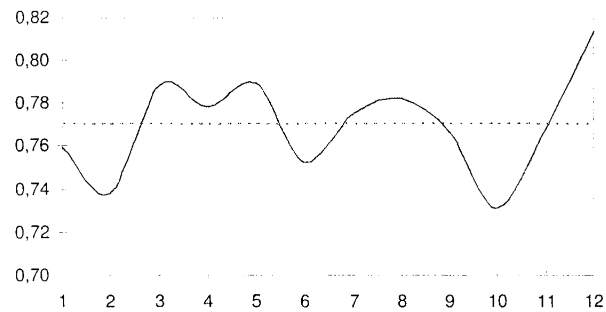
4.1. DISKUSIJA REZULTATA ISPITIVANJA

Prosječna srednja mjesečna vrijednost potrošnje vode za čitav period od 20 godina iznosi 1,23 m^3/s. Budući da je standardna devijacija $\sigma = 0,3$ što znači da se odstupanja od prosječne potrošnje vode u 50 % slučajeva kreću u granicama od 0,93 do 1,53. U drugih 50 % slučajeva ta odstupanja su veća.

S obzirom da je koeficijent varijacije $c_v = 0,247$ proizlazi da su u 50 % slučajeva prosječne mjesečne potrošnje vode veće ili manje za 24,7 % od srednje mjesečne potrošnje vode za posmatrani period.

Raspodjela potrošnje vode na liniji učestalosti unekoliko odstupa od normale na lijevu stranu od prosječne vrijednosti jer je koeficijent asimetrije $c_s = -0,0836$.

U našem slučaju koeficijent autokorelacije r_k, se kreće oko 0,7. Znači da postoji zavisnost između potrošnje vode jednog i drugog mjeseca (slika 2.).



Slika 2. Koeficijent autokorelacije r_k - originalne serije za k=1–12 [2]

Međutim iz datog hidrograma srednje mjesečne potrošnje vode u razmatranom periodu (slika 1.) je na prvi pogled vidljivo da se potrošnja vode povećava u toku vremena tj. da postoji linearni trend porasta potrošnje u vremenu.

4.1.1. Analiza trenda

Trend potrošnje je testiran na modelu oblika

$$Y = B_0 + B_1X + B_2X^2 + ... + B_MX^M \quad \text{gdje je,} \qquad (1)$$

$Y = y - \bar{y}$ - centralizovana izmjerena vrijednost srednje mjesečne potrošnje vode

y - izmjerena vrijednost srednje mjesečne potrošnje vode

$\bar{y}$ - prosječna vrijednost potrošnje vode u razmatranom periodu

$X = x - \bar{x}$ - centralizovana vrijednost x_{sa} (vremena) u odnosu na x = 10

x - redni broj mjeseca u razmatranom nizu $0 \leq x \leq 20$

n - ukupan broj mjeseci (n = 240)

N - ukupan broj godina (N = 20)

$B_0, B_1, ..., B_M$ - koeficijenti regresije

Utvrđeno je da sasvim zadovoljavajuće rezultate daje linearni model u kome je $B_0 = -0,4009$, $B_1 = -0,0400$ tj. jednačina trenda glasi: $Y = 0,04x$ odnosno $Y = 0,04\,(x-10)$.

$$Y = 0,04x - 0,4 \qquad (2)$$

$$Y = 0{,}04\frac{x_n}{12-0{,}4}\ ; \qquad x(god) = \frac{x_n}{12}\ ; \qquad \text{gdje je}$$

x_n - redni broj mjeseca.

