

VARIJANTNA AHP VREDNOVANJA DISPOZICIJA CRPNIH STANICA NA SLIVNOM PODRUČJU

Bojan SRĐEVIĆ, Vasiljka KOLAROV
Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Novom Sadu
E-mail: bojans@polj.ns.ac.yu, kolarov@polj.ns.ac.yu

REZIME

U radu je prikazan postupak vrednovanja više alternativnih dispozicija crpnih stanica na osnovu kriterijuma ekonomske i tehnološke prirode, primenom pet metoda prioritizacije u okviru Analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP). Metodi su poređeni na osnovu ukupnog Euklidskog rastojanja generisanih težinskih vrednosti elemenata hijerarhije i semantičkih ocena donosioca odluka, kao i indeksa konformnosti i Spirmanovog koeficijenta korelacije rangova.

Ključne reči: višekriterijumska analiza, AHP, metod prioritizacije, crpne stanice.

1. UVOD

Izbor lokacije crpnih stanica na sistemima za odvodnjavanje vrši se prvenstveno na osnovu topografije slivne površine, režima voda, položaja recipijenta, vrste pogona i drugih lokalnih uslova. Posle izbora mogućih lokacija, radi dobijanja najekonomičnije i najefikasnije varijante dispozicije crpnih stanica, u analizu je neophodno uključiti i druge kriterijume kao što su ekonomski parametri, sigurnost u radu, efikasnost u odbrani od poplava, usklađenost sa šemom vodosabdevanja, pogodnost za fazno investiranje ili tehnička upravljivost. Prema konkretnoj situaciji mogu se koristiti i brojni drugi kriterijumi.

Popularna tehnika koja se koristi u oblasti višekriterijumskog odlučivanja je Analitički hijerarhijski proces (Analytic Hierarchy Process – AHP) (Saaty, 1980). Zasniva se na razlaganju složenog problema u hijerarhiju, sa ciljem na vrhu, a kriterijumima, podkriterijumima i alternativama na nivoima i podnivoima hijerarhije. Donosilac odluka (DO) vrši poređenje elemenata u parovima na svakom nivou hijerarhije u odnosu na elemente u višem nivou

korišćenjem neke od preferentnih skala, najčešće tzv. Satijeve skale. Krajnji rezultat su vektori relativnog značaja (prioriteta) alternativa u odnosu na cilj.

Centralno mesto u vrednovanju elemenata hijerarhije po AHP metodologiji imaju matrice poređenja dobijene transformacijom semantičkih ocena DO o međusobnom značaju elemenata u numeričke vrednosti. U odnosu na svaki element hijerarhije iz višeg nivoa formira se po jedna matrica poređenja. Iz svake takve matrice treba ekstrahovati vektor prioriteta elemenata koji se može označiti kao w . Zbog inherentne nekonzistentnosti, vektor w je samo estimacija stvarnog vektora prioriteta koji je nepoznat.

Metodi za određivanje w iz date matrice poređenja A zajedničkim imenom se nazivaju prioritizacioni metodi i podeljeni su u tri grupe.

Prvu čine metodi iz oblasti matricne algebre, npr. metod sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method – EV) i metod aditivne normalizacije (Additive Normalization Method – AN) (Saaty, 1980).

Metodi iz druge i treće grupe su zasnovani na optimizacionim pristupima. U drugoj, koju karakteriše standardna optimizacija, za merenje stepena aproksimacije matrice A matricom \tilde{A} (u kojoj su korespondentni odnosi koeficijenata prioriteta sadržani u izvedenom vektoru prioriteta) koristi se odabrana jednokriterijumska funkcija. Najčešće se koristi generalizovano L^2 Euklidsko rastojanje kojim se meri totalno rastojanje između svih elemenata odlučivanja u originalnoj (A) i ocenjenoj (\tilde{A}) matrici i odgovarajućih odnosa koeficijenata prioriteta sadržanih u izvedenom vektoru prioriteta. Karakteristične tehnike su: metod otežanih najmanjih kvadrata (The Weighted Least Squares Method – WLS) (Chu et al, 1979), logaritamski metod najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least

Squares Method – LLS) (Crawford and Williams, 1985) i metod fazi programiranja prioriteta (The Fuzzy Preference Programming Method – FPP) (Mikhailov, 2000). Postoje i drugi metodi koji se, iz različitih razloga, manje koriste. Na primer, direktni metod najmanjih kvadrata (The Direct Least Squares Method – DLS) (Chu et al, 1979) koji često daje višestruka rešenja, ili logaritamsko ciljno programiranje (The Logarithmic Goal Programming Method – LGP) (Bryson, 1995), često inferioran u odnosu na navedene metode. Korisne informacije u vezi sa performansom različitih metoda prioritizacije (slučajnih) generisanih matrica mogu se naći u (Golany and Kress, 1993; Mikhailov and Singh, 1999; Choo and Wedley, 2004).

