

PARAMETRI DIFUZIONIH MODELA ZA NEKE VODOTOKE U BOSNI I HERCEGOVINI DIO I: TEORIJSKA ANALIZA ODREĐIVANJA PARAMETARA DIFUZIONIH MODELA

Haša BAJRAKTAREVIĆ- DOBRAN
Građevinski fakultet u Sarajevu

REZIME

Analizirano je određivanje koeficijenata poprečnog miješanja i uzdužne disperzije u otvorenim vodotocima (laboratorijski kanali, prirodni i vještački vodotoci), kao osnovnih parametara difuznih modela. Odabrane su najpogodnije metode za prirodne vodotoke.

Uočeno je da su Fischerove metode (analitička – parametri toka; eksperimentalna i eksperimentalno teorijska – studija obilježivača) najprikladnije za određivanje koeficijenata uzdužne disperzije. Najprikladnije metode za određivanje koeficijenta poprečnog miješanja (difuznog ili difuziono – disperzionog), uz odgovarajuće uslove primjene su: 1) Elderova (eksperimentalno – empirijska) i 2) Holleya i Abrahama (eksperimentalna – studija obilježivača).

Terenska istraživanja posmatranih procesa rasprostiranja u vodi nekoliko vodotoka u Bosni i Hercegovini (Miljacka, Bosna i Vrbas), omogućila su primjenu izabranih metoda.

Ključne riječi: otvoreni vodotoci, poprečno miješanje, uzdužna disperzija, parametri difuznih modela

1. UVOD

Posmatrani su difuzioni modeli kao veoma pogodni za otvorene vodotoke (laboratorijski kanali, prirodni i vještački vodotoci). Predmet interesovanja su prirodni otvoreni vodotoci, osobito vodotoci brdskog tipa. S obzirom na osobine ovakvih vodotoka, može se reći da su u njima dominantni procesi poprečnog i uzdužnog miješanja. U tom smislu, pažnja je posvećena uzdužnoj – jednodimenzionalnoj turbulentnoj disperziji i procesu poprečnog miješanja (predstavljenim dvodimenzionalnim difuziono – disperzionim jednačinama). Na osnovu ovih procesa i njima odgovarajućih modela može da se riješi niz praktičnih zadataka rasprostiranja u vodi vodotoka.

U difuznim modelima, baziranim na veoma poznatim teorijama difuzije, usvaja se da su rješenja jednačina kretanja poznata: hidrološki podaci, jednostavniji proračuni i mjerenja u laboratoriji i na terenu.

Posmatrana je stabilna prenosiva veličina – stabilni obilježivač i korištena je Reynoldsova analogija. To se odnosi na ubacivanje otopljenih ili suspendovanih materija koje se ponašaju kao stabilni obilježivači, kad se ubačene otpadne vode ponašaju kao dijelovi osnovnog fluida koji ih pronomi.

Jednačina jednodimenzionalne uzdužne turbulentne disperzije, data za uniformne vodotoke (jednostavno analitičko rješenje), može biti korištena u približno uniformnim i neuniformnim prirodnim vodotocima [1, 2, 3, 4].

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x_1} = D_D \frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial x_1^2} \quad (1)$$

U jednačini (1) \tilde{c} predstavlja koncentraciju mase osrednjenu po poprečnom presjeku, \tilde{u}_1 i D_D predstavljaju srednje vrijednosti za dati potez brzine i koeficijenta uzdužne disperzije (vrijednosti osrednjene po poprečnom presjeku i duž datog poteza). Vrijeme i uzdužna - prostorna koordinata su predstavljene sa t i x_1 .

Osnovni problem, kod primjene jednačine (1), predstavlja određivanje koeficijenta disperzije D_D (analitičke, empirijske i eksperimentalne metode). Eksperimentalnim određivanjem dobija se ukupna vrijednost koeficijenta $D_{D_{uk}} = D_D + D_{t_1} + D_{\phi}$. Međutim, vodeći računa o zanemarivanjima, prilikom izvođenja jednačine turbulentne difuzije (zanemarivanje koeficijenta molekularne difuzije D_{ϕ}) i potom jednačine (1) (koeficijent uzdužne turbulentne difuzije $D_{t_1} < 1\% D_{D_{uk}}$ [5, 6]), smatra se da se je dobio koeficijent turbulentne uzdužne disperzije.

Jednačina (1) može biti korištena u difuznom periodu, tj. nakon početnog – konvektivnog perioda, kad je odstupanje po vremenu osrednjene koncentracije (\bar{c}) od njene osrednjene vrijednosti po poprečnom presjeku ($\bar{c} - \tilde{c} = c''$) veoma malo u odnosu na osrednjenu koncentraciju po poprečnom presjeku, $c'' \ll \bar{c}$ [1, 2].

Dvodimenzionalna po dubini osrednjena jednačina, u uniformnom toku, čiji koeficijenti miješanja u uzdužnom i poprečnom pravcu objedinjuju difuzione i disperzione procese,

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_1} = D_{t-D_{1uk}} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_1^2} + D_{t-D_{2uk}} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_2^2}, \quad (2)$$

za stacionarno stanje prelazi u slijedeću jednačinu, veoma korištenu za određivanje poprečnog rasprostiranja,

$$\bar{u}_1 \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_1} = D_{t-D_{2uk}} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_2^2}. \quad (3)$$

U jednačinama (2) i (3) \bar{c} i \bar{u}_1 predstavljaju koncentraciju mase i uzdužnu brzinu osrednjene po dubini, $D_{t-D_{1uk}}$ i $D_{t-D_{2uk}}$ predstavljaju ukupne koeficijente miješanja u uzdužnom i poprečnom pravcu, a x_2 poprečnu prostornu koordinatu.

Općenito, dodatnim osrednjavanjem turbulentnih tokova po dubini, usljed varijacija po vremenu osrednjenih veličina (koncentracije \bar{c} i brzina u uzdužnom i poprečnom pravcu – \bar{u}_1 i \bar{u}_2) oko njihovih osrednjenih veličina po dubini (\bar{c} , \bar{u}_1 i \bar{u}_2), dobijaju se izrazi uzdužne i poprečne disperzije (D_{D_1} i D_{D_2}), pored postojećih vrijednosti koeficijenata difuzije osrednjenih po dubini (D_{t_1} i D_{t_2}). Ukoliko su \bar{u}_1 i \bar{u}_2 bliže osrednjenim vrijednostima po dubini \bar{u}_1 i \bar{u}_2 , ovi disperzioni izrazi se smanjuju i obratno [7].

$$\begin{aligned} D_{t-D_{1uk}} &= \bar{D}_{t_1} + D_{D_1} \approx \bar{D}_{t_{1uk}} & (a) \\ D_{t-D_{2uk}} &= \bar{D}_{t_2} + D_{D_2} \approx \bar{D}_{t_{2uk}} \\ &\text{ili} & (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{t-D_{1uk}} &= \bar{D}_{t_1} + D_{D_1} \approx D_{D_{1uk}} & (b) \\ D_{t-D_{2uk}} &= \bar{D}_{t_2} + D_{D_2} \approx D_{D_{2uk}} \end{aligned}$$

U jednačinama (4.a) i (4.b) $D_{t-D_{1uk}}$ i $D_{t-D_{2uk}}$ predstavljaju ukupne koeficijente miješanja u uzdužnom

i poprečnom pravcu. Zavisno šta preovlađuje, prethodno osrednjenje po vremenu ili dodatno osrednjenje po prostoru, govori se o dvodimenzionalnoj jednačini turbulentne difuzije ili disperzije, a njihovi koeficijenti prelaze u $\bar{D}_{t_{1uk}}$ i $\bar{D}_{t_{2uk}}$ (odnosno teže \bar{D}_{t_1} i \bar{D}_{t_2}) ili u $D_{D_{1uk}}$ i $D_{D_{2uk}}$ (odnosno teže D_{D_1} i D_{D_2}). Takođe, u uniformnom toku u pravim kanalima, gdje je $\bar{u}_2 = 0$, zbog postojanja odstupanja \bar{u}_2 od ovog \bar{u}_2 , ipak se javlja D_{D_2} (jednačine (2) i (3)).

U dvodimenzionalnoj, po dubini osrednjennoj jednačini veoma često se zanemaruje cijeli $D_{t-D_{1uk}}$ za stacionarne uslove [8, 9]. Pokazano je da tada osnovnu ulogu u rasprostiranju ima poprečno miješanje ($D_{t-D_{2uk}}$) i osrednjene brzine u oba pravca (\bar{u}_1 i \bar{u}_2 , opšti slučaj) ili u jednom pravcu (\bar{u}_1 , primarni uzdužni tok – jednačina (3)).

