UDK: 65.011
Originalni naučni rad

ANALITIČKI HIJERARHIJSKI PROCES: INDIVIDUALNA I GRUPNA KONZISTENTNOST DONOSILACA ODLUKA

Bojan SRĐEVIĆ, Kosana SUVOČAREV, Zorica SRĐEVIĆ
Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet, Departman za uređenje voda

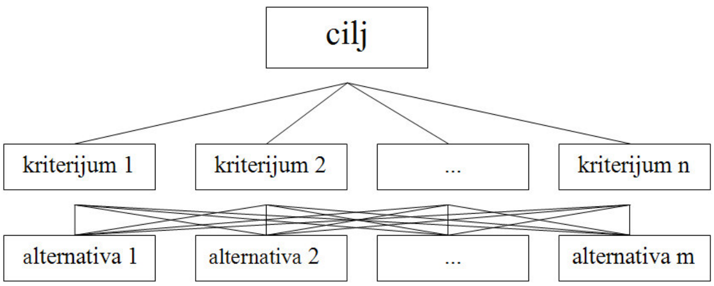
REZIME

Centralni deo Analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP), metoda za podršku procesa donošenja odluka, jeste poređenje u parovima elemenata hijerarhije i formiranje odgovarajućih lokalnih recipročnih numeričkih matrica iz kojih se nekim od matematičkih postupaka određuju težine poređenih elemenata. Matrice i izračunate težine elemenata nose informaciju o konzistentnosti donosioca odluka koja se može meriti na razne načine, direktno i indirektno. U standardnom AHP koristi se stepen konzistentnosti (*CR*), a od drugih mera najčešće je u upotrebi totalno Euklidsko rastojanje (*ED*). Ako ima *K* donosilaca odluka koji tretiraju isti problem, tada na svakom nivou hijerarhije umesto jedne lokalne matrice ima *K* takvih matrica i isto toliko skupova težina elemenata. Sinteza individualno dobijenih težina u grupne težine vrši se na razne načine, ali je problem kako se odnositi prema različitoj konzistentnosti više donosioca odluka. U radu se taj problem tretira preko izabrana tri parametra performanse donosioca odluka, definiše se postupak analize i na jednom primeru ilustruje kako se mogu identifikovati donosioci odluka koje treba uključiti pri sintezi individualnih u grupne težine. Na individualnom nivou korišćene su mere konzistentnosti *CR* i *ED*, a grupna konzistentnost tretirana je pomoću Spirmanovog koeficijenta korelacije rangova.

Ključne reči: AHP, donosilac odluka, grupa, konzistentnost

1. UVOD

Analitički hijerarhijski proces (AHP) je metod za podršku procesa donošenja odluka koji se zasniva na formiranju hijerarhije problema i originalnoj proceduri za vrednovanje elemenata po nivoima hijerarhije dok se u konačnoj sintezi ne utvrde težine svih elemenata (alternativa) na najnižem nivou u odnosu na element na najvišem nivou (globalni cilj). U opštem slučaju hijerarhija sadrži cilj, kriterijume i alternative kao na Slici 1.



Slika 1. Hijerarhija problema odlučivanja

Donosilac odluka (DO) poredi elemente u datom nivou hijerarhije međusobno, svaki sa svakim, u odnosu na sve (nadređene) elemente u višem nivou hijerarhije. U bazičnoj hijerarhiji sa Slike 1 to znači da se prvo u parovima porede svi kriterijumi u odnosu na cilj, a zatim sve alternative u parovima posebno za svaki kriterijum. Svako poređenje se vrši davanjem verbalnih ili numeričkih ocena prema Satijevoj fundamentalnoj skali (Tabela 1).

Tabela 1. Satijeva fundamentalna skala [1]

Verbalna ocena	**Numerička ocena**
Jednake važnosti	1
Slaba dominacija	3
Jaka dominacija	5
Demonstrirana dominacija	7
Apsolutna dominacija	9
Međuvrednosti	2, 4, 6, 8

Numeričke ocene poređenja parova elemenata na datom nivou hijerarhije unose se u matricu poređenja koja je recipročna, odnosno elementi iz gornjeg trougla su simetrično recipročni elementima iz donjeg trougla, dok su elementi na glavnoj dijagonali jednaki 1.

Iz matrice poređenja se zatim određuje tzv. lokalni vektor težina elemenata na tom nivou hijerarhije u odnosu na nadređeni element iz gornjeg nivoa hijerarhije. Izračunavanje ovog lokalnog vektora vrši se nekim od poznatih metoda [4]:

- Metod sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method)
- Metod aditivne normalizacije (Additive Normalization Method)
- Metod otežanih najmanjih kvadrata (The Weighted Least Squares Method)
- Logaritamski metod najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least Squares Method)
- Logaritamski metod ciljnog programiranja (Logarithmic Goal Programming Method)
- Metod fazi programiranja prioriteta (The Fuzzy Preference Programming Method).