Treća grupa metoda prioritizacije je u razvoju i zasniva se na dvokriterijumskoj optimizaciji, odnosno nalaženju kompromisnog rešenja koje najbolje zadovoljava stav ili preference donosioca odluka poštujući preciznost i redosled rangiranja. Preciznost je modelirana kao L^2 Euklidsko rastojanje (D), a redosled rangiranja kao pokazatelj minimalnog narušavanja ranga elemenata matrice (V) povezan sa brojem i stepenom izmene rangova. Na primer, metod prikazan u (Mikhailov, 2003) zasniva se na identifikaciji skupa svih optimalnih rešenja u pareto smislu tako što se prvo rešavaju dva jednokriterijumska programa (za D i V), a zatim se rešava odgovarajuće definisan problem ograničenih najmanjih kvadrata (Constrained Least Squares – CLS), odnosno, vrši se minimiziranje D za sve diskretne vrednosti V u utvrđenom opsegu vrednosti. Donosilac odluka sam treba da izabere finalno rešenje iz skupa postojećih (kompromisnih) rešenja.

U ovom radu je, posle kratkog opisa suštine AHP metodologije, prikazano 5 najvažnijih metoda prioritizacije: metod sopstvenih vrednosti (EV), metod aditivne normalizacije (AN), logaritamski metod najmanjih kvadrata (LLS), metod otežanih najmanjih kvadrata (WLS) i metod fazi programiranja prioriteta (FPP). Zatim su po AHP metodologiji i primenom

navedenih metoda vrednovane četiri alternative dispozicije crpnih stanica u prisustvu 6 kriterijuma. Metodi su međusobno upoređeni primenom Euklidskog rastojanja (D), indeksa konformnosti (C) i Spirmanovog koeficijenta korelacije rangova (S).

2. AHP METODOLOGIJA VREDNOVANJA

2.1. Ocene, konzistencija i prioriteta elemenata odlučivanja

Na datom nivou hijerarhije problema odlučivanja, osnovni cilj je utvrditi preferentnu strukturu n elemenata odlučivanja E_1, E_2, \dots, E_n . U AHP, donosilac odluka semantički poredi svaka dva elementa E_i i E_j i pomoću usvojene skale indirektno (verbalno) ili direktno (numerički) dodeljuje vrednost a_{ij} koja predstavlja njegovu ocenu relativne važnosti elementa E_i u odnosu na element E_j . Ako su elementi E_i i E_j istog značaja za donosioca odluka, tada je $a_{ij} = 1$, a ako je element E_i važniji od elementa E_j , tada je $a_{ij} > 1$.

Pošto osobina recipročnosti $a_{ji} = 1/a_{ij}$ važi uvek, i pošto je $a_{ii} = 1$ za svako $i = 1, 2, \dots, n$, potrebno je izvršiti samo $n(n-1)/2$ poređenja u parovima da bi se formirala kvadratna $n \times n$ matrica $A = \{a_{ij}\}$. Zapravo, dovoljno je dati samo one ocene a_{ij} koje odgovaraju gornjem trouglu matrice, poređenjem parova elemenata E_i i E_j za $i = 1, \dots, n-1, i = i+1, \dots, n$. U donjem trouglu matrice, simetrično u odnosu na glavnu dijagonalu, unose se recipročne vrednosti $1/a_{ij}$.

Ocene donosioca odluka su manje ili više konzistentne, što zavisi od njegovog poznavanja problema, a takođe i od njegove mogućnosti da se koncentriše i obezbedi da razumevanje kardinalnih preferenci između elemenata bude uvek, ili koliko je to moguće, pravilno formulisano prilikom korišćenja verbalne skale ili asociiranih numeričkih koeficijenata. Pretpostavimo, na primer, da se koristi Satijeva skala iz Tabele 1.

Tabela 1. Satijeva skala relativnog značaja

Značaj	Definicija	Objašnjenje
1	Istog značaja	Dva elementa su identičnog značaja u odnosu na cilj.
3	Slaba dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje neznatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi.
5	Jaka dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje znatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi.
7	Demonstrirana dominantnost	Dominantnost jednog elementa potvrđena u praksi.
9	Apsolutna dominantnost	Dominantnost najvišeg stepena.
2,4,6,8	Međuvrednosti	Potreban kompromis ili dalja podela.