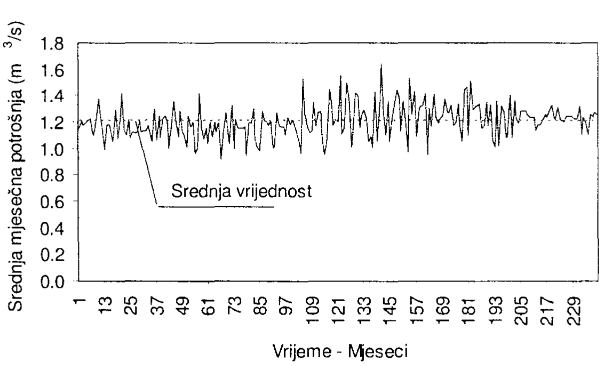
Kako je $Y = y - \bar{y}$

$$y_r = y - 0{,}04x + 0{,}4 = y - 0{,}04\frac{x_n}{12+0{,}4} \qquad (3)$$

gdje je

y_r - redukovane izmjerene vrijednosti srednje mjesečne potrošnje vode (eliminisan trend), na način da je srednja mjesečna potrošnja vode ostala ista ($\bar{y} = 1{,}23$).

Redukovane vrijednosti potrošnje vode date su na slici 3.



Slika 3. Vrijednost serije sa uklonjenim trendom za period 1972-1991 [2]

Slijedi analiza nove serije bez determinističke komponente (T_n). Pristupilo se određivanje stvarne potrošnje vode pomoću jednačine

$$y = y_r + T_n \ ; \qquad \text{gdje je} \qquad (4)$$

$T_n = 0{,}04x + 0{,}4$ - deterministička komponenta po trendu.

$$y = y_r + 0{,}04x - 0{,}4 \qquad \text{ili} \qquad (5)$$

$$y = y_r + 0{,}04\frac{x_n}{12-0{,}4}, \qquad \text{gdje je} \qquad (6)$$

x_n - (redni broj mjeseca).

Iz dobijenih vrijednosti redukovane serije, odnosno sračunatih stohastičkih vrijednosti proizlazi da se srednja vrijednost neznatno razlikuje od srednje vrijednosti originalne serije (posljedica zaokruživanja) i iznosi y_r = 1,21. Također, a što je za očekivati jer je uklonjen trend, standardna devijacija (σ = 0,15) i koeficijent varijacije c_v = 0,1217 se značajno smanjuju što će reći da je odstupanje od srednje vrijednosti manje. Koeficijenti autokorelacije postaju praktično beznačajni tako da se može govoriti o procesu prvog reda.

4.1.2. Analiza periodičnosti srednje vrijednosti i standardne devijacije

Izvršena je analiza redukovane vrijednosti srednje mjesečne potrošnje vode sa ciljem da se ustanovi da li ona sadrži periodičnu komponentu po srednjoj vrijednosti i standardnoj devijaciji. Na osnovu Fouier-ove analize μ_τ i σ_τ su izraženi pomoću

$$\mu_\tau = \mu_z + \sum_{j=1}^{m}\left[A_j \cos 2\pi f_j\tau + B_j \sin 2\pi f_j\tau\right] \qquad (7)$$

$$\sigma_\tau = \sigma_z + \sum_{j=1}^{m}\left[A_j \cos 2\pi f_j\tau + B_j \sin 2\pi f_j\tau\right] \ . \qquad (8)$$

Vrijednosti koeficijenata A_j i B_j kompjuterski su proračunati na osnovu formula

$$A_j = \frac{2}{\omega\sum_{r=1}^{\omega}(m_r - m_z)\cos 2\pi_j \frac{\tau}{\omega}} \qquad (9)$$

$$B_j = \frac{2}{\omega\sum_{r=1}^{\omega}(m_r - m_z)\sin 2\pi_j \frac{\tau}{\omega}} \qquad (10)$$

pri čemu se periodičnost u srednjoj vrijednosti može opisati sa dva perioda tj. sa koeficijentima:

$A_0 = 1{,}206$ - prosječna vrijednost redukovane serije

$A_1 = 0{,}008 \qquad A_2 = -0{,}023$

$B_1 = 0{,}011 \qquad B_2 = -0{,}046$, to jest

$$\mu_\tau = 1{,}206 + \sum_{j=1}^{2}\left[A_j \cos 2\pi f_j\tau + B_j \sin 2\pi f_j\tau\right] \qquad (11)$$

gdje je: $f_j = \frac{2\pi}{\omega}$, a $\omega = 12$ - (broj mjeseci u toku godine)

$$f_1 = 2\pi\frac{1}{12} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

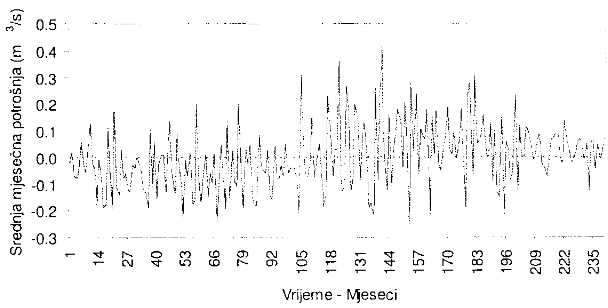
$$f_2 = 2\pi\frac{2}{12} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ, \qquad \text{tako da je}$$

$$\mu_\tau = 1{,}206 + 0{,}008\cos 30^\circ\tau + 0{,}011\sin 30^\circ\tau + \left(-0{,}023\cos 60^\circ\tau - 0{,}046\sin 60^\circ\tau\right) \quad \text{za} \quad 1 \le \tau \le 12 \qquad (12)$$

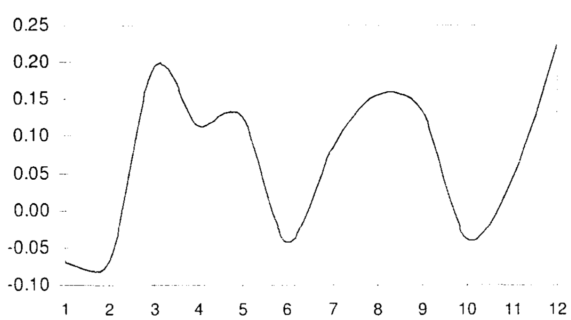
Uzroci opadanja i rasta potrošnje vode mogu biti mnogostruki. Za potrebe ovoga rada nije rađena detaljnija analiza svih relevantnih faktora, te nije bilo moguće ukazati na stvarne uzroke takvih uočenih pojava u našem slučaju.

Ako redukovanu vremensku seriju očistimo i od trenda periodičnosti i u srednjoj vrijednosti dobit ćemo reziduale kako je to prikazano na (slika 4.).

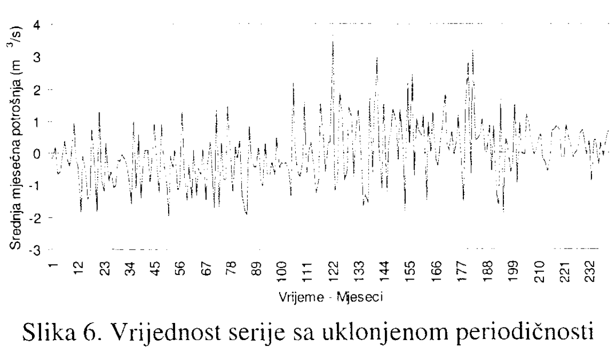
Iz provedenih proračuna proizlazi da je srednja vrijednost reziduala, a što je za očekivati nula, standardna devijacija σ = 0,14, a koeficijenti autokorelacije i dalje mali (slika 5.).



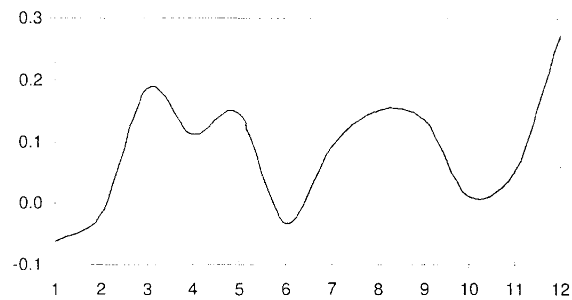
Slika 4. Vrijednosti serije sa uklonjenom periodičnosti po srednjoj vrijednosti za period 1972-1991 [2]



Slika 5. Koeficijent autokorelacije r_k -sa uklonjenim periodom po srednjoj vrijednosti za k=1–12 [2]