Sintezom lokalnih težina idući od cilja prema dole, dobija se krajnji rezultat: vektor težina alternativa u odnosu na cilj. AHP se time okončava [1, 3].

Matrica poređenja n elemenata odlučivanja na datom nivou hijerarhije u odnosu na izabrani nadređeni element (na prvom višem nivou) u opštem slučaju glasi:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Pošto svako a_{ij} predstavlja informaciju o odnosu težina elemenata i i j, trebalo bi da važi:

$$a_{i,j} = w_i / w_j \,. \tag{2}$$

gde su w_i i w_j tzv. lokalne težine elemenata i i j u odnosu na nadređeni element. Drugim rečima, u vektoru težina, $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, koji odgovara matrici (1), elementi vektora su lokalne težine elemenata iz posmatranog nivoa hijerarhije u odnosu na nadređeni element iz višeg nivoa.

Problem je u tome što je vektor $\boldsymbol{w}$ nepoznat. Uspešnost njegovog određivanja može se oceniti ako se definiše metrika poređenja originalne matrice A i njoj korespodentne matrice C:

$$C = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Potpuno poklapanje matrica A i C praktično ne postoji kada je rang matrice A jednak ili veći od 4. Razlozi su, na primer, nesavršenost postojećih vrednosnih skala, brojnost elemenata hijerarhije koju ljudski mozak nije sposoban da dosledno ocenjuje, nedovoljno znanje onoga ko vrši poređenja elemenata itd.

Razlike između korespodentnih elemenata matrica (1) i (3) tretiraju se kao nekonzistentnost. Autor metoda AHP [1] je preporučio kao meru odstupanja dveju matrica tzv. stepen konzistentnosti (*CR*) koji se i danas koristi u standardnim primenama metoda. U težnji za što približnijem određivanjem vektora težina $\boldsymbol{w}$, predloženi su i drugi metodi. Najčešće je u upotrebi totalno Euklidsko rastojanje (*ED*) između korespodentnih elemenata a_{ij} i w_i/w_j u matricama (1) i (3) da bi se na nivou cele matrice poređenja odredio stepen nesaglasnosti vrednovanja koje je izvršio DO i težina koje su sračunate nekim od gore navedenih metoda.

Kada se AHP koristi u grupnom kontekstu, stvari se dodatno komplikuju i konzistentnost više donosilaca odluka mora se meriti drugačije. Ovde je za tu svrhu predložen racionalni pristup zasnovan na korišćenju Spirmanovog koeficijenta korelacije rangova (*S*). Nakon definisanja mera individualne i grupne konzistentnosti u odeljcima 2 i 3, u odeljku 4 dat je opis pristupa, a u odeljku 5 primer primene.

2. MERE KONZISTENTNOSTI

Analiza konzistentnosti individualnog DO može se izvršiti na osnovu sračunatih vrednosti za *CR* i *ED* za svaku lokalnu matricu poređenja.

2.1. Stepen konzistentnosti (*CR*)

Stepen konzistentnosti (*CR*) se izračunava tokom standardnog AHP postupka. Prvo se izračunava indeks konzistentnosti (*CI*):

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} \tag{4}$$

gde je $\lambda_{\max}$ maksimalna sopstvena vrednost matrice poređenja (1). Zatim se pomoću ovog indeksa i slučajnog indeksa (*RI*), koji zavisi od reda matrice [1], dobija stepen konzistentnosti:

$$CR = \frac{CI}{RI}\ . \tag{5}$$

Slučajni indeks *RI* određen je na skupovima više stotina matrica različitih rangova, slučajno generisanih na kompjuterima poznate američke RAND korporacije polovinom 70-tih godina pošlog veka i od tada se nije menjao.

Ako se za matricu (1) dobije $CR < 0{,}10$, smatra se da je DO bio zadovoljavajuće konzistentan. U nekim slučajevima tvrdnja važi i ako je CR > 0,10; naravno, ne može se sprečiti da DO izvrši popravke u ocenama dok ne postigne dovoljno malu vrednost za *CR*.

2.2. Totalno L^2 Euklidsko rastojanje (*ED*)

Totalno L^2 Euklidsko rastojanje (*ED*)

$$ED = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(a_{ij} - w_i / w_j \right)^2 \right]^{1/2} \tag{6}$$

predstavlja meru rastojanja elemenata matrice poređenja (1) i korespodentnih elemenata matrice (3).