2. IZBOR METODA ZA ODREĐIVANJE KOEFICIJENATA POPREČNOG MIJEŠANJA I UZDUŽNE DISPERZIJE

2.1. OSNOVNE NAPOMENE

Prvobitno predstavljajući procesa turbulentne difuzije bazirano je na analogiji sa Fickovom teorijom molekularne difuzije, kroz analogno usvajanje konstantnog koeficijenta turbulentne difuzije, bez ulaženja u njegovu prirodu. Fickova teorija difuzije, uz korištenje teorije vjerovatnoće, može da se poveže i sa statističkom teorijom pomjeranja, razvijenom za difuzne procese. Na taj način, može se uspostaviti koeficijent molekularne difuzije, predstavljen u vidu varijanse, sa veličinom varijanse dobijenom preko srednjekvadratnog odstupanja pomjeranja molekula.

Isto je pretpostavljeno i za turbulentne difuzne procese, imajući u vidu kretanje djelića fluida, što omogućuje nalaženje empirijskog koeficijenta turbulentne difuzije (za pojedine terenske uslove i uslove ubacivanja obilježivača). Rješenje posmatranog problema turbulentne difuzije u prirodi je predstavljeno rasporedom koncentracije ubačenog obilježivača u toku, u vidu krivih razmak – koncentracija u datom trenutku vremena i krivih vrijeme – koncentracija za dati razmak. Ove krive se koriste za određivanje koeficijenta difuzije na osnovu varijanse.

Taylorova statistička analiza turbulentne difuzije kao statističkog procesa [10, 11], uz pomoć Lagrangeovog

pristupa (kinematska predstava kretanja djelića ili obojenih djelića fluida), pokazala je da analogija turbulentne difuzije sa molekularnom vrijedi samo za odgovarajuće difuziono vrijeme (vrijeme veće od Lagrangeove integralne ili difuzione vremenske skale), tj. nakon nestanka korelacije između veličine toka, kad turbulentno kretanje postaje statistički neovisno kao što je slučaj sa cjelokupnim kretanjem na nivou molekula. Za ovakav slučaj važi analogija za dobijanje i uspostavljanje koeficijenta difuzije kao konstante.

Na osnovu slaganja Taylorove naprednije difuzione teorije sa približnom semi – empirijskom Fickovom teorijom za duga difuziona vremena, omogućeno je prožimanje ove dvije teorije te proširenje polja zaključivanja, vezanog za uopštavanje Taylorove teorije od strane Taylorovih sljedbenika.

Batchelor [12, 11] je dao neka uopštavanja i proširenja izvorne Taylorove teorije. Povezao je izvorni Lagrangeov pristup i Eulerov pristup. Pokazao je da pri predstavljanju transportnih procesa u turbulentnom fluidu (jednačina turbulentne difuzije – transport/difuzija u širem smislu), bilo pomoću Eulerovog ili Lagrangeovog pristupa, za opistransporta u užem smislu (difuzioni članovi – koeficijenti difuzije) odgovara Lagrangeov pristup.

Taylorova teorija obezbjeđuje opisivanje procesa turbulentne difuzije i dobijanje odgovarajućih pokazatelja turbulencije. Praktična primjena ovog modela turbulencije omogućena je na teorijsko – eksperimentalni način (laboratorija, teren). Njegova teorijska primjena još ne postoji [11]. Pokazano je da grafička predstava varijanse oblaka obilježenog djelića fluida, kao funkcije razmaka x_1 od fiksnog izvora (izotropna turbulencija, obično kontinualni izvor – bočna stacionarna difuzija), omogućuje nalaženje koeficijenta poprečne difuzije ($x_1 \rightarrow \infty$, varijanta raste proporcionalno sa x_1 uz odgovarajući nagib – pravac), kao i odgovarajućih vremenskih skala.

Uočivši uporedivost procesa turbulentne difuzije i disperzije, Taylor je kasnije na sličan način izveo teoriju turbulentne disperzije [5]. Kasniji autori su ove teorije [10, 5] primijenili na vodotoke i potrudili se da daju metode za određivanje koeficijenata turbulentne difuzije i disperzije.

U nastavku je dat kritički pregled većine raspoloživih metoda za određivanje navedenih tipova koeficijenata (jednačine (1) i (2) odnosno (3)), zasnovanih na Taylorovim teorijama difuzije i disperzije [10, 5]. Data

je prednost teorijskim i eksperimentalnim metodama. Na osnovu toga, izvršen je izbor najpovoljnijih metoda, imajući u vidu da su prirodni vodotoci u osnovi neuniformni i krivudavi.

2.2. PREGLED METODA

2.2.1. Osnovni radovi

2.2.1.1. Elder (1959)

Primjenom Taylorove analize toka u cijevi [5], Elder [13] je nastojao da analogno, na osnovu teorijskog razmatranja i eksperimenata u širokom otvorenom laboratorijskom kanalu (U_* - brzina smicanja i $\bar{u}_1(x_3)$ bi bili glavni činioci difuzionih i disperzionih procesa u turbulentnom toku), dobije tom toku odgovarajući koeficijent uzdužne disperzije D_D . Brzina smicanja se može predstaviti kao $U_* = \sqrt{g r S}$, gdje je r hidraulički radijus (približno jednak dubini kod širokih vodotoka), S nagib linije energije i g ubrzanje gravitacije. Međutim, eksperimentom je dobijena samo približna predstava dvodimenzionalnog toka (x_1, x_3 – dužina, dubina), jer je poprečna difuzija D_{t_2} ubacivala trodimenzionalni uticaj. Korektno teorijski dobijeni koeficijenti D_D nije valjano eksperimentalno provjeren u laboratorijskom kanalu, za ovu vrstu procesa, nedovoljne dužine.

U stvari, na osnovu procesa rasprostiranja postignutog u kanalu za raspoložive razmake (vremena difuzije), dobijeni su koeficijenti (jednačina (2)) $D_{D_{1uk}}$ i $\bar{D}_{t_{2uk}}$ ($D_{D_2} \rightarrow 0$, vidjeti jednačinu (4)).

Na osnovu poprečnih rasporeda koncentracije za niz slučajeva ($x_2 - \bar{c}$), u veoma pogodnom obliku, određena je eksperimentalna vrijednost D_{t_2} :

$$\bar{D}_{t_2} = 0,228 h U_*, \quad (5)$$

gdje je h dubina toka, a U_* brzina smicanja. Primjećeno je da se mjerne poprečne krive veoma dobro prilagođavaju Gaussovoj krivoj. Ovo potvrđuje Taylorovu teoriju, postojanje konstantnog koeficijenta difuzije i djelovanje čistog difuznog mehanizma na poprečno rasprostiranje u ovakvom toku.

2.2.1.2. Fischer (1967)

Znajući da se koeficijent turbulentne difuzije u poprečnom pravcu, još uvijek, ne može dobiti teorijskim

putem, Fischerov [14] cilj je bio da Elderove [13] laboratorijske eksperimentalne rezultate uporedi sa terenskim eksperimentalnim rezultatima (dionica širokog Atrisco Feeder Canala, kontinualno središnje ubacivanje i stacionarno poprečno širenje obilježivača).

Na osnovu poprečnih rasporeda koncentracije (krive $\bar{c} - x_2$), koeficijenti poprečne difuzije, u skladu sa Taylorovom statističkom teorijom [10], dobijeni su po formuli

$$D_{t_2} \text{ (odnosno } \bar{D}_{t_2}) = \frac{1}{2} U_1 \frac{d}{dx_1} \sigma_{x_2}^2(x_1) \quad (6)$$

U jednačini (6) su: U_1 = osrednjena brzina po poprečnom presjeku kanala, x_1 = nizvodni razmak, D_{t_2} = koeficijent poprečnog miješanja i $\sigma_{x_2}^2(x_1)$ = varijansa poprečnog rasporeda koncentracije na razmaku x_1 .

Jednačina (6) bazirana je na stacionarno dvodimenzionalnoj difuzionoj jednačini (x_1, x_2), sa uniformnom brzinom U_1 , u kojoj se može zanemariti uzdužna difuzija. Isto tako, jednačina (6) odgovara eksperimentalnom Elderovom toku [13] i dvodimezionalnoj – po dubini osrednjenoj difuzionoj jednačini (jednačina (2)). S obzirom na stacionarnost, uzdužna difuzija i disperzija, D_{t_1} i D_{D_1} , mogu se zanemariti (jednačina (3)), a potpuno je isključeno postojanje poprečne disperzije, D_{D_2} (jednačina (4)). Metoda isključuje nepoželjni početni period miješanja – kratka difuzna vremena, za razliku od prethodno korištene metode [5, 13].

Za razliku od prethodne prakse, kao poboljšanje, pri određivanju varijansi intuitivno su korištene vrijednosti koncentracije opterećene proticajem kroz odgovarajuće vertikalne kriške (tzv. ponderisane vrijednosti koncentracije odgovarajućeg poprečnog elementa toka). Ovdje se začinje njegova ideja o posmatranju otvorenih vodotoka pomoću strujnih cijevi – kriški.