Moguće pitanje bilo bi: da li da u matricu unese $a_{ij} = 3$ ili $a_{ij} = 2$ ako smatra da je element E_i slabio dominantan u odnosu na element E_j ? Ako se ide korak dalje i treba da se poredi npr. 7 elemenata (matrica A je formata 7×7), pitanje bi moglo biti da li je donosilac odluka sposoban da sačuva konzistentnost prilikom 21-og poređenja parova elemenata. I takođe, kako da prevaziđe teškoću u vezi sa Satijevom skalom u slučaju kada poredi elemente E_i i E_j , pošto je ocenio elemente E_i i E_k i E_k i E_j . Ako je već ocenio da je $a_{ik} = 3$ i $a_{kj} = 4$, logično bi bilo da stavi da je $a_{ij} = 12$ bez ocenjivanja, zato što je $a_{ij} = a_{ik}a_{kj} = 3 \times 4 = 12$. Pošto je maksimalna vrednost po Satijevoj skali 9 za apsolutnu dominantnost jednog elementa nad drugim (videti Tabelu 1), postoji ograničenje u postizanju konzistentnosti prilikom ocenjivanja određenih elemenata. Na neki način, nekonzistentnost se nagomilava i raste potreba za njenim merenjem.

Da bi se matrica A i njen vektor prioriteta w stavili u isti matematički kontekst sa gore pomenutim ograničenjima nametnutim Satijevom (ili bilo kojom drugom) skalom, prvo treba razmotriti slučaj da je donosilac odluka savršeno konzistentan. Drugim rečima, smatraćemo da je matrica poređenja $A = \{w_i/w_j\}$ konzistentna zato što svi elementi a_{ij} imaju tačne vrednosti $a_{ij} = w_i/w_j$ i tranzitivni uslov $a_{ij} = a_{ik}a_{kj}$ važi za svako $i, j, k = 1, 2, \dots, n$. Relativni prioriteti elemenata w_i ($i = 1, \dots, n$) su jedinstveni, a dobijaju se izračunavanjem prosečne vrednosti elemenata bilo koje kolone matrice i zatim deljenjem svakog od njih sumom svih elemenata kolone.

Ocene a_{ij} su, međutim, najčešće takve da je tranzitivni uslov narušen a matrica poređenja je nekonzistentna, što se može predstaviti kao $\tilde{A} \approx \{w_i/w_j\}$. Elementi matrice su samo aproksimacije ($\tilde{a}_{ij} \approx w_i/w_j$) i pošto nekonzistentni prioriteti nisu jedinstveni, oni se moraju oceniti nekim od tzv. metoda prioritizacije.

Stepen nekonzistentnosti može da varira iz subjektivnih ili objektivnih razloga, ali generalno raste sa veličinom matrice, odnosno brojem elemenata koji se porede. Postoji samo nekoliko postupaka za merenje nekonzistentnosti. Postupak koji se koristi u originalnom AHP (Saaty, 1980) iz određenih razloga se ne može primenjivati na druge metode prioritizacije. Zbog toga se često koriste alternativni pokazatelji kvaliteta ocene prioriteta. Jedan koji se smatra opštim je generalizovano L^2 Euklidsko rastojanje (D). Takođe se

koristi i indeks konformnosti (C). Za testiranje kvaliteta metoda u pogledu rangiranja alternativa koristi se Spirmanov koeficijent korelacije rangova (S).

2.2. Postavka problema prioritizacije

Matematički, matrica A predstavlja skup ocena parova:

$$A = \{a_{ij} | i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n\} \quad (1)$$

Ako se koristi Satijeva skala, svako a_{ij} može da uzme jednu od 17 mogućih pozitivnih vrednosti u diskretnom intervalu $[1/9, 9]$, pretpostavljajući gore pomenutu osobinu recipročnosti elemenata skupa (1). Moguć skup vektora W može se definisati kao skup vektora prioriteta w koji zadovoljavaju normalizaciju i ograničenje pozitivnosti:

$$W = \{w | w > 0, e^T w = 1\} \quad (2)$$

gde je e n -komponentni jedinični vektor, $e^T = (1, \dots, 1)$.

Kada su numerički podaci uneti u matricu A , sledeći problem je da se iz nje identifikuje vektor $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ koji najbolje ocenjuje koeficijente w_i/w_j 'preko' svih elemenata matrice. Ako se elementi vektora w normalizuju aditivnim metodom tako da je njihov zbir 1, konačne vrednosti će predstavljati relativne prioritete elemenata E_i , $i = 1, \dots, n$, a vektor w vektor prioriteta matrice A .

2.3. Kriterijumi za poređenje metoda prioritizacije

Različiti metodi prioritizacije najčešće se porede primenom sledećih pokazatelja greške:

1) Generalizovano L^2 Euklidsko rastojanje

Definiše se:

$$D(w) = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij} - w_i/w_j)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

kao mera totalnog rastojanja između svih elemenata matrice poređenja i korespondentnih 'razlomaka' koeficijenata prioriteta koje sadrži vektor w , određen nekim metodom prioritizacije.