3. SPIRMANOV KOEFICIJENT KORELACIJE RANGOVA (*S*)

Kada se za datu lokalnu matricu (1) odredi vektor težina elemenata $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,...,w_n)$,elementi se mogu rangirati prema težinama. Ako postoji referentni vektor težina, a time i rangovi referentnih elemenata tog vektora, tada se može koristiti Spirmanov koeficijent korelacije rangova [2]:

$$S = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)}\,\cdot \tag{7}$$

D_i predstavlja razliku ranga datog elementa u vektoru $\boldsymbol{w}$ i ranga korespodentnog elementa u referentnom vektoru, a n je broj rangiranih elemenata. Koeficijent *S* opisuje pozitivnu ili negativnu korelisanost vektora $\boldsymbol{w}$ i referentnog vektora i uzima vrednost iz intervala [-1,1]; prva vrednost odgovara slučaju 'idealne negativne korelacije' (kada su elementi u $\boldsymbol{w}$ i referentnom vektoru potpuno suprotno rangirani), a druga odgovara slučaju 'idealne pozitivne korelacije' (kada se rangovi elemenata u $\boldsymbol{w}$ i referentnom vektoru potpuno poklapaju); kada je $S = 0$, rangovi su nekorelisani.

4. GRUPNI KONTEKST UPOTREBE *CR*, *ED* i *S*

Ako u grupi ima *K* donosilaca odluka, na datom nivou hijerarhije u kome je *n* elemenata, postoji *K* matrica poređenja tipa (1):

$$A^k,\ \ k = 1,2,..,K. \tag{8}$$

Iz ovih matrica se generiše *K* vektora težina $\boldsymbol{w}$:

$$\boldsymbol{w}^k = (w_1^k, w_2^k, ..., w_n^k), \quad k = 1, 2, ..., K \tag{9}$$

pri čemu važi

$$\sum_{i=1}^{n} w_i^k = 1\,\cdot \tag{10}$$

Vektorima $\boldsymbol{w}^k$, $k = 1, 2, ..., K,$ korespondiraju vektori rangova:

$$\boldsymbol{r}^k = (r_1^k, r_2^k, ..., r_n^k), \quad k = 1, 2, ..., K. \tag{11}$$

Pošto se prema relacijama (5) i (6) odrede individualne nekonzistentnosti i izračunaju totalna Euklidska rastojanja, za grupu donosilaca odluka formiraju se vektori:

$$\boldsymbol{cr} = (cr_1, cr_2, ..., cr_K) \tag{12}$$

$$\boldsymbol{ed} = (ed_1, ed_2, ..., ed_K) \tag{13}$$

koji se mogu normalizovati putem relacija (14) i (15)

$$cr_k^n = cr_k / \sum_{j=1}^{K} cr_j\ , \quad k = 1, 2, ..., K \tag{14}$$

$$ed_k^n = ed_k / \sum_{j=1}^{K} ed_j\ , \quad k = 1, 2, ..., K \tag{15}$$

da se dobiju vektori

$$\boldsymbol{cr^n} = (cr_1^n, cr_2^n, ..., cr_K^n), \quad \sum_{k=1}^{K} cr_k^n = 1 \tag{16}$$

$$\boldsymbol{ed^n} = (ed_1^n, ed_2^n ..., ed_K^n), \quad \sum_{k=1}^{K} ed_k^n = 1. \tag{17}$$

Napomena: Oznake *cr* i *ed* su matematički prilagođene oznake za *CR* i *ED* iz relacija (5) i (6).

Sabiranjem vektora težina (9) i normalizacijom dobija se kompozitni (grupni) vektor:

$$\boldsymbol{w}^G = (w_1^G, w_2^G, ..., w_n^G) \tag{18}$$

gde je:

$$w_i^G = \sum_{k=1}^{K} w_i^k / [\sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{n} w_j^k], \quad i = 1, 2, ..., n \tag{19}$$

i

$$\sum_{i=1}^{n} w_i^G = 1 \cdot \tag{20}$$

Asocirani vektor rangova je:

$$\boldsymbol{r}^G = (r_1^G, r_2^G, ..., r_n^G). \tag{21}$$

Za svakog donosioca odluka Spirmanov koeficijent se određuje kao

$$S_k = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} \left(D_i^k\right)^2}{n(n^2-1)} \tag{22}$$

gde je

$$D_i^k = r_i^k - r_i^G, \quad k = 1, 2, ..., K. \tag{23}$$

Time se za datog donosioca odluka definiše individulna saglasnost sa grupnom, referentnom, 'odlukom' u kojoj je i njegova odluka bila uzeta u obzir (videti relacije (22) i (23)).