Zbog prirodne neuniformnosti u poprečnom pravcu, korištenje ponderisane koncentracije predstavlja bolje rješenje, dok kod jednodimenzionalne uzdužne disperzije to nije potrebno. O ovom će biti više govora kasnije [15].

Na osnovu ovih istraživanja, Fischer [14] je usvojio približno za široki kanal sa pješćanim dnom:

$$\bar{D}_{t_2} = 0,24 h U_* \quad (7)$$

Ovdje h predstavlja srednju dubinu po poprečnom presjeku kanala u prirodnim uslovima. Jednačina (7) je u saglasnosti sa jednačinom (5) te se prvobitni rezultati i saznanja protežu sa laboratorijskih na terenske uslove.

2.2.1.3. Sayre i Chang (1968)

Sayre i Chang [16] su proveli detaljne eksperimente (laboratorijski kanal), zasnovane na radovima Taylora i Eldera [5, 10, 13], u cilju provjere Elderovih rezultata.

Kao rezultat eksperimenata, odgovarajućih Elderovom toku (jednačina (2)) i Elderovim eksperimentima, dobijen je eksperimentalni koeficijent poprečne difuzije

$$\bar{D}_{t_2} = 0,17 h U_* \quad (8)$$

Jednačina (6), kad se koriste samo vrijednosti krive $\bar{c} - x_2$ za određivanje varijanse $\sigma_{x_2}^2$, važi za beskonačne granice duž posmatranog pravca, u skladu sa prethodnim teorijskim razmatranjima [10, 11, 5]. Poteškoće se javljaju kad obilježivač dotakne zid – bočnu granicu i kad se počne odbijati ka centru kanala. Kod uzdužne disperzije uvijek se predstavljaju i javljaju beskonačne granice te nema ove poteškoće.

Autori [16] su pokušali riješiti ovaj problem posrednim putem. Direktan način za savladavanje ovog problema postepeno je razvijen [14, 15]. Korištenjem ponderisane koncentracije stavlja se na pravo mjesto učešća bočne koncentracije, uticane odbijanjem obilježivača od zida [14].

Radi olakšanja dobijanja što tačnijih terenskih podataka, uočeno je da je kod istraživanja uzdužne disperzije pogodnije koristiti ravanski trenutni ispušt (brže postizanje potrebnog vremena difuzije), kao i $\sigma_{t_1}^2$ umjesto $\sigma_{x_1}^2$. Za određivanje D_{t_2} ili $D_{t-D_{2uk}}$, kod istraživanja ravanskog rasprostiranja (x_1, x_2), pogodnije je i tačnije koristiti stacionarno rasprostiranje obilježivača usljed kontinualnog izvora (eliminisanje uzdužnog rasprostiranja).

2.2.2. Rezultati analize uzdužne jednodimenzionalne disperzije, vezani za radove Fischera, i osvrt na novije radove

Poslije Taylora [5] i Eldera [13], Fischer [1, 2] je mnogo doprinjeo, teorijski i praktično, određivanju uzdužne turbulentne disperzije u prirodnim otvorenim

vodotocima koji su obično trodimenzionalni. Drugi su nastavili rad u tom pravcu [17, 18, 19, 20 i 21].

Na osnovu pregleda raspoloživih metoda, izabrane su Fischerove metode kao najprikladnije [20, 21, 3]. Sve izabrane metode bazirane su na teoriji, tačnije su od drugih metoda i što je veoma važno dobro su ispitane u laboratoriji i na terenu. Kratak pregled Fischerovih metoda slijedi [1, 2].

Znajući da većina prirodnih trodimenzionalnih vodotoka ima odnos širina/dubina ≥ 10 , Fischer je zaključio da je osnovni uzrok disperzije promjena brzine u bočnom poprečnom pravcu ($\bar{u}_1(x_2)$).

Predviđajući primaran uniforman tok u uzdužnom pravcu bez sekundarnih struja, ne vodeći računa o malo uticajnoj uzdužnoj turbulentnoj difuziji, Fischer je na osnovu Taylorovog prilaza [5] i Reynoldsove analogije, analogno Elderovom postupku [13], izveo analitičku jednačinu za računanje koeficijenta uzdužne disperzije. Jednačinom je predstavljen združeni uticaj u_1'' odnosno $q''(x_2)$, i D_{t_2} na dobijanje $D_D(u_1'' = \bar{u}_1 - \tilde{u}_1)$, odnosno $u_1'' = \bar{u}_1 - U_1$ kod uniformnog toka.

Analitička jednačina prilagođena je za praktičnu upotrebu (upotreba uobičajeno mjerenih parametara toka) i za tipičan poprečni presjek se dobija

$$D_D = \frac{1}{A} \sum_{k=2}^n q''_k \Delta x_2 \left[\sum_{j=2}^k \frac{\Delta x_2}{D_{t_{2j}} h_j} \left(\sum_{i=1}^{j-1} q''_i \Delta x_2 \right) \right] \quad (9)$$

u jednačini (9) $q''_1 = \frac{1}{2}(h_i + h_{i+1}) u_1''$; $u_1'' = \bar{u}_1 - \tilde{u}_1$, \bar{u}_1 = srednja mjerena brzina u i-toj vertikalnoj kriški, \tilde{u}_1 = srednja brzina cijelog poprečnog presjeka; h_i = dubina na početku vertikalne kriške; Δx_2 = širina vertikalne kriške; $D_{t_2} = 0,23 h_1 U_*$ = koeficijent prenosa između $i - 1$ i i - te vertikalne kriške (Elderov koeficijent poprečne difuzije), n = broj vertikalnih kriški u poprečnom presjeku (ne manji od 20) i A = ukupna površina poprečnog presjeka. Za $k = 1$ veličina između zagrada je nula, kao početna tačka integracije.

Za prirodne vodotoke, Fischer je analitičkim putem izveo Lagrangeovu integralnu vremensku skalu

$$T_L = 0,30 \frac{l^2}{r U_*} \quad (10)$$

u kojoj karakteristična dužina, l , predstavlja razmak od tačke maksimalne brzine na površini vode do najudaljenije obale.

Kriteriji za određivanje konvektivnog i difuznog perioda, određeni laboratorijskim istraživanjima, dati su posredstvom bezdimenzionalnog vremena, $t' = \frac{t}{T_L}$,

zavisnog od vremena, t , proteklog od ubacivanja obilježivača [1]: $t' = 0 - 3$, konvektivni period – Taylorova teorija potpuno neprimjenljiva, $t' = 3 - 6$, prelaz – gotovo linearan porast varijanse, ali jednodimenzionalna jednačina neprimjenljiva; $t' > 6$, difuzioni ili Taylorov period – jednodimenzionalna teorija difuzije primjenljiva.

Drugi vid kriterija za difuzioni period je [18].

$$L > \frac{1,81^2 \tilde{u}_1}{r U_*} \quad (11)$$

gdje je L razmak od tačkastog ili linijskog izvora u nizvodnom pravcu.

Pošto su postojeće metode, bazirane na studiji obilježivača, davale nezadovoljavajuće rezultate za prirodne vodotoke (bazirane na osobinama Gaussove krive, zbog iskrivljenih krivih – vrijeme koncentracije; zanemarivanje konvektivnog perioda), Fischer je, u skladu sa Taylorovim teorijama [10, 5], izveo novu metodu:

$$D_{D_{uk}} = \frac{1}{2} \tilde{u}_1^2 \frac{\sigma_{t_n}^2 - \sigma_{t_u}^2}{t_n - t_u} \quad (12)$$

u kojoj su $\sigma_{t_n}^2$ i $\sigma_{t_u}^2$ = varijanse krivih vrijeme – koncentracija kod nizvodne i uzvodne stanice; \bar{t}_n i \bar{t}_u = srednje vrijeme prolaska obilježivača pored svake stanice

Ova metoda (zvana metoda promjene varijanse ili metoda momenata) važi u difuzionom periodu. Ona ima prednost pred prethodnim metodama pošto zahtjeva manje dužine posmatranog poteza i ne zavisi od konvektivnog perioda, ustvari isključuje ga.

Za provjeru dobijenih koeficijenata (jednačina (12) ili (9) ili neka druga) Fischer je predložio jednu integracionu proceduru [2], baziranu na teoriji difuzije i studiji obilježivača.

U tu svrhu koristi se jednodimenzionalni model disperzije (jednačina (1)) i njeno odgovarajuće analitičko rješenje. Uzima se uzvodna kriva kao početna raspodjela obilježivača, a nizvodna kriva se predviđa.