2) Indeks konformnosti

Lista rangova dobijena po jednom metodu usvaja se kao referentna i vrši se poređenje rezultata

dobijenih primenom ostalih metoda sa ovim vrednostima:

$$C^k = \sum_{i=1}^n |w_i^k - w_i^{ref}|, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (4)$$

U obrascu (4), k je indeks metoda, K broj primenjenih metoda, a ref označava vektor prioriteta dobijen referentnim metodom prioritizacije.

3) Spirmanov koeficijent korelacije rangova (Gibbons, 1971)

Kao dopunska (gruba) ocena kvaliteta 5 mogućih metoda prioritizacije unutar iste AHP metodologije, može se koristiti Spirmanov koeficijent, tako što se lista rangova dobijena po jednom metodu usvaja kao referentna, a rezultati ostalih metoda poredi sa referentnom listom na sledeći način. Ako su U_a i V_a rangovi dobijeni za alternativu a po dva različita metoda, Spirmanov koeficijent je dat relacijom (5):

$$S = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n D_a^2}{n(n^2 - 1)}. \quad (5)$$

D_a je razlika U_a i V_a , a n je broj alternativa. Vrednost Spirmanovog koeficijenta može da varira između teorijskih vrednosti -1 i 1. Kada se vrednost približava 1, indikacija je da su rangovi slični ili isti; kada je vrednost manja od nule i približava se -1, rangovi su obrnuti, odnosno negativno korealisani.

3. PET ODABRANIH METODA PRIORITIZACIJE U AHP

U okviru AHP metodologije višekriterijumskog odlučivanja postoje mnogi metodi prioritizacije. U opštem slučaju, izbor metoda zavisi od greške koja se javlja u procesu odlučivanja. U preglednom radu (Choo and Wedley, 2004), ocenjivana je efikasnost u određivanju vektora prioriteta za 18 metoda, od kojih su neki samo varijante metoda prikazanih u ovom radu. Na generisanim matricama poređenja statistički je indikovana najbolja performansa metoda EV, AN i LLS. Za pojedine metode dobijene su tako velike greške da se primena datih metoda ne preporučuje.

Ovde se tretiraju metodi koji se najčešće primenjuju i čija je vrednost dokazana u praksi. Među njima su i navedena tri na koje ukazuju Choo and Wedley (2004).

3.1. Metod sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method – EV)

Prema (Saaty, 1980), kao traženi vektor prioriteta w može se usvojiti vektor sopstvenih vrednosti matrice A . Da bi se odredio ovaj vektor, linearni sistem:

$$Aw = \lambda w, \quad e^T w = 1 \quad (6)$$

rešava se tako da se dobije kao maksimalna sopstvena vrednost matrice A . Ako je DO konzistentan, tada je $\lambda = n$; u suprotnom je $\lambda > n$. Maksimalna sopstvena vrednost za nekonzistentnu matricu može se oceniti uzastopnim kvadriranjem matrice, normalizovanjem suma elemenata po vrstama svaki put i prekidanjem procedure kada je razlika između normalizovanih suma u dva uzastopna računanja manja od očekivane vrednosti.

Konzistentnost poređenja u parovima i kvalitet dobijenog rezultata proverava se izračunavanjem stepena konzistentnosti, a usvojena tolerantna vrednost ovog pokazatelja je 0,10.

3.2. Metod aditivne normalizacije (Additive Normalization Method – AN)

Da bi se dobio vektor prioriteta w , dovoljno je podeliti elemente kolone matrice A sumom elemenata te kolone (odnosno, normalizovati kolonu), zatim sabrati elemente i sumu dodati u svaku rezultujuću vrstu i konačno, podeliti ovu sumu brojem elemenata te kolone. Ova procedura je opisana relacijama (7) i (8):

$$a'_{ij} = a_{ij} / \sum_{i=1}^n a_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$w_i = (1/n) \sum_{j=1}^n a'_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Metod je jednostavan i često se primenjuje u praksi, iako može dovesti do narušavanja ranga elemenata u nekim specifičnim slučajevima.

3.3. Logaritamski metod najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least Squares Method – LLS)

Metod LLS je varijacija direktnog metoda najmanjih kvadrata (DLS) i metoda otežanih najmanjih kvadrata (WLS). Definiše se jednokriterijumski problem:

$$\min D_1(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n [\ln a_{ij} - (\ln w_i - \ln w_j)]^2$$

$$\prod_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

koji se rešava traženjem normalizovanog vektora w u domenu R^1 polja pozitivnih realnih brojeva, pod uslovom da su sve komponente vektora w multiplikativno normalizovane kao što je dato jednačinom (9). Metod LLS je poznat i kao metod geometrijske sredine zato što je pokazano (*Crawford and Williams, 1985*) da daje jedinstveno rešenje geometrijskim osrednjavanjem vrsta matrice A .

$$w_i = \prod_{j=1}^n a_{ij}^{1/n}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Ovako dobijene vrednosti vektora prioriteta se normalizuju tako da u zbiru daju 1.