Spirmanovi koeficijenti za sve donosioce odluka se, slično kao u (12) i (13), mogu smatrati komponentama vektora

$$\boldsymbol{S} = (S_1, S_2, ..., S_K). \tag{24}$$

Pošto elementi ovog vektora mogu uzimati vrednosti iz intervala [-1,1], linearno preslikavanje na skalu [0,1] putem relacije

$$S_k' = (S_k+1)/2, \ k = 1, 2,...,K \tag{25}$$

daje novi vektor

$$\boldsymbol{S'} = (S_1', S_2', ..., S_K'). \tag{26}$$

Na taj način su za grupu od *K* donosilaca odluka određena tri vektora, $\boldsymbol{cr}^n$, $\boldsymbol{ed}^n$ i $\boldsymbol{S'}$, čiji su svi elementi iz intervala [0,1] i mogu se prikazati na tri dijagrama:

(I) *CR-ED*

(II) *CR-S*

(III) *ED-S*.

Donosioci odluka se u dijagramima I, II i III pozicioniraju pod jednakim uslovima, odnosno mogu im se određivati i porediti udaljenosti od respektivne idealne tačke za dati dijagram. Na osnovu udaljenosti i međusobnih pozicija na dijagramima moguće su različite analize i izvođenja zaključaka, kao što su rangiranja donosilaca odluka po konzistentnosti, grupisanja po sličnosti odlučivanja i sl.

Kada je grupa dovoljno velika, npr. kada je više od 10 individua, pomoću ovakvih dvoparametarskih dijagrama moguće je identifikovati grupe i podgrupe individua sličnih performansi, individue koje odstupaju od ostalih (tzv. autlajeri – engl. outliers), sprovesti sažimanje grupe na referentnu (kompetentnu) eliminacijom određenih individua i sl. Dalje, sinteze individualnih odluka u grupne (ili podgrupne, a zatim grupne) mogu se usmeravati po osnovu klastera pošto se isti optimiziraju, što je poseban problem. Kao što se neki donosioci odluka (autlajeri) mogu potpuno eliminisati iz sinteznih postupaka, isti se iz drugih razloga mogu zadržati u analizi, ali im u sintezi davati niske težine, kod grupnih i podgrupnih sinteza mogu se primenjivati različite strategije davanja težina individuama i/ili podgrupama, itd.

Kada se koristi prvi tip dijagrama, *CR-ED*, dobija se informacija koliko su pojedinačni DO udaljeni od idealne tačke (0,0) kojoj odgovara potpuna konzistentnost. Informacija je individualnog karaktera jer se svaki donosilac odluka tretira izdvojeno od drugih, iako se pozicionira na istom dijagramu; njegovu poziciju određuje samo njegova konzistentnost i Euklidska suma.

Drugi tip dijagrama, *CR-S*, pozicionira donosioce odluka prema pokaznom stepenu konzistentnosti i stepenu korelisanosti sa sintetičkom odlukom za grupu. Idealna tačka je (0,1), a najbliže pozicionirani donosilac odluka je sa stanovišta grupe i sa stanovišta individualne konzistentnosti najmerodavniji da se prema njemu generiše konačna odluka.

Slična argumentacija važi i za treći tip dijagrama, *ED-S*, gde je idealna tačka takođe (0,1). Napomenimo da je mera *ED* univerzalna, dok mera *CR* važi samo za metod AHP.

’Kvalitet’ pojedinačnih donosilaca odluka (k = 1, 2, ..., K) iskazan tokom vrednovanja elemenata na datom hijerarhijskom nivou može se analizirati na više načina uz pomoć dijagrama tipa I, II i III. Jedan je da se za svakog donosioca odluka prvo odredi rastojanje od svake idealne tačke koristeći relacije:

$$(r_k^n)_{\mathrm{I}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (ed_k^n)^2}\ , \qquad k = 1, 2,..., K \qquad (27)$$

$$(r_k^n)_{\mathrm{II}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (S_k^{'} - 1)^2}\ , \ k = 1, 2,..., K \qquad (28)$$

$$(r_k^n)_{\mathrm{III}} = \sqrt{(ed_k^n)^2 + (S_k^{'} - 1)^2}\ , \ k = 1, 2,..., K. \qquad (29)$$

Jedan od načina je i da se donosioci odluka pozicioniraju u 3D prostoru *CR-ED-S* (dijagram IV) na osnovu rastojanja od idealne tačke (0,0,1)

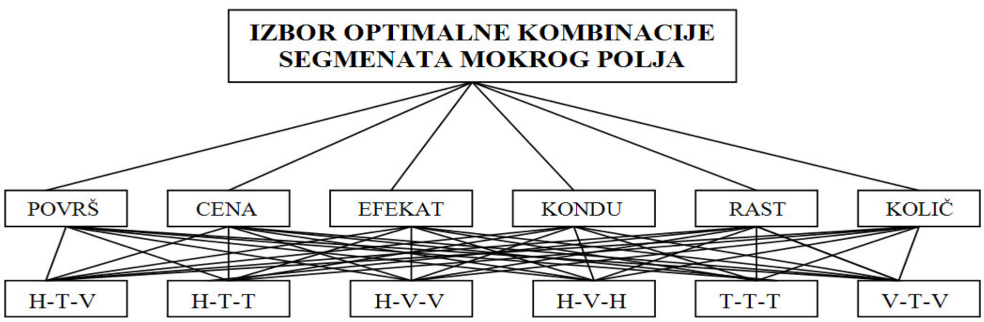
$$(r_k^n)_{\mathrm{IV}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (ed_k^n)^2 + (S_k^{'} - 1)^2}\ , k = 1, 2,..., K \quad (30)$$