Slika 6. Vrijednost serije sa uklonjenom periodičnosti po standardnoj devijaciji za period 1972-1991 [2]



Slika 7. Koeficijent autokorelacije r_k - sa uklonjenom periodičnošću po standardnoj devijaciji za k=1–12 [2]

Analizirajući periodičnost i u standardnoj devijaciji (slika 6.), na isti način kao i kod prosječnih vrijednosti, dobili smo Fourier-ove koeficijente za periodičnost standardne devijacije.

$$A_0 = 1{,}206 \qquad A_1 = -0{,}025 \qquad A_2 = -0{,}001$$
$$B_1 = 0{,}014 \qquad B_2 = -0{,}003,$$

odnosno

$$\sigma_\tau = 1{,}206 + \sum_{j=1}^{2}\left[A_j \cos 2\pi f_j \tau + B_j \sin 2\pi f_j \tau\right] \tag{13}$$

Pošto se pokazalo da ima određene periodičnosti i u standardnoj devijaciji, a da su koeficijenti autokorelacije (slika 7.), i dalje ostali beznačajni, definitivno se može zaključiti da se radi o procesu stacionarnosti I-reda po srednjoj vrijednosti i varijansi, odnosno da je stohastička komponenta

$$\varepsilon_{p.\tau} = \frac{\left(X_{p.\tau} - m_\tau\right)}{s_\tau} \qquad \text{gdje je} \tag{14}$$

$X_{p.\tau}$ - redukovana vrijednost (uklonjen trend) osmatranih vrijednosti.

m_τ, s_τ - srednja vrijednost i standardna devijacija uzorka za poziciju τ (zapravo vrijednosti μ_τ, σ_τ).

4.1.3. Analiza stohastičke komponente vremenske serije

Pri određivanju strukture stohastičke komponente vremenske serije korišteni su autoregresivni (AR) modeli i to linearni i stacionarni (AR) model u obliku

$$\varepsilon_{p.\tau} = \sum_{j=1}^{m} \alpha_{j,\tau-j}\, \varepsilon_{p.\tau-1} + \eta_{p.\tau} \tag{15}$$

Rezultati korištenih modela prikazani su na slikama 8 i 9 za model prvog AR(1) i 10 i 11 za model drugog reda AR(2). Koeficijent a_l za model prvog reda iznosi $a_1 = -0{,}0621$, a koeficijenti za model drugog reda iznose: $a_1 = -0{,}0635$ i $a_2 = -0{,}0216$ tako da je

$$\varepsilon_{p,\tau} = \sum_{j=1}^{m} a_j \varepsilon_{p,\tau-j} + \sigma_\xi \, \xi_p, \tag{16}$$

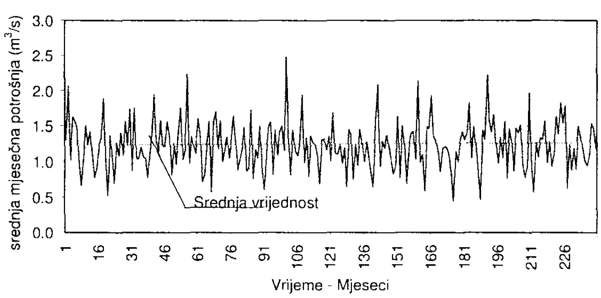
odnosno AR(1)

$$\varepsilon_{p,\tau} = -0{,}0621\varepsilon_{p,\tau-1} + \sigma_\xi \, \xi_{p,\tau} \tag{17}$$

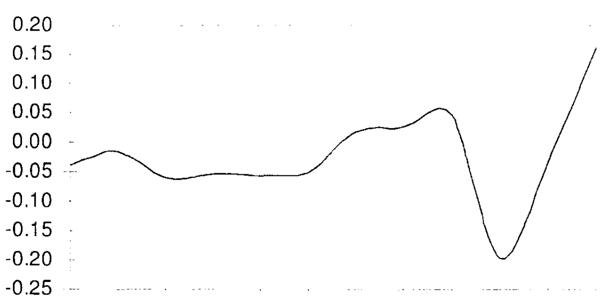
AR(2)

$$\varepsilon_{p,\tau} = -0{,}0653\,\varepsilon_{p,\tau-1} + \left(-0{,}0216\,\varepsilon_{p,\tau-2}\right) + \sigma_\xi \xi_{p,\tau} \tag{18}$$