3.4. Metod otežanih najmanjih kvadrata (The Weighted Least Squares Method – WLS)

Prema (*Chu et al, 1979*), metod WLS predstavlja modifikaciju DLS. WLS minimizira funkciju L^2 Euklidskog rastojanja definisanu za elemente nepoznatog vektora prioriteta w i poznate ocene $a_{ij} = w_i/w_j$ rešavanjem sledećeg ograničenog nelinearnog problema optimizacije:

$$\min z = w^T F w = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_i - a_{ij} w_j)^2 \quad (11a)$$

$$\text{uz uslov:} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (11b)$$

gde je matrica $F = [f_{kj}]_{n \times n}$, sa elementima:

$$f_{kk} = n - 2 + \sum_{i=1}^n a_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (12a)$$

$$f_{kj} = -(a_{kj} + a_{jk}), \quad k, j = 1, 2, \dots, n, \quad k \neq j. \quad (12b)$$

Matrica F je prema (*Graham, 1987*), tzv. M – matrica, isključivo pozitivna ako za bilo koje $i, j, k \in \{1, \dots, n\}$ postoji bar jedno $a_{kj} \neq a_{ki} a_{ij}$. Dodatno ograničenje za model (12) je da je $w > 0$. Ipak, pretpostavlja se da se gornji problem može rešiti tako da se dobije da je $w > 0$ bez postavljanja ovog ograničenja.

Gornji model spada u klasu nelinearnih. Uvođenjem Lagranžijana:

$$L_1 = w^T F w + 2\lambda_1 (e^T w - 1) \quad (13)$$

gde je λ_1 Lagranžov multiplikator, z se može direktno minimizirati. Diferenciranjem (13) po w i λ_1 , redom se dobija:

$$F w + \lambda_1 e = 0 \quad (14a)$$

$$e^T w = 1, \quad (14b)$$

gde je $0 = (0, 0, \dots, 0)^T$. Relacije (14a) i (14b) predstavljaju sistem od $(n+1)$ nehomogenih linearnih jednačina sa $(n+1)$ nepoznatom čijim se rešavanjem dobija:

$$w^* = F^{-1} e / e^T F \quad (15)$$

$$\lambda_1^* = -1 / e^T F^{-1} e. \quad (16)$$

3.5. Metod fazi programiranja prioriteta (The Fuzzy Preference Programming Method – FPP)

Osnovna pretpostavka u metodu FPP (*Mikhailov, 2000*) je da ukoliko je matrica A konzistentna, tada važi da je $a_{ij} w_j - w_i = 0$ za svako $i, j = 1, 2, \dots, n, j > i$, što se može predstaviti kao sistem $m = n(n-1)/2$ linearnih jednačina:

$$R w = 0 \quad (17)$$

Ako je matrica A nekonzistentna, potrebno je naći takve vrednosti w da sistem jednačina (17) bude približno zadovoljen, odnosno da je $R w \approx 0$.

Sistem (17) se u FPP geometrijski prikazuje kao presek fazi hiper linija (Slika 1), a problem prioritizacije transformiše se u optimizacioni. Vrednosti prioriteta određuju se tako da odgovaraju tački sa najvišom merom preseka. Na ovaj način problem prioritizacije se svodi na problem fazi programiranja koji se lako rešava kao standardni linearni program:

max μ

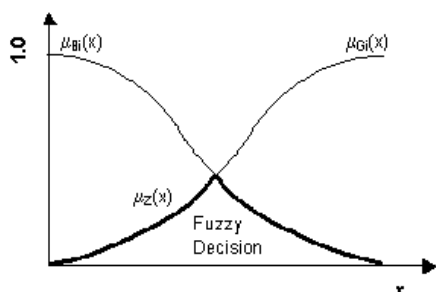
$$\mu d_j^+ + R_j w \leq d_j^+$$

$$\mu d_j^- - R_j w \leq d_j^-, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$0 \leq \mu \leq 1 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Leva i desna granična vrednost d_j^- i d_j^+ predstavljaju tolerantni interval aproksimacije skalarne (ne-fazi) jednakosti $R_j w = 0$.



Slika 1. Ilustracija fazi odlučivanja (Akter and Simonovic, 2002)

Vrednost prirodnog indeksa konzistentnosti, μ , zavisi od graničnih vrednosti (d_j^- i d_j^+). Mikhailov (2000) preporučuje da ove vrednosti budu jednake.