i identifikuje ’najbolji’ donosilac odluka u gornjem smislu (najbliži idealnoj tački), a zatim usvoji da su njegova matrica vrednovanja i rezultujući vektor težina selektovani za konačnu AHP sintezu, slično kao u [4].

Predloženim postupkom se na svakom lokalnom nivou AHP može izdvojiti najbolji lokalni vektor jednog od donosilaca odluka. Na taj način se implicitno tretira grupni kontekst odlučivanja, jer se bez direktnog kontakta pojedinačnih donosilaca odluka identifikuje onaj koji za datu matricu ima poređenja koja su u *CR* i *ED* smislu bolja od drugih, a u *S* smislu najbliža grupnoj preferenci.

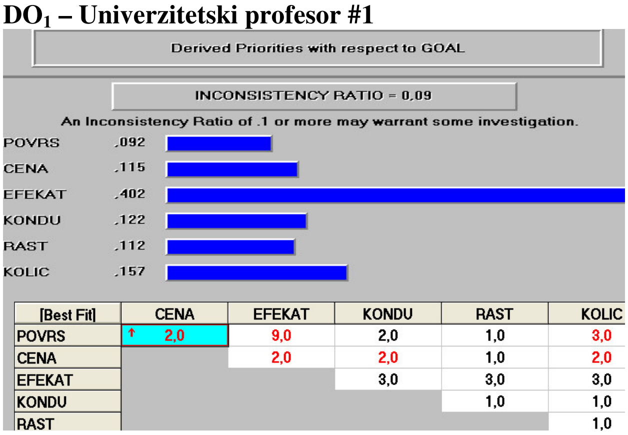
5. PRIMER

Razmatra se 5 matrica individualnih poređenja kriterijuma u odnosu na cilj u hijerarhiji sa Slike 2, preuzete iz radova [5, 6]. Svaki od pet donosilaca odluka (DO_1–univerzitetski profesor, DO_2–univerzitetski profesor, DO_3–projektant, DO_4–projektant/menadžer i DO_5–analitičar) u parovima je poredio 6 kriterijuma u odnosu na cilj definisan kao 'izabrati najbolju od nekoliko mogućih segmentacija mokrog polja'. Matrice poređenja sa Slike 3 korespondiraju matematičkoj notaciji (8), a rezultujući vektori težina kriterijuma i rangova, kao i aditivno normalizovani grupni vektor i njegov korespodentni vektor rangova dati su u Tabeli 2 i odgovaraju relacijama (9)-(11), odnosno relacijama (18)-(21).



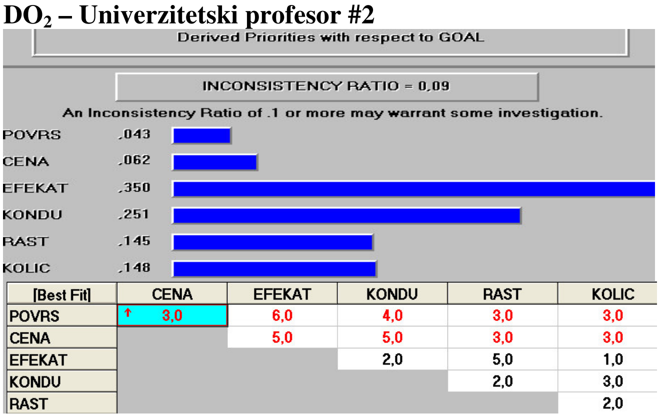
Slika 2. Hijerarhija problema odlučivanja [5,6]

DO_1 – Univerzitetski profesor #1



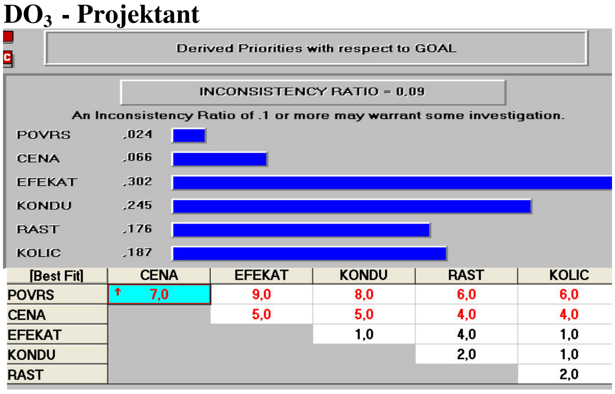
[Best Fit]	CENA	EFEKAT	KONDU	RAST	KOLIC
POVRS	2,0	9,0	2,0	1,0	3,0
CENA		2,0	2,0	1,0	2,0
EFEKAT			3,0	3,0	3,0
KONDU				1,0	1,0
RAST					1,0