Prilagođavanje koeficijenta $D_{D_{uk}}$ vrši se više puta, pomoću kompjutera, sve dok se ne dobije najbolje slaganje mjerene i predviđene nizvodne krive (teorijske – Gaussove – krive). Jednačina izražena preko krivih vrijeme – koncentracija glasi

$$C(X_1, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(X_0, \tau) \frac{\exp\left\{-\frac{[\tilde{u}_1(\bar{t}_1 - \bar{t}_0 - t + \tau)]^2}{4D_{D_{uk}}(\bar{t}_1 - \bar{t}_0)}\right\}}{\sqrt{4\pi D_{D_{uk}}(\bar{t}_1 - \bar{t}_0)}} \tilde{u}_1 d\tau \quad (13)$$

u kojoj \bar{t}_0 = srednje vrijeme prolaska oblaka obilježivača kod mjerne dužinske stanice X_0 ; $C(X_0, t)$ = početna raspodjela obilježivača; $C(X_1, t)$ = predviđena kriva za mjernu stanicu X_1 , dobijena na bazi mjerene krive kod stanice X_0 ; \bar{t}_1 = srednje vrijeme prolaska kod X_1 ; i $\tilde{u}_1 d\tau$ = element integracije.

Provjere datih teorijskih postavki, predloženih metoda/jednačina i određivanja trajanja konvektivnog perioda izvršene su u laboratoriji [1].

Određivanje koeficijenta D_D na osnovu uobičajeno mjerenih parametara toka (jednačina (9)) provjereno je, takođe, na 6 prirodnih rijeka [2]. Istovremeno, izvršena je i provjera korištenih kontrolnih metoda (jednačine (12) i (13)).

Koeficijenti disperzije određeni u posmatranim prirodnim vodotocima (Coper Creek i Clinch River, Powel River, jedan kanal) kretali su se u slijedećim prosječnim rasponima: predviđeni (jednačina (9)) 7,88 – 37,62 m²/s i osmotreni (jednačina (13)) 10,50 – 25,89 m²/s ($D_{D_{uk}}/h U_* = 198,33 - 341,66$). Prosječne karakteristike vodotoka su bile: dubine 0,56 – 1,22 m, širine 27,12 – 37,90 m i proticaji 4,94 – 40,12 m³/s.

Metoda predstavljena jednačinom (9) je jeftinija od studije obilježivača (jednačine (12) i (13)). Srednji koeficijent D_D neuniformnog vodotoka, dobijen osrednjavanjem koeficijenata D_D karakterističnih profila poteza, može dosta dobro da posluži za praktične probleme. Metode na bazi studije obilježivača daju osrednjene koeficijente disperzije za posmatrani potez,

pošto je kretanje oblaka obilježivača uticano svim profilima datog poteza.

Prema jednačini (9), koeficijent D_D može biti predviđen za laboratorijske uslove toka sa greškom do 20%, za uniformne prirodne vodotoke do 30%, a čak veoma neuniformne unutar faktora 4 [1, 2]. Mana metode je što se traži poznavanje koeficijenta turbulentne difuzije D_{t_2} (općenito: koeficijent poprečnog miješanja – uticaj poprečne turbulentne difuzije i poprečne turbulentne disperzije – jednačina (4)) kojeg za prirodne vodotoke nije lako dobiti.

Metoda promjene varijanse (jednačina (12)) za dovoljno velika difuziona vremena ($t' \gg 6$), kad su krive slične Gaussovoj, daje tačan rezultat. U prirodnim vodotocima, gdje je to teško postići, javljaju se iskrivljene krive u difuznom periodu ($t' > 6$) te je moguća greška u određivanju $D_{D_{uk}}$ do 100% [2].

Integracionom procedurom (jednačina (13)) može se dobiti najbolji mogući $D_{D_{uk}}$ sa tačnošću $\pm 2,5\%$. Ova procedura daje dobre rezultate za $t' > 10$, još uvijek je primjenjiva za $t' > 4$ kod uzvodne i $t' > 6$ kod nizvodne stanice. Za $t' < 4$ nije primjenljiva jer nije primjrljiv ni model jednodimenzionalne disperzije [2].

U prirodnim vodotocima mogu se javiti greške prilikom računanja Lagrangeove vremenske skale T_L (jednačina (10)), zbog odstupanja od prethodno predviđenih uslova [1]. Originalna procedura je data za neuniformne krivudave vodotoke [20, 22, 3] zasnovana na primjernom određivanju važnog parametra jednačine, karakteristične dužine l .

Dalja istraživanja omogućila su provjeru [20, 3] i predstavljanje (analitički, numerički i eksperimentalno) [23, 24, 25] Fischerovih metoda [1, 2] te njihovu primjenu za veoma neuniformne, krivudave, brdske vodotoke. Obavljeni su eksperimenti na dionici rijeke Miljacke u Bosni i Hercegovini (sl. 2, tabele 2 i 3). Prosječni najtačniji koeficijent disperzije za cijelu posmatranu dionicu bio je 2,82 m²/s, a $D_{D_{uk}}/h U_*$ je bio 63 – 187.

Pokazano je [20, 3] da su Fischerove metode, kao danas najprikladnije, pogodne i za neuniformne brdske vodotoke. Za sve njih je i u ovom slučaju potvrđena predviđena tačnost.

Pored prethodne provjere, uz dobijanje povoljnih rezultata, izabranih Fischerovih metoda [20, 3], isto tako, pokazano je [26], na osnovu raspoloživih mjerenih podataka, da jednostavnije empirijske metode [27, 28, 19] lošije predviđaju koeficijent D_D od Fischerove prilagođene analitičke metode (jednačina (9)). Logično je i bilo očekivati da ove metode, zbog izvjesnih pojednostavljenja, budu manje tačne od polazne.

Takođe, u cilju predviđanja jednodimenzionalnog rasprostiranja otpadnih voda ili proširenja primjene ove teorije sa prirodnih rijeka na plovne kanale, pojavila su se istraživanja koeficijenta uzdužne disperzije [29, 30]. Međutim, ne provode se nova istraživanja samog procesa rasprostiranja, već se koriste postojeće empirijske formule, uz terensko/eksperimentalno određivanje odgovarajućih empirijskih koeficijenata.

Na osnovu prethodnog, treba zapaziti da Fischerove metode za prirodne vodotoke, s obzirom na svoju tačnost, imaju prednost nad ostalim te im važnost, još uvijek, nije umanjena.

2.2.3. Analiza dvodimenzionalne difuzije – disperzije

2.2.3.1. Fischer, Fischer i dr. (1969, 1970)

Znajući parametre koji utiču na vrijednost uzdužne disperzije (jednačina (9)), Fischer je u daljem radu [31] prvenstveno posmatrao uticaj krivina na poprečno miješanje (poprečnu difuziju i disperziju). Na osnovu teorijskih, eksperimentalnih i numeričkih (koncept strujne cijevi) istraživanja Fischer je zaključio da su naizmjenične krivine važne za rijeku Missouri (široku 180 m), ali ne i za Green Duwamich rijeku (široku oko 20 m). Ovim je potvrđena njegova sugestija o različitim ponašanjima širokih i uskih rijeka (do 70 m širine).

Interesantan podatak predstavljala je eksperimentalno nađena vrijednost koeficijenta poprečnog miješanja u zakrivljenom potezu rijeke Missouri [32].

$$D_{t-D_{2uk}} = \bar{D}_{t_2} + D_{D_2} = 0,6h U_* \quad (14)$$

2.2.3.2. Holley i Abraham (1973)

Na osnovu dvodimenzionalnog vida (X_1, X_2) opšte difuzione jednačine u Descartesovim koordinatama, Holley i Abraham [15] su primjetili da poprečno širenje obilježivača u vodotoku potiče od dva različita mehanizma – poprečne turbulentne difuzije (D_{t_2}) i čiste

poprečne brzine ($\bar{u}_2(x_1, x_2)$ ili $\tilde{u}_2(x_1)$). Pri tome, da bi se obezbijedilo, eksperimentalnim putem, dobijanje stvarnog koeficijenta poprečne difuzije, potrebno je oba mehanizma prepoznati i odvojiti.

Analizirali su prave uniformne laboratorijske kanale i njima slične prirodne kanale – vodotoke, kao i predstavljanje koeficijenta poprečne difuzije (D_{t_2}) pomoću bezdimenzionalnog koeficijenta (α_{t_2}), za koji je nađeno da je konstanta ili veoma blizak konstanti [13, 16, 14]:

$$D_{t_2} = \alpha_{t_2} H U_* = \alpha_{t_2}^* H U_1 \quad (15)$$

U jednačini (15) navedeni su: α_{t_2} = poznati bezdimenzionalni koeficijent, H i U_1 = dubina i brzina osrednjene po poprečnom presjeku, U_* = brzina smicanja, $\alpha_{t_2}^*$ = novi vid bezdimenzionalnog koeficijenta.