4. AHP RANGIRANJE RAZLIČITIH DISPOZICIJA CRPNIH STANICA

Primer prikazan u ovom radu inspirisan je studijom za optimalno odvodnjavanje zemljišta na slivnom području kanala Galovica (Matić et al, 1988), u kojoj su predložena tri alternativna rešenja (A_1 , A_2 i A_3), koja će biti opisana u daljem tekstu. Autorima ovog rada nije poznata dalja sudbina pomenutog projekta, a ovde je uzet na ilustrativnom nivou kao paradigma za višekriterijumsku analizu.

4.1. Varijante dispozicija crpnih stanica

- **Alternativa A_1** – postojeći objekti za odvodnjavanje rekonstruisani u meri da odgovaraju savremenim zahtevima poljoprivrede (Slika 2). Rešenje obuhvata izgradnju nove crpne stanice kapaciteta $Q = 4 \times 4 \text{ m}^3/\text{s}$ u blizini stare crpne stanice Galovica kapaciteta $Q = 3 \times 8 \text{ m}^3/\text{s}$ koja je i dalje u funkciji.
- **Alternativa A_2** – jedna crpna stanica na kanalu Veliki Begej (Slika 3). Alternativa A_2 obezbeđuje dodatni proticaj neophodan za razvoj područja podizanjem nivoa vode u kanalu Galovica samo prilikom pojave vrha poplavnog talasa, izgradnjom crpne stanice u centralnoj depresiji odvodnjavanog područja, na rastojanju od oko 25 km od CS Galovica, koja je najugroženija suvišnim vodama. Površina centralne

depresije iznosi 38.000 ha, a količina vode za odvođenje $Q_{10\%} = 24 \text{ m}^3/\text{s}$. Crpna stanica Veliki Begej, kapaciteta $Q = 24 \text{ m}^3/\text{s}$ nalazi se na stacionaži km 5+600 kanala Veliki Begej (severno od autoputa Beograd – Zagreb). Potreban kapacitet crpne stanice Galovica iznosi $Q = 40 \text{ m}^3/\text{s}$, što znači da postojeći kapacitet mora biti uvećan za novih $Q = 16 \text{ m}^3/\text{s}$. Galovica predstavlja tranzitni kanal sistema. Nivo vode se održava na 70,60 m da bi se obezbedila zapremina za prihvatanje poplavnog talasa. Visoke vode ($Q = 63 \text{ m}^3/\text{s}$) iz kanala Galovica upuštaju se preko bočnog preliva u novoizgrađen rezervoar u Donjem polju. Rezervoar se prazni preko ustave po ispuštanju 2%-nog proticaja i snižavanju nivoa vode u kanalu ispod 10%-og. Površine izvan centralne depresije odvodnjavaju se gravitaciono.