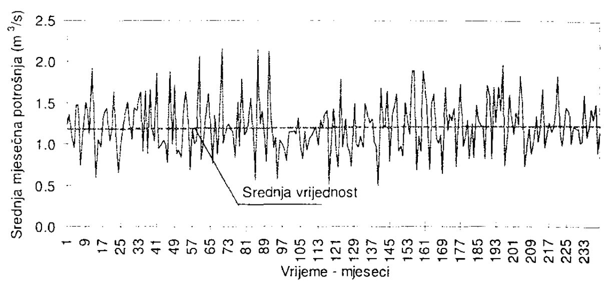
Nezavisna (stacionarna) komponenta $\varepsilon_{p,\tau}$ ispitivana je sa modelom raspodjele: Log-normalna (slika 8,9,10 i 11) i Pirson III (slika 12,13,14, i 15). Razlike su beznačajne kao i rezultati ako primijenimo AR(1) ili AR(2). Da je to tako može se vidjeti usporedbom dobijenih rezultata.



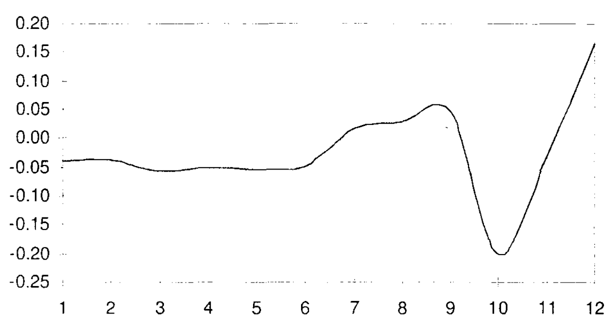
Slika 8. Vrijednosti AR(1) rezidualne serije za period 1992-2011 [2]



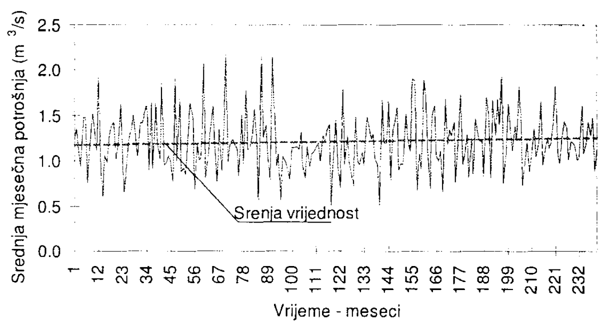
Slika 9. Koeficijent autokorelacije r_k - rezidualne serije AR(1) za k=1–12 [2]



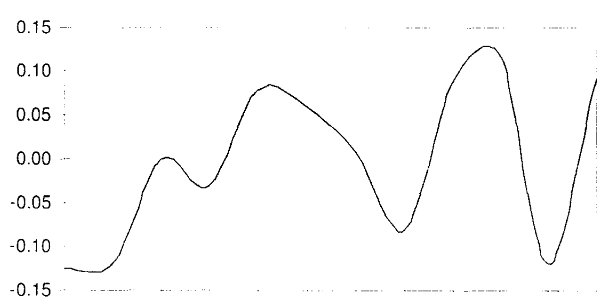
Slika 10. Vrijednosti AR(2) rezidualne serije za period 1992-2011 [2]