Međutim, u prirodnim vodotocima osim poprečnog miješanja usljed turbulentne difuzije (uzrokovane smicanjem po koritu) postoji poprečno miješanje uzrokovano drugim difuzionim mehanizmima (npr. turbulencija uzrokovana postojanjem napera) ili mehanizmima koji mogu da se predstave u vidu difuzionog mehanizma (sekundarno spiralno kretanje u krivudavim vodotocima, odnosno sekundarna strujanja u pravim kanalima [1, 2, 31]; uzročnici poprečne turbulentne disperzije). Pri tome, ovi drugi mehanizmi mogu biti značajniji od ovog osnovnog. Uticaji svih ovih difuzionih mehanizama nisu uniformno raspoređeni po širini rijeke te prethodna konstanta α_{t_2} (jednačina (15)) sada postaje zavisna promjenljiva veličina tipa $\alpha_{t-D_{2uk}}$, koja odgovara koeficijentu poprečnog miješanja, $D_{t-D_{2uk}}$ (jednačina (4.a i b)).

Kad obilježivač prekrije cijelu širinu vodotoka, može se dobiti eksperimentalnim putem srednji iznos poprečnog miješanja toka (D_{t_2} ili $D_{t-D_{2uk}}$), odnosno konstantna vrijednost koeficijenta $\alpha_{t-D_{2uk}}$. Ako takvo rasprostiranje nije postignuto, dobije se njegova približna vrijednost.

Zasnovanu na ovakvim razmatranjima, autori su svoju prethodnu metodu prilagodili za praktičnu upotrebu, koristeći ekonomski opravdan broj terenskih podataka, uz omogućavanje obuhvatanja poprečnih brzina na aproksimativan način. Ova metoda – GCM metoda

(stacionarna mjerenja koncentracije, izvršena u nepravilnim kanalima koji imaju čiste poprečne brzine ili učinjena nakon što je obilježivač dotakao obale kanala), zasniva se na varijansi produkta lokalnih vrijednosti dubine, h , brzine, \hat{u}_1 , i koncentracije, \hat{c} ($f = h \hat{u}_1 \hat{c}$, σ_{f,x_2}^2), što se pokazalo da je analitički opravdanije od upotrebe varijanse same koncentracije. Na taj način, analitički je potvrđen Fischerov pristup [14] kojim je on prvi intuitivno i direktno obuhvatio nehomogenost kanala i uticaj odbijanja obilježivača od obale.

Na osnovu prethodnog, Descartesovog koordinatnog sistema i stacionarnog rasprostiranja obilježivača, pretpostavljajući da σ_{f,x_2}^2 ne uključuje nikakve uticaje čistih poprečnih brzina, koeficijent poprečnog miješanja i njemu odgovarajući bezdimenzionalni koeficijent mogu se predstaviti kao:

$$D_{t-D_{2uk}} = \frac{U_1}{2} \frac{d\sigma_{f,x_2}^2(x_1)}{dx_1} = \alpha_{t-D_{2uk}} H U_* = \alpha_{t-D_{2uk}}^* H U_1 \quad (16)$$

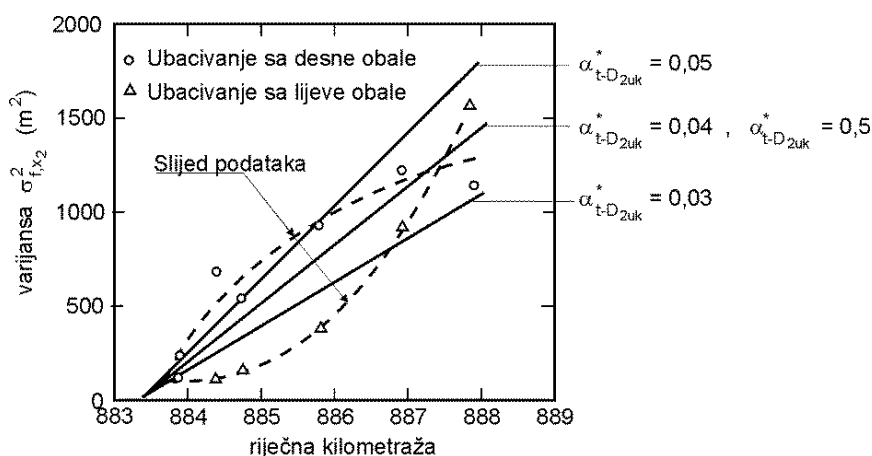
Prema tome, dugim vremenima difuziono – disperzionog procesa odgovara pravolinijska promjena varijanse, σ_{f,x_2}^2 , i prosječni koeficijent, $D_{t-D_{2uk}}$, u vidu konstante. Razlika se ogleda u tome što je prvobitno posmatrana homogena sredina i beskonačne granice [10, 11], a ovako se posmatra nehomogena sredina (jednačina (16)) i konačne granice.

Međutim, nema načina da se čiste poprečne brzine isključe prije mjerenja krivih razmak – koncentracija,

$\hat{c} - x_2$, i određivanja varijanse, σ_{f,x_2}^2 . Ovako dobijena promjena varijanse duž toka ne bila pravolinijska (u duhu Taylorove difuzione teorije), već bi krivudala, zavisno od promjene smijera poprečne brzine. Prema tome, koeficijent poprečnog miješanja sadržavao bi odgovarajuće uticaje difuzije, disperzije i brzine. U nastavku će biti prikazano kako se, na osnovu podataka terenskih mjerenja (tri primjera autora [15]), može, na indirektni način, izvršiti odvajanje uticaja poprečne brzine i odrediti odgovarajući koeficijent poprečnog miješanja, $D_{t-D_{2uk}}$.

Pri stacionarnom ubacivanju obilježivača (Rhodamine B), prvo sa desne, a onda sa lijeve obale, u jednu dionicu rijeke Ijssel izvršena su mjerenja srednje koncentracije po dubini i brzine. Posmatrana dionica obuhvatala je po jednu cijelu krivinu i po jednu polovinu od dvije krajnje krivine ($Q = 275 \text{ m}^3/\text{s}$, $U_1 = 0,989 \text{ m/s}$, $H = 4,0 \text{ m}$ i $B = 69,5 \text{ m}$ (dno od pješćanih dina)).

U skladu sa jednačinom (16), promjene varijansi za oba eksperimenta predstavljene su na slici 1. Očekuje se, što je i logično, da osrednjeno ponašanje za dva eksperimenta približno predstavlja rasprostiranje uzrokovano samo mehanizmima difuznog tipa. Vidljivo je da je, usljed djelovanja napera i spiralnog kretanja, dobijena vrijednost uobičajenog bezdimenzionalnog koeficijenta veća ($\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,5$) od prethodno dobijenih vrijednosti za prave kanale (jednačine (7) i (8) [14, 16]), a nešto manje od one za drugi zakrivljeni – meandrirajući – tok (jednačina (14) [31, 32]).



Slika1. Analiza promjene momenata za rijeku Ijssel [15]

Slijedeća ispitivanja obavljena su na rijeci Waal (veća od prethodne rijeke, skoro prava dionica, dno od pješćanih dina). Slično postupku kao na slici 1, dobijena je prosječna vrijednost $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,43$.

Za treću provjeru korištena su postojeća mjerenja poprečnog rasporeda temperature rijeke Waal (ispust tople vode samo sa jedne obale, relativno prava dionica dužine oko 16 km, proširenje temperature na oko 80% širine rijeke). Osrednjeno ponašanje podataka dalo je $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,359$.

Na osnovu svega, da bi se dobila stvarna predstava prosječnog difuzno – disperzionog miješanja rijeke, preporučeno je da se eksperimenti obilježavanja vrše na dugim dionicama, ubacivanjem obilježivača sa suprotnih obala. Posmatrana dionica mora biti bar toliko duga da obezbijedi rasprostiranje obilježivača od jedne do druge obale (za prave vodotoke: osrednjavanje uticaja nehomogenosti sredine). Za rijeke sa značajnom zakrivljenošću potrebno je još uključiti bar dvije krivine (ovim dodatnim uslovom omogućuje se osrednjavanje uticaja brzina).

2.2.3.3. Seo, Beak i Jeon (2006)

Seo, Beak i Jeon [33] su izvršili 7 eksperimenata obilježavanja pritoka Han rijeke u Koreji. Posmatrana je dvodimenzionalna, po dubini osrednjena, jednačina (jednačina (2)). Za ocjenu poprečnog miješanja u prirodnim vodotocima, uzeta je u obzir, empirijska formula $D_{t-D_{2uk}}/HU_*$ i njene odgovarajuće literaturne vrijednosti (0,15 – 0,3 – pravi kanali; 0,3 – 0,9 – meandrirajući kanali i 1,0 – 3,0 – jako zakrivljeni kanali).