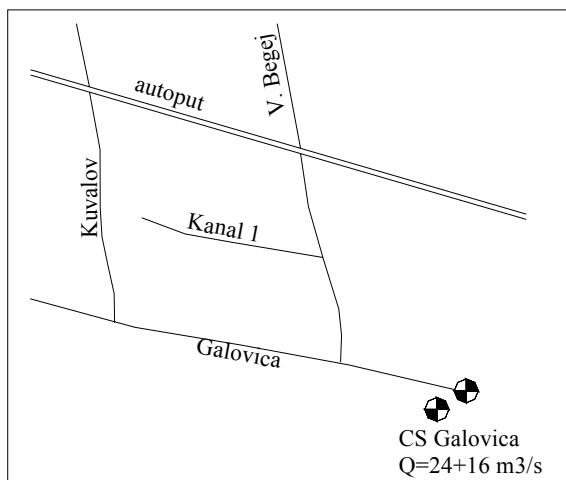
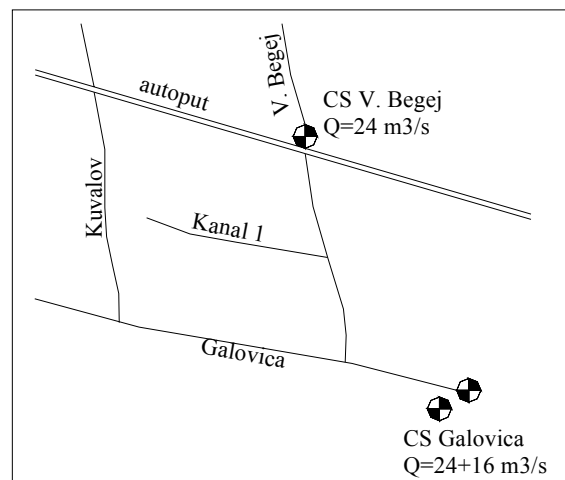
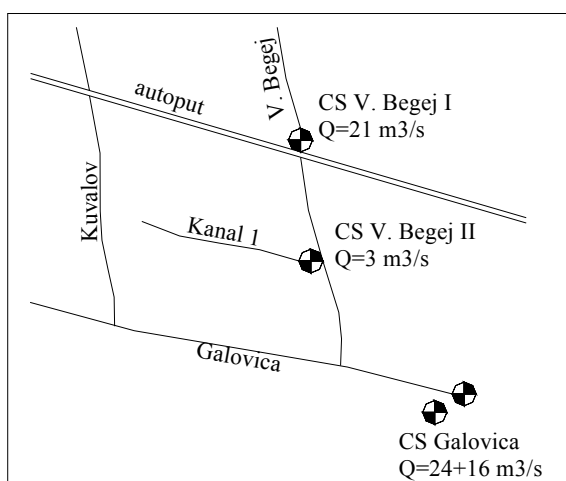
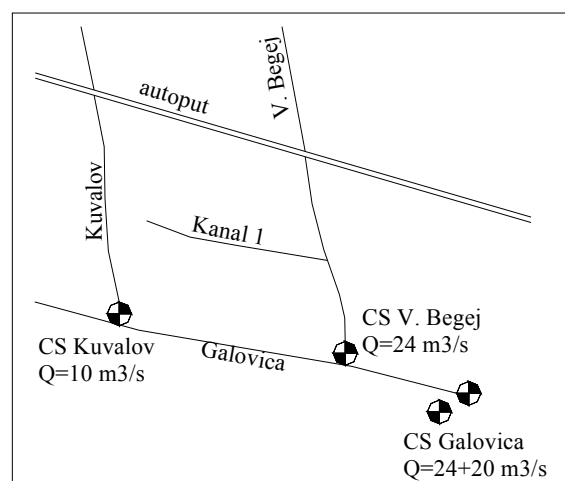
- **Alternativa A_3** – dve crpne stanice na kanalu Veliki Begej (Slika 4). Za razliku od alternative A_2 , ovde autoput predstavlja graničnu liniju između dva zasebna sistema u centralnoj depresiji. Kapacitet CS Veliki Begej I, koja se nalazi na istom mestu kao i CS Veliki Begej u prethodnom slučaju, iznosi $Q = 21 \text{ m}^3/\text{s}$. Južni deo centralne depresije (južno od autoputa) odvodnjava se preko crpne stanice Veliki Begej II, kapaciteta $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$, koja se nalazi na Kanalu 1 i prebacuje vodu u Veliki Begej, na km 5+400. Ostali parametri koji se odnose na kapacitet CS Galovica i karakteristike rezervoara isti su kao kod alternative A_2 .

Radi potpunije analize, uvodi se još jedna logična alternativa:

- **Alternativa A_4** (Slika 5). Ovde se podrazumeva izgradnja dve crpne stanice: CS Veliki Begej, kapaciteta $Q = 24 \text{ m}^3/\text{s}$, na ulivu u Galovicu (km 17+440) i CS Kupalov, kapaciteta $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$, na ulivu kanala Kupalov u Galovicu (km 22+069), uz povećanje kapaciteta nove crpne stanice Galovica na $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ i izgradnju rezervoara kao kod alternativa A_2 i A_3 .

4.2. Kriterijumi

Alternativne dispozicije crpnih stanica vrednovane su na osnovu definisanog skupa 6 kriterijuma: C_1 – ekonomski parametri, C_2 – sigurnost u radu, C_3 – efikasnost u odbrani od poplava, C_4 – usklađenost sa šemom vodosnabdevanja, C_5 – pogodnost za investiranje po fazama izgradnje i C_6 – tehnička upravljivost.

Slika 2. Alternativa A₁Slika 3. Alternativa A₂Slika 4. Alternativa A₃Slika 5. Alternativa A₄

Ekonomski parametri tretirani u (Matić et al, 1988) su: investicioni troškovi, amortizacija i godišnji troškovi održavanja. Proračun investicionih troškova izvršen je samo za najobimnije radove: iskop novog i izmuljenje postojećih kanala, građevinski radovi na izgradnji novih i rekonstrukciji starih objekata, električarski i mehaničarski radovi na novim crpnim stanicama i popravci stare crpne stanice, eksproprijacija i prosečna potrošnja električne energije, za svaku od izabranih alternativa.

Pošto razlika u ukupnim troškovima za tri alternativna rešenja nije značajna, izbor najpovoljnije alternative nije izvršen na osnovu ovog kriterijuma već iskustveno, na osnovu drugih kriterijuma (sigurnost u radu i efikasnost

u odvodnjavanju, usklađenost sa šemom vodosnabdevanja i pogodnost za investiranje po fazama izgradnje.)

U ovom radu, navedeni i dole opisani kriterijumi su direktno uključeni u postupak višekriterijumske analize.

Sigurnost u radu ogleda se u efikasnosti odvodnjavanja u slučaju ispada iz sistema jedne od crpnih stanica.