DO_2 – Univerzitetski profesor #2



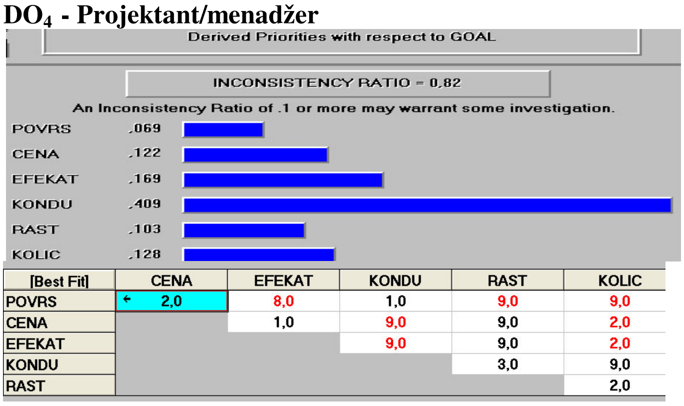
[Best Fit]	CENA	EFEKAT	KONDU	RAST	KOLIC
POVRS	3,0	6,0	4,0	3,0	3,0
CENA		5,0	5,0	3,0	3,0
EFEKAT			2,0	5,0	1,0
KONDU				2,0	3,0
RAST					2,0

DO_3 - Projektant



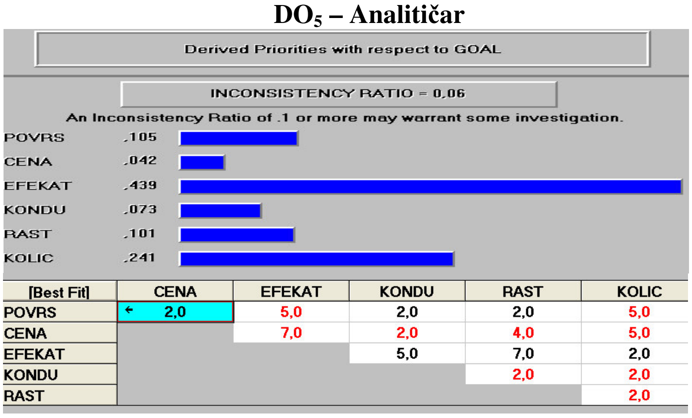
[Best Fit]	CENA	EFEKAT	KONDU	RAST	KOLIC
POVRS	7,0	9,0	8,0	6,0	6,0
CENA		5,0	5,0	4,0	4,0
EFEKAT			1,0	4,0	1,0
KONDU				2,0	1,0
RAST					2,0

DO_4 - Projektant/menadžer



[Best Fit]	CENA	EFEKAT	KONDU	RAST	KOLIC
POVRS	2,0	8,0	1,0	9,0	9,0
CENA		1,0	9,0	9,0	2,0
EFEKAT			9,0	9,0	2,0
KONDU				3,0	9,0
RAST					2,0

DO_5 – Analitičar



[Best Fit]	CENA	EFEKAT	KONDU	RAST	KOLIC
POVRS	2,0	5,0	2,0	2,0	5,0
CENA		7,0	2,0	4,0	5,0
EFEKAT			5,0	7,0	2,0
KONDU				2,0	2,0
RAST					2,0

Slika 3. Individualni rezultati poređenja kriterijuma sa Slike 2

Tabela 2. Vektori težina i rangova prema donosiocima odluka i grupnom kontekstu

Kriterijum	Grupna odluka		DO_1 Univ. prof. #1		DO_2 Univ. prof. #2		DO_3 Projektant		DO_4 Projektant/ menadžer		DO_5 Analitičar	
	w_i	rang	w_i	rang	w_i	rang	w_i	Rang	w_i	rang	w_i	rang
K_1 POVRŠ	0,067	6	0,092	6	0,043	6	0,024	6	0,069	6	0,105	3
K_2 CENA	0,081	5	0,115	4	0,062	5	0,066	5	0,122	4	0,042	6
K_3 EFEKAT	0,332	1	0,402	1	0,350	1	0,302	1	0,169	2	0,439	1
K_4 KONDU	0,220	2	0,122	3	0,251	2	0,245	2	0,409	1	0,073	5
K_5 RAST	0,127	4	0,112	5	0,145	4	0,176	4	0,103	5	0,101	4
K_6 KOLIČ	0,172	3	0,157	2	0,148	3	0,187	3	0,128	3	0,241	2