Umjesto kontinualnog ubacivanja obilježivača (stacionarni eksperimenti, npr. [14, 16, 34, 15, 35]), oni su koristili trenutno ubacivanje ograničene količine obilježivača (manja potrošnja obilježivača – manji troškovi i manji uticaj na vodni svijet; ne treba posebna oprema). Pri tome, oni su razvili novu metodu za studiju poprečnog miješanja u prirodnom toku, pri nestacionarnim uslovima. Pomoću nove metode izvedena je jednačina za računanje $D_{t-D_{2uk}}$, na osnovu jednostavne metode momenata. Takođe, za meandrirajuće rijeke data je nova metoda momenata kombinovana sa modelom strujne cijevi, poznatim od ranije [34]. Pored toga, razvijena je integraciona procedura strujne cijevi, odgovarajuća posmatranom

problemu, po ugledu na prethodno predloženu integracionu proceduru Fischera (jednačina (13)) [2].

Eksperimenti obilježavanja (radioizotop I-131) izvedeni su na pravim do jako zakrivljenim potezima: dužine 1,4 – 2,2 km, proticaji 6,39 – 12,5 m³/s (jedan 36,38 m³/s), širine 30 – 100 m, dubine 0,32 – 1,73 m i prosječne brzine 0,15 – 0,78 m/s.

Na osnovu navedenih metoda, dobijeni su bliski rezultati. Zaključeno je da je ipak najtačnija integraciona procedura, a dobijene vrijednosti bezdimenzionalnih koeficijenata poprečne disperzije se nalaze u okviru literaturnih vrijednosti za meandrirajuće i veoma zakrivljene kanale. Odstupanja pojedinih vrijednosti preko metode momenata, objašnjena su pojavom iskrivljenih rasporeda koncentracije (nepravilna geometrija toka i odbijanje koncentracije od obala). Autori su zanemarili činjenicu da poboljšana metoda momenata Holleya i Abrahama [15] eliminiše sve naprijed navedene probleme.

Novija istraživanja [33] pored korištenja već poznatih metoda promjene momenata, samo ukazuju na upotrebu integracione procedure. Upotrebom integracione procedure, uz jednostavniji eksperiment, ali veoma komplikovano matematičko i numeričko određivanje, dobijaju se rezultati veoma slični rezultatima jednostavnijih metoda. Pri tome, za upoređivanje nije korištena postojeća najpouzdanija metoda momenata [15].

Na osnovu prethodnog, može se zapaziti da za prirodne vodotoke metoda Holleya i Abrahama [15] ima prednost nad ostalim predloženim metodama.

2.3. DISKUSIJA PRETHODNIH REZULTATA I IZBOR NAJPOGODNIJIH METODA

Fischerove metode, predstavljene jednačinama (9), (10), (11), (12) i (13) [1, 2], najprikladnije su za određivanje koeficijenta uzdužne – jednodimenzionalne disperzije i područja primjene disperzione teorije za prirodne i vještačke vodotoke, u kojima su uslovi toka obično trodimenzionalni. U jednačini (9) potrebni koeficijent poprečnog miješanja (D_{t_2} , odnosno $D_{t-D_{2uk}}$) određuje se eksperimentalno. Eksperimentalno dobijen Elderov [13] koeficijent u laboratoriji, dat jednačinom (5), važi u sličnim tokovima u prirodnim i vještačkim vodotocima [14, 16], a pokazao se je odgovarajućim i za neke, manje ili više neuniformne, prave ili zakrivljene prirodne vodotoke [2, 3, 36, 31, 34, 33] (tabela 1).

Data je kritička analiza i većine postojećih metoda za određivanje koeficijenta poprečnog miješanja u otvorenim kanalima te prirodnim vodotocima [5, 13, 14, 16, 36, 31, 34, 15, 9, 35, 33]. U tabeli 1. predstavljen je sumarni pregled rezultata određivanja poprečnog miješanja u posmatranim vodotocima. Prednost je data teorijskim i eksperimentalnim rezultatima [16, 36, 13, 9, 14, 15, 31, 35], baziranim na Taylorovoj difuzionoj teoriji [10]. Radovi [34, 33] predstavljaju posredno dobijene eksperimentalne veličine (poređenjem mjernih

i analitičkih računatih krivih poprečni razmak – koncentracija).

Prikladne metode za određivanje koeficijenta poprečnog miješanja, difuzionog – \bar{D}_{t_2} ili difuziono – disperzionog $D_{t-D_{2uk}}$, za prirodne i vještačke otvorene vodotoke predstavljene su jednačinama (5) i (16), uz odgovarajuće uslove primjene [13, 15]. Objе metode imaju teorijsku podlogu, a dobro su ispitane i potvrđene.

Tabela 1. Hronološki pregled eksperimentalnih rezultata određivanja poprečnog miješanja [37]

| Istraživači i eksperimentalni objekti | Protok Q [m ³ /s] | Brzina U ₁ [m/s] | Smičuća brzina U* [m/s] | Dubina h [m] | Širina b [m] | Poprečno miješanje | |
|---|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------|--|--|
| | | | | | | Koeficijent [m ² /s] | Uobičajeni bez-dimenzionalni koeficijent |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Elder [13] Širok, plitak i prav laboratorijski kanal | - | - | - | 0,015 | 0,3556 | $\bar{D}_{t_2} = 0,23hU_*$ | $\alpha_{t_2} = 0,23$ |
| Fischer [14] Atrisco Feeder Canal, | 7,62-7,45 | 0,634-0,661 | 0,0628-0,0613 | 0,683-0,667 | 17,678-17,069 | $\bar{D}_{t_2} = 0,01022$ | $\alpha_{t_2} = 0,24 - 0,25$ |
| Sayre i Chang [16] Širok, plitak i prav laboratorijski kanal | 0,083-0,420 | 0,235-0,47 | - | 0,15-0,37 | 2,387 | $\bar{D}_{t_2} = 0,00096 - 0,00358$ | $\alpha_{t_2} = 0,17$ (prosjeak) |
| Fischer [36] Green-Duwamish river | ≈ 8,49 | - | 0,0491 | 0,914 | ≈ 30,0 | $\bar{D}_{t_2} = 0,0094 - 0,0171$ | |
| Fischer [31] Rijeka Missouri Široki kružni laboratorijski kanal | - 0,000328-0,001063 | 1,75 0,197-0,27 | 0,074 0,0168-0,017 | 2,7 0,022-0,0528 | - 0,763 | $D_{t-D_{2uk}} = 0,120$ $D_{t-D_{2uk}} = 0,000188 - 0,00214$ | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,60$ $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,51 - 2,4$ |
| Yotskura i Cobb [34] 1) Skoro prav potez Sout River | 1,42-1,64 | 0,18 | 0,0396 | 0,346 | 18,0 | $\tilde{D}_{t_2} = 0,0046$ | $\alpha_{t_2} \approx 0,30$ |
| 2) Atrisco Feeder Canal | 7,22-7,60 | 0,67 | 0,062 | 0,67 | 18,29 | $\tilde{D}_{t_2} = 0,00929$ | $\alpha_{t_2} = 0,22$ |
| 3) Bernardo Conveyance Canal | 17,76 | 1,23 | 0,06187 | ~ 0,69 | 20,0 | $\tilde{D}_{t_2} = 0,0130$ | $\alpha_{t_2} \approx 0,30$ |
| 4) Rijeka Missouri | 962,9 | 1,70 | 0,073 | 2,4 | 152,4-213,4 | $\tilde{D}_{t_2} = 0,065 - 0,131$ | $\alpha_{t_2} = 0,3 - 0,65$ |
| Holley i Abraham [15] 1) Rijeka IJssel | 275,0 | 0,989 | 0,0774 | 4,0 | 69,5 | $D_{t-D_{2uk}} = 0,158$ | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,50$ |
| 2) Rijeka Waal | 1011,0 | 0,809 | 0,056 | 4,7 | 265,96 | $D_{t-D_{2uk}} = 0,113$ | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,43$ |
| Lam Lau i Krishnappan [9] Prav laboratorijski kanal | - - | 0,155-0,337 0,198-0,204 | 0,0093-0,028 0,0158-0,027 | 0,014-0,0496 0,0127-0,040 | 0,60 0,45-0,30 | $D_{t-D_{2uk}} = 0,0000335 - 0,000141$ $D_{t-D_{2uk}} = 0,000067 - 0,0001162$ | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,108 - 0,201$ $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,136 - 0,259$ |
| Cotton i West [35] Rijeka Rea (prav potez) | 0,28-0,75 | 0,46-0,73 | 0,065-0,075 | ~ 0,15 | ~ 5,0 | $\tilde{D}_{t_2} = 0,00108 - 0,00385$ | $\alpha_{t_2} = 0,15 - 0,31$ |
| Seo, Beak i Jeon [33] 1) Rijeka Sum | 7,80-36,38 | 0,34-0,58 | 0,046-0,059 | 0,68-1,02 | 54,0-80,1 | - | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,30 - 1,21$ |
| 2) Potok Cheongmi | 6,93 | 0,34 | 0,062 | 0,48 | 44,5 | - | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,27$ |
| 3) Rijeka Hongcheon | 10,35-11,65 | 0,20-0,35 | 0,047-0,057 | 0,75-1,10 | 58,6-69,9 | - | $\alpha_{t-D_{2uk}} = 0,23 - 0,64$ |

Metoda Holleya i Abrahama [15], data jednačinom (16), izabrana je kao najbolja za prirodne vodotoke. Za razliku od drugih metoda, koje predstavljaju homogenu sredinu i beskonačne granice [10, 16, 13, 9], ova metoda važi za nehomogenu sredinu i konačne granice. Isto tako, omogućeno je da se na indirektan način odvoji uticaj čiste poprečne brzine i odredi odgovarajući prosječni disperziono – difuzioni koeficijent poprečnog miješanja, $D_{t-D_{2uk}}$.