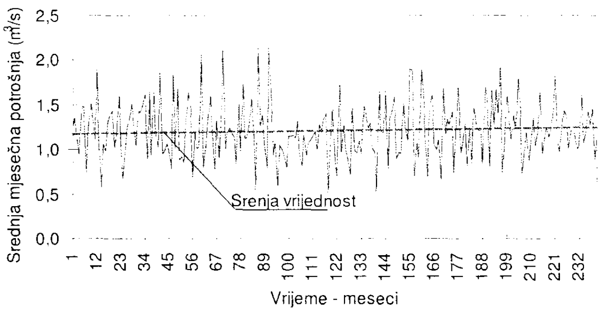
Slika 11. Koeficijent autokorelacije r_k - rezidualne serije AR(2) za k=1–12 [2]



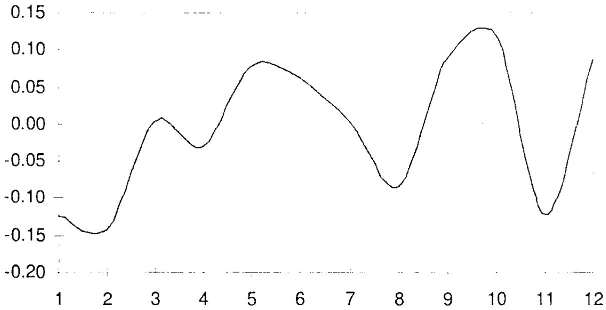
Slika 12. Vrijednosti AR(1) rezidualne serije za period 1992-2011 [2]



Slika 13. Koeficijent autokorelacije r_k - rezidualne serije AR(2) za k=1–12 [2]



Slika 14. Vrijednosti AR(2) rezidualne serije za period 1992-2011 [2]



Slika 15. Koeficijent autokorelacije r_k - rezidualne serije AR(2) za k=1–12 [2]

5. ZAKLJUČAK

Vremenska serija srednje mjesečne potrošnje za grad Sarajevo ima jako naglašen vremenski trend, nešto izraženiju periodičnu komponentu u srednjim vrijednostima i manje izraženu periodičnu komponentu u standardnim devijacijama, dok su reziduali preostali nakon izdvajanja navedenih determinističkih komponenti od vremenske serije mogu aproksimirati autoregresivnim modelom reda AR(1).

Uzimajući u obzir sve proračunate koeficijente ovakvog modela i primjenjujući neke od pomenutih modela funkcija raspodjele vjerovatnoće, moguće je simulirati niz rezidualne serije kako je to i urađeno za period 1992-2011. godine.

Ukoliko bi željeli da dobijemo i stvarnu potrošnju vode i uz pretpostavku da ostaje u važnosti i dalje sračunati trend porasta potrošnje vode, konačne vrijednosti potrošnje vode bi dobili ako bi im dodali pomenuti trend. Međutim za ovu procjenu bi trebala i dodatna analiza kao što je npr. uspostavljanje veze između trenda potrošnje i broja stanovnika.

6. ZAHVALE

Posebnu zahvalnost dugujem gospodinu Boži Kneževiću, dipl.ing.građ, koji je svojim sugestijama i upustvima pružio nezamjenjivu pomoć pri razradi i analizi predmetne problematike.

LITERATURA

[1] Yevjevich V.: Hidrology Papers Colorado State University, fort Collins, Colorado, 1972.

[2] Busuladžić H.: Analiza stukture vremenske serije potrošnje vode u Sarajevskom vodovodnom sistemu, Građevinski fakultet u Sarajevu, Seminarski rad, Sarajevo, 1998.

THE ANALYSIS OF THE STRUCTURE OF TIME SERIES WATER CONSUMPTION IN THE SARAJEVO WATER SYSTEM

by

Hasija BUSULADŽIĆ, MS BS civil engineer
Public Enterprise "Water Plant and Sewage" Sarajevo

Summary

The paper presents the analysis of the structure of the time series mid-range monthly water consumption (m^3/s) in the Sarajevo water system for the period between 1972 and 1991. Determinant (trend and periodic) component from the time series has also been detected and separated.

The structure of the stochastic component of the time series has also been studied and was approximated to suitable stochastic model.

Key words: time series, mid-range monthly water consumption, Sarajevo water system, stochastic model

Redigovano 03.12.2007.