(Donosioci odluka)

Tabela 3. Individualne nekonzistentnosti, Euklidske sume i Spirmanov koeficijent

Donosilac odluka	Parametri performanse		
	CR	*ED*	*S*
DO_1	0,089	5,571	0,886
DO_2	0,090	5,042	1,000
DO_3	0,093	7,305	1,000
DO_4	0,830	19,977	0,886
DO_5	0,066	6,001	0,429

Tabela 4. Normalizovane i skalirane vrednosti iz Tabele 3

Donosilac odluka	Parametri performanse (normalizovani)		
	cr^n	ed^n	S^n
DO_1	0,076	0,127	0,943
DO_2	0,077	0,115	1,000
DO_3	0,079	0,166	1,000
DO_4	0,711	0,455	0,943
DO_5	0,056	0,137	0,714

Tabela 5. Rastojanja donosilaca odluka od idealne tačke na 2D dijagramima

Donosilac odluka	Rastojanja od idealne tačke		
	[*CR-ED*] $(r_k^n)_{\mathrm{I}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (ed_k^n)^2}$	**[*CR-S*]** $(r_k^n)_{\mathrm{II}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (S_k^n - 1)^2}$	**[*ED-S*]** $(r_k^n)_{\mathrm{III}} = \sqrt{(ed_k^n)^2 + (S_k^n - 1)^2}$
DO_1	0,1480	0,0951	0,1392
DO_2	0,1385	0,0774	0,1149
DO_3	0,1843	0,0793	0,1664
DO_4	0,8442	0,7133	0,4587
DO_5	0,1478	0,2912	0,3167

Tabela 6. Rastojanja donosilaca odluka od idealne tačke na 3D dijagramu

Donosilac odluka	Rastojanja od idealne tačke **[*CR-ED-S*]** $(r_k^n)_{\mathrm{IV}} = \sqrt{(cr_k^n)^2 + (ed_k^n)^2 + (S_k^n - 1)^2}$
DO_1	0,1586
DO_2	0,1385
DO_3	0,1843
DO_4	0,8461
DO_5	0,3217

U Tabelama 3 i 4 dati su parametri performanse individualnih donosilaca odluka na osnovu kojih su zatim računata rastojanja donosilaca odluka na 2D dijagramima i na 3D dijagramu (Tabele 5 i 6).

Lako se utvrđuje da je najkonzistentniji donosilac odluka DO_2 jer je najbliži idealnim tačkama na svim dijagramima. Njemu najbliži je DO_1 ako se uzme totalno rastojanje u 3D prostoru (Tabela 6), a treći je DO_3. Na osnovu ovog globalnog pokazatelja performanse može se utvrditi da D_2, D_1 i D_3 čine klaster konzistentnih donosilaca odluka. Za razliku od njih, DO_5 je demonstrirao primetnu nekonzistentnost, a DO_4

se može smatrati vrlo nekonzistentnim. Sledi da na hijerarhijskom nivou kriterijuma, pri grupnoj sintezi u AHP smislu, treba uzeti u obzir matrice poređenja i pripadajuće vektore težina samo za DO_1, DO_2 i DO_3, dok se ostala dva člana grupe DO_4 i DO_5 mogu izostaviti.

Na detaljnijem nivou analize performanse donosilaca odluka prema dijagramima I-III, odnosno rastojanjima od korespodentnih idealnih tačaka prikazanim u Tabeli 5 mogu se izvoditi dopunski zaključci o međusobnom 'kvalitetu' donosilaca odluka, ali to ovde nije od interesa.

6. ZAKLJUČAK

U radu je predložen način analize individualne konzistencije više donosilaca odluka kada u AHP kontekstu vrednuju iste elemente na datom hijerarhijskom nivou u odnosu na isti nadređeni element. U standardnom AHP se za svaku individualnu matricu poređenja računa sopstveni vektor koji sadrži težine vrednovanih elemenata. Ovaj vektor je samo aproksimacija stvarnih težina koje su nepoznate, a ne mogu biti jednoznačno određene. Drugim rečima, izračunate težine u sebi sadrže nekonzistentnosti zbog ograničenja samog procesa vrednovanja, nedostataka koje unosi skala vrednovanja, ograničenja matematičkog metoda računanja težina i sl. Izračunate težine na nivou jednog donosioca odluka mogu se iskoristiti da se izračuna indeks nekonzistentnosti (*CR*), što je sastavni deo standardnog AHP, ali i da se za matricu poređenja izračuna totalno Euklidsko rastojanje (*ED*) dobijenih težina elemenata hijerarhije od vrednosti koje je donosilac odluka davao putem semantičko-numeričke skale dok je u parovima poredio elemente.