Taylorova difuzionna teorija, kako je već rečeno [13, 16], veoma dobro odgovara procesu poprečnog miješanja u otvorenim vodotocima te su koeficijenti poprečnog miješanja veoma dobro predstavljeni pomoću metode momenat (promjene varijanse). Za razliku od jednodimenzionalne – uzdužne disperzije, kod koje nije isti slučaj zbog moguće pojave dugih repova mjernih krivih (jednačine (12) i (13)), pokazalo se je da nisu potrebna dodatna optimisanja dobijenih rezultata (npr. [33]).

LITERATURA

- [1] Fischer (H.B.). "The Mechanics of Dispersion in Natural Streams". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 93, No. HY6, Proc. Paper 5592, 1967, pp. 187-216.
- [2] Fischer (H.B.). "Dispersion predictions in Natural Streams". Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 94, No. SA5, Proc. Paper 6169, 1968, pp. 927- 943.
- [3] Bajraktarević-Dobran (H.). "Dispersion in Mountainous Natural Streams". Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 108, No. EE3, Proc. Paper 17134, 1982, pp. 502-514.
- [4] Bajraktarević-Dobran (H.) i Sarajlić (M.). Rasprostiranje incidentnog zagađenja u vodotocima. (Teorijski pristup, numerički račun i primjena). Svjetlost, Sarajevo, 1995, 185 str.
- [5] Taylor (G.I.). "The Dispersion of Matter in Turbulent Flow Through a Pipe". Proceedings, Royal Society of London, Vol. 223, Series A, 1954, pp. 446-468.
- [6] Holley (E.R.). "Unified View of Diffusion and Dispersion", Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 95, No. HY2, Proc. Paper 6462, 1969, pp. 621-631.
- [7] Bajraktarević-Dobran (H.). Predviđanje rasprostiranja otpadnih voda u otvorenim vodotocima brdskog tipa. Doktorski rad, Univerzitet u Sarajevu – Građevinski fakultet, Sarajevo, 1991, str. 323.
- [8] Benedict (B.A.). "Effects of Equation averaging on Model Verification". Verification of Mathematical and Physical Models in Hydraulic Engineering, American Society of Civil Engineers, New York, 1978, pp. 483-491.
- [9] Lau (Y.L.) and Krishnappan (B.G.). "Transverse Dispersion in Rectangular Channels". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No. HY10, Proc. Paper 13294, 1977, pp. 1173-1189.
- [10] Taylor (G.I.). "Diffusion by Continuous Movements". Proceedings, London Mathematical Society, Second Series, Vol. 20, 1921, pp. 196-211.
- [11] Hinze (J.O.). Turbulence. McGraw-Hill Book Company, New York, 1975, pp. 790.
- [12] Batchelor (G.K.). "Diffusion in a Field of Homogeneous Turbulence (I - Eulerian Analysis)". Aust. J. Scient. Res., Vol. 2, 1949, pp. 437.
- [13] Elder (J.W.). - "The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow". Journal of Fluid Mechanics, Vol. 5, 1959, pp. 544-560.
- [14] Fischer (H.B.). "Transverse Mixing in a Sand-Bed Channel". U.S. Geological Survey Prof. Paper 575-D, 1967, pp. D267-D272.
- [15] Holley (E.R.) and Abraham (G.). "Field Tests on Transverse Mixing in Rivers". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY12, Proc. Paper 10241, 1973, pp. 2313-2331.
- [16] Sayre (W.W.) and Chang (F.M.). "A Laboratory Investigation of the Open-Channel Dispersion Processes for Dissolved, Suspended and Floating Dispersants". U.S. Geological Survey Prof. Paper 433-E, 1968, pp. E1-E71.
- [17] Sooky (A.). "Longitudinal Dispersion in Open Channels". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, No. HY4, Proc. Paper 6697, 1969, pp. 1327-1396.
- [18] McQuivey (R.S.) and Keefer (T.N.). "Simple Method for Predicting Dispersion in Streams". Journal of the Environmental Engineering Division", ASCE, Vol. 100, No. EE4, Proc. Paper 10708, 1974, pp. 997-1011.

- [19] Pedersen (F.B.). Prediction of Longitudinal Dispersion in Natural Streams. (Series Paper 14). Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering (Technical University of Denmark) , Lyngby, 1977, pp. 69.
- [20] Bajraktarević-Dobran (H.). Prilog poznavanju uzdužne disperzije brdskih vodotoka. Magistarski rad, Univerzitet u Sarajevu - Građevinski fakultet, 1979, str. 86.
- [21] Bajraktarević-Dobran (H.). "Pregled metoda za određivanje koeficijenta uzdužne turbulentne disperzije". Zbornik radova II jugoslovenskog simpozijuma o hemijskom inženjerstvu, Srpsko hemijsko društvo, Beograd, 1980, str. 221-249.
- [22] Bajraktarević-Dobran (H.). "Investigation of Mixing Characteristics in the River Miljacka Upstream from Sarajevo". Euromech 130 (Colloquium), Yugoslav Association for Hydraulic Research and Yugoslav Association for Mechanics, Belgrade, 1980, pp. P9.1-P9.5.
- [23] Bajraktarević-Dobran (H.). "Određivanje disperzije u brdskim vodotocima pomoću parametara toka". Vodoprivreda, br. 3, 1980, str. 149-158.
- [24] Bajraktarević-Dobran (H.). "Disperzija pasivnih kontaminanata u brdskim vodotocima". Posebna izdanja LII. (Knjiga 10), ANUBiH, Sarajevo, 1981, str. 117-134.
- [25] Bajraktarević-Dobran (H.). "Uzdužna turbulentna disperzija u prirodnom otvorenom vodotoku". Simpozijum: "Turbulentni transportni procesi u fluidu", Društvo za mehaniku Bosne i Hercegovine, Sarajevo, 1977, str. S6.1-S6.11.
- [26] Bajraktarević-Dobran (H.). (Zaključak diskusije članka "Dispersion in Mountainous Natural Streams" od Bajraktarević-Dobran H., Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 108, No. EE3, Proc. Paper 17134, 1982, pp. 502-514) Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. EE4, 1983, pp. 970-974.
- [27] Liu (H.). "Predicting Dispersion Coefficient of Streams". Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. EE1, Proc. Paper 12724, 1977, pp. 59-69.
- [28] Liu (H.). (Zaključak diskusije članka "Predicting Dispersion Coefficient of Streams" od Liu H., Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. EE1, Proc. Paper 12724, 1977, pp. 59-69) Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 104, No. EE4, Proc. Paper 13908, 1978, pp. 825-828.
- [29] Marivoet (J.L.) and van Craenenbroeck (W.). "Longitudinal dispersion in slip - canals". Journal of Hydraulic Research, Vol. 24, No. 2, 1986, pp. 123-132.
- [30] van Mazijk (A.) "One dimensional approach of transport phenomena of dissolved matter in rivers". Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Report No. 96-3, Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, 1996, p. 310.
- [31] Fischer (H.B.). "The Effect of Bends on Dispersion in Streams". Water Resources Research, Vol. 5, No. 2, 1969, pp. 496-506.
- [32] Yotsukura (N.), Fischer (H.B.) and Sayre (W.W.). "Measurement of Mixing Characteristics of the Missouri River Between Sioux City, Iowa, and Plattsmouth, Nebraska". U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 1899-G, 1970, pp. 29.
- [33] Seo (I.W.), Beak (K.O.) and Jeon (T.M.). "Analysis of transverse mixing in natural streams under slug tests" Journal of Hydraulic Research, Vol. 44, No. 3, 2006, pp. 350-362.
- [34] Yotsukura (N.) and Cobb (E.). "Transverse Diffusion of Solutes in Natural Streams". U.S. Geological Survey Prof. Paper 582-C, 1972, pp. C1-C19.
- [35] Cotton (A.P.) and West (J.R.). "Field Measurement of Transverse Diffusion in Unidirectional Flow in a Wide Straight Channel". Water Research, Vol. 14, No. 11, 1980, pp. 1597-1604.
- [36] Fischer (H.B.). "Methods for Predicting Dispersion Coefficient in Natural Streams, with Applications to Lower Reaches of the Green and Duwamish Rivers Washington". U.S. Geological Survey Prof. Paper 582-A, 1968, pp. A1-A27.
- [37] Bajraktarević-Dobran (H.). Rasprostranje otpadnih voda u otvorenim vodotocima (Procesi difuzije i disperzije). Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo, 2012, str. 150.

SPISAK OZNAKA

| | |
|--------------------------------|--|
| – | odgovarajuće jednovrsno osrednjenje; primarno osrednjenje po vremenu u Eulerovim jednačinama održanja (difuzija). |
| ~ | dvovrsno osrednjenje, a samim tim i višestruko (npr. po vremenu i prostoru); primarno osrednjenje po prostoru (po poprečnom presjeku) u Eulerovim jednačinama održanja (disperzija). |
| ^ | vid dvovrsnog osrednjenja – osrednjenje po vremenu i dubini toka; osrednjenje po dubini u Eulerovim jednačinama održanja (difuziono-disperzioni proces). |
| ' | varijacija po vremenu posmatranih veličina turbulentnog toka. |
| " | varijacije po prostoru posmatranih veličina turbulentnog toka. |
| A | površina poprečnog presjeka toka. |
| B | širina uniformnog toka; osrednjena širina za potez ili dionicu. |
| b | općenito širina toka; lokalna širina. |
| c | koncentracija ($c = \bar{c} + c'$); \bar{c} , po vremenu osrednjena vrijednost; c' , fluktuirajuća, turbulentna, komponenta; \tilde{c} , dodatno po prostoru (poprečnom presjeku) osrednjena vrijednost; c'' , prostorno odstupanje \bar{c} od \tilde{c} ; \hat{c} , dodatno po dubini osrednjena vrijednost. |
| $C(X_0,t), C(X_1,t)$ | krive raspodjele obilježivača kod mjernih stanica X_0 i X_1 . |
| D_D | kinematski koeficijent uzdužne – jednodimenzionalne (x_1) turbulentne disperzije; $D_{D_{uk}} = D_D + D_{t_1}$, ukupni uzdužni disperziono-difuzioni koeficijent. |
| D_\emptyset , | kinematski koeficijenti molekularne difuzije skalara. |
| D_{t_1}, D_{t_2} | kinematski koeficijent turbulentne difuzije u uzdužnom pravcu i poprečnom pravcu. |
| $\bar{D}_{t_1}, \bar{D}_{t_2}$ | kinematski koeficijenti turbulentne difuzije u uzdužnom i poprečnom pravcu dvodimenzionalnog, po dubini osrednjenog, matematskog modela (osrednjeni po dubini). |
| $D_{t-D_{1uk}}, D_{t-D_{2uk}}$ | koeficijenti miješanja u uzdužnom i poprečnom pravcu, koji objedinjuju difuzione i disperzione procese, dvodimenzionalnog, po dubini osrednjenog matematskog modela, $D_{t-D_{1uk}} = \bar{D}_{t_1} + D_{D_1}$, $D_{t-D_{2uk}} = \bar{D}_{t_2} + D_{D_2}$; koeficijenti miješanja prelaze u $\bar{D}_{t_{1uk}}$ i $\bar{D}_{t_{2uk}}$ (teže ka \bar{D}_{t_1} i \bar{D}_{t_2}) ili u $D_{D_{1uk}}$ i $D_{D_{2uk}}$ (teže ka D_{D_1} i D_{D_2}), zavisno od važnosti turbulentne difuzije i disperzije u toku. |
| D_{D_1}, D_{D_2} | kinematski koeficijenti turbulentne disperzije u uzdužnom i poprečnom pravcu dvodimenzionalnog, po dubini osrednjenog, matematskog modela. |
| H | osrednjena dubina po poprečnom presjeku uniformnog toka; osrednjena dubina za potez ili dionicu. |
| h | općenito dubina toka; lokalna dubina. |
| L | kriterij za primjenu teorije uzdužne disperzije u vidu odgovarajućeg razmaka niz tok – integralna dužinska skala. |
| l | karakteristična dužina turbulentnog toka koja predstavlja razmak od tačke maksimalne brzine na površini vode do najudaljenije obale. |

| | |
|----------------------------------|---|
| Q | protok vodotoka. |
| $q''(x_2)$ | integrirana uzdužna brzina po dubini toka kod tačke x_2 u poprečnom presjeku. |
| r | hidraulički radijus vodotoka. |
| S | nagib linije energije. |
| t | vrijeme. |
| T_L | Lagrangeova integralna vremenska skala uzdužne – jednodimenzionalne disperzije. |
| t' | $= \frac{t}{T_L}$ = bezdimenzionalno vrijeme uzdužne – jednodimenzionalne disperzije. |
| U_1 | Eulerova uzdužna brzina uniformnog toka osrednjena po poprečnom presjeku; Eulerova osrednjena uzdužna brzina za potez ili dionicu. |
| U_* | $= \sqrt{grS}$ = brzina smicanja. |
| u_i, u_1, u_2 | Eulerove brzine; \bar{u}_i , po vremenu osrednjena brzina; u_i' , fluktuirajuća, turbulentna komponenta; \tilde{u}_i , dodatno po prostoru (poprečnom presjeku) osrednjena vrijednost; u_i'' , prostorno odstupanje \bar{u}_i od \tilde{u}_i ili \bar{u}_i od U_i kod uniformnog toka; \hat{u}_i , dodatno po dubini osrednjena vrijednost; potpisi 1 i 2 odnose se na uzdužni i poprečni pravac. |
| x_1, x_2 | koordinate Descartesovog koordinatnog sistema, Eulerov pristup; potpisi 1 i 2 odnose se na uzdužni i poprečni pravac. |
| $\alpha_{t-D_{2uk}}$ | $= D_{t-D_{2uk}}/hU_*$ = uobičajeni bezdimenzionalni koeficijent poprečnog miješanja (difuziono-disperzioni) dvodimenzionalne po dubini osrednjene difuzione jednačine; na isti način za sastavne dijelove koeficijenta miješanja: $\alpha_{t_2} = \bar{D}_{t_2}/hU_*$ i $\alpha_{D_2} = D_{D_2}/hU_*$. |
| $\alpha_{t-D_{2uk}}^*$ | $= D_{t-D_{2uk}}/HU_1$ = novi vid bezdimenzionalnog koeficijenta poprečnog miješanja, difuziono-disperzionog; $\alpha_{t_2}^* = D_{t_2}/HU_1$, novi vid bezdimenzionalnog koeficijenta poprečne difuzije. |
| $\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2$ | varijanse odgovarajućih krivih razmak – koncentracija u datom trenutku vremena ili kod datog rastojanja od izvora, sa naznakom posmatranog pravca (x_1, x_2) rasprostiranja obilježivača u toku. |
| σ_t^2 | varijansa krive vrijeme – koncentracija kod datog rastojanja od izvora. |
| $\sigma_{f,x_2}^2(x_1)$ | varijansa zasnovana na koncentraciji opterećenoj proticajem kroz odgovarajuću vertikalnu krišku poprečnog presjeka jedinične širine ($f = h \hat{u}_1 \hat{c}$). |
| τ | vrijeme |

THE PARAMETERS OF THE DIFFUSION MODELS FOR SOME STREAMS IN B&H
PART I: THEORETICAL ANALYSES FOR DETERMINING PARAMETERS
OF THE DIFFUSION MODELS

by

Haša BAJRAKTAREVIĆ- DOBRAN
Faculty of Civil Engineering, Sarajevo

Summary

The determination of the transverse mixing and longitudinal dispersion coefficients is analysed in the open streams (laboratory channels, natural and artificial streams), as fundamental for the diffusion models.

It is seen that the Fischer's methods (analytic – commonly measured values of the flow; experimental and experimental-theoretic – data on the stream tracing) are the most suitable for the determination of the longitudinal dispersion coefficient. The most suitable methods are for the determination of the transverse mixing coefficient (diffusive or diffusive-dispersive),

with some conditions for the application: 1. Elder's (experimental-empiric) and 2. Holley and Abraham's (experimental – data on the stream tracing).

The field researches of the spreading process in water of some streams (rivers: the Miljacka, the Bosna and the Vrbas), have made possible the application of chosen methods.

Key words: open streams, transverse mixing, longitudinal dispersion, parameters of the diffusion models

Redigovano 14.10.2017.