Metrika *CR-ED* odgovara 'individualnom kontekstu', a odnos prema 'grupnom kontekstu' je da svaki donosilac odluka tretira isti problem, istu hijerarhiju i poredi iste elemente u hijerarhiji. Proširenjem konteksta pokazano je kako se računanjem Spirmanovog koeficijenta (*S*) dvodimenziona metrika (*CR-ED*) može transformisati u trodimenzionu (*CR-ED-S*) i tako realizovati postupak poređenja donosilaca odluka po konzistentnosti, ali sada kao članova grupe. Pre računanja koeficijenta *S* kojim se iskazuju korelacije rangova vrednovanih elemenata dobijenih od individualnih donosilaca odluka sa referentnim rangovima, postupak predviđa da se prvo saberu težine iz svih individualnih vektora, rezultujući vektor normalizuje i proglasi za referentni sa pripadajućim rangovima težina. Postupak predviđa da se prelaskom na 3D metriku određuju globalna rastojanja donosilaca odluka od idealne tačke čime se omogućava analiza kvaliteta samog procesa donošenja odluka, konzistentnosti donosilaca odluka, mogućnosti grupisanja donosilaca odluka, eliminacije nekonzistentnih donosilaca odluka i sl.

Postupak je primenjen na problem vrednovanja 6 kriterijuma od strane pet donosilaca odluka pri selekciji moguće segmentacije u tehničkoj realizaciji mokrog polja. Rezultati analiza su pokazali da se postupak može dalje razraditi u nekoliko pravaca, kao što su: (a) meta-višekriterijumska analiza sa davanjem težina parametrima *CR*, *ED* i *S*; (b) uvođenje dopunskih individualnih i grupnih parametara performanse donosilaca odluka kao što su, redom, minimalno narušavanje odnosa $a_{ij}=w_i/w_j$ (*MV*) ili indeks konformnosti (*C*); (c) razvoj 2D, 3D i nD algoritama za grupisanje donosilaca odluka u manje grupe, itd.

Zahvalnost

Rad je rezultat istraživanja u okviru projekta Osnovnih istraživanja u oblasti Matematike i Mehanike koji finansira Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (Br. projekta – 144009; naziv projekta – 'Analitički hijerarhijski proces (AHP): teorija i metodologija primene u individualnom i grupnom višekriterijumskom odlučivanju')

LITERATURA

[1] Saaty, T. L. (1980): The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, New York.

[2] Gobbons, J. D. (1971): Nonparametric Statistical Inference, McGraw-Hill, New York.

[3] Jandrić Z., Srđević, B. (2000): Analitički hijerarhijski proces kao podrška odlučivanju u vodoprivredi, Vodoprivreda 32: 327-334.

[4] Srdjevic B. (2005): Combining different prioritization methods in AHP synthesis, Computers & Operations Research 25: 1897-1919.

[5] Suvočarev K., Srđević B. (2007): Analiza varijanti mokrih polja pomoću Analitičkog Hijerarhijskog Procesa, Letopis naučnih radova 31: 106-113.

[6] Srđević B., Suvočarev K., Srđević Z. (2008): AHP grupno odlučivanje bez konsenzusa: primer planiranja segmentacije mokrog polja, Vodoprivreda 40: 51-58.

ANALYTIC HIERARCHY PROCESS: INDIVIDUAL AND GROUP CONSISTENCY OF DECISION MAKERS

by

Bojan SRDJEVIC, Kosana SUVOCAREV, Zorica SRDJEVIC
University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management
E-mails: (bojans, suvocarev, srdjevicz)@polj.ns.ac.yu

Summary

Essential part of the Analytic Hierarchy Process (AHP) is pair-wise comparison of hierarchy elements and building of corresponding local reciprocal matrices from which weights of the compared elements are calculated. Each matrix, together with the calculated weights, can be used for measuring the decision makers' consistency. Consistency can be measured in different ways, either directly or indirectly. Standard AHP application provides consistency ratio as a consistency measure, while other methods use the Euclidean distance (*ED*) as well. If there are *K* decision makers that evaluate the same problem, then there are also *K* local matrices at each hierarchy level and *K* groups of local weights.. Aggregation of weights obtained for each decision in to one (group) decision can be achieved in several ways; and the problem that appears is how to treat the differences in decision makers' respective consistencies. In this paper we propose an approach how to tackle and solve this problem. An analytical procedure for identifying decision makers' evaluations that should be included into the group decision is developed and demonstrated by one example. At individual levels, consistency measures used are *CR* and *ED*; whereas in group context the Spearman's rank correlation coefficient has been employed. Different 2D and one 3D metrics are used to determine distances of the respective decision makers from ideal points and provide means for implementing different grouping strategies - such as clustering, elimination, etc.

Key words: AHP, decision makers, group, consistency

Redigovano 24.08.2009.