Efikasnost u odbrani od poplava ocenjena je kao bitna pri izboru kapaciteta, lokacije i broja crpnih stanica. Logika je da veći broj crpnih stanica daje bolje rezultate u procesu evakuacije sakupljene suvišne vode u recipijent nego jedna.

Tehnička upravljivost je bitna sa stanovišta utroška manualnog rada.

Usklađenost sa šemom vodosnabdevanja pre svega se odnosi na obezbeđivanje potrebne količine vode za navodnjavanje.

Pogodnost za investiranje po fazama izgradnje je važno analizirati zbog visokih investicija pri izgradnji kapitalnih objekata. Fazna izgradnja je poželjna zbog bržeg vraćanja uloženi sredstava (Matić et al, 1988).

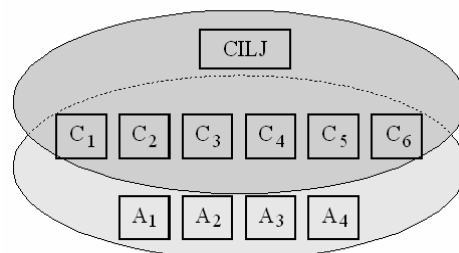
4.3. Hijerarhija problema odlučivanja

Problem je postavljen kao hijerarhija sa tri nivoa, na čijem vrhu se nalazi cilj – izbor najpovoljnije dispozicije crpnih stanica, kriterijumi na prvom nivou i alternative na dnu (Slika 6).

4.4. AHP postupak

Korišćenjem skale vrednovanja iz Tabele 1, izvršeno je poređenje kriterijuma u parovima u odnosu na cilj, a

zatim su u parovima poređene alternative u odnosu na sve kriterijume.



Slika 6. Hijerarhija problema

Vrednovanja su rađena imajući u vidu prethodno opisani kompleks varijantnih rešenja i kriterijuma, njihove karakteristike i relevantnost, inženjerske ocene moguće performanse crpnih stanica u realnom režimu rada i konačno, uzajamnu važnost svih razmatranih komponenti procesa odlučivanja (6 kriterijuma i četiri alternative). Ocenjene vrednosti prikazane su matricama poređenja dimenzija 6x6 za kriterijume i 4x4 za alternative (Slika 7).

Kriterijumi						
Kriterijum	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
C ₁	1	1/5	1/3	1/3	1/5	1/5
C ₂		1	3	2	3	3
C ₃			1	2	1	1/2
C ₄				1	1	3
C ₅					1	2
C ₆						1

C ₁ – ekonomski parametri				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	1/2	1/3	8
A ₂		1	1/2	7
A ₃			1	5
A ₄				1

C ₂ – sigurnost u radu				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	1/3	1/5	1/4
A ₂		1	1/4	1/3
A ₃			1	2
A ₄				1

C ₃ – efikasnost u odbrani od poplava				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	1/2	1/4	1/4
A ₂		1	1/2	1/3
A ₃			1	1
A ₄				1

C ₄ – usklađenost sa šemom vodosnabdevanja				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	2	3	3
A ₂		1	2	3
A ₃			1	1/2
A ₄				1

C ₅ – pogodnost za investiranje po fazama				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	1/6	1/7	1/6
A ₂		1	1/2	1/2
A ₃			1	1
A ₄				1

C ₆ – tehnička upravljivost				
Alternativa	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
A ₁	1	3	5	9
A ₂		1	1/2	7
A ₃			1	6
A ₄				1

Slika 7. Matrice poređenja za kriterijume i alternative

Vektori prioriteta za matrice sa Slike 7, određeni po svakom od metoda prikazanih u poglavlju 3, dati su u

Tabelama 2 i 3. Takođe su date i vrednosti Euklidskog rastojanja (D).

Tabela 2. Vektori prioriteta za kriterijume

Kriterijum	Vektori prioriteta				
	EV	AN	LLS	WLS	FPP
C ₁	0,042	0,044	0,044	0,047	0,127
C ₂	0,341	0,340	0,357	0,387	0,354
C ₃	0,146	0,148	0,140	0,135	0,152
C ₄	0,170	0,166	0,161	0,163	0,131
C ₅	0,164	0,164	0,172	0,158	0,155
C ₆	0,136	0,139	0,127	0,110	0,081
D	4,906	4,735	4,944	5,299	7,663

Tabela 3. Vektori prioriteta za alternative

Alt./Krit.	EV						AN					
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
A ₁	0,208	0,071	0,089	0,441	0,049	0,581	0,211	0,072	0,089	0,440	0,050	0,559
A ₂	0,298	0,139	0,161	0,290	0,217	0,172	0,295	0,143	0,162	0,285	0,218	0,186
A ₃	0,446	0,487	0,355	0,117	0,373	0,210	0,442	0,484	0,356	0,119	0,373	0,215
A ₄	0,048	0,303	0,395	0,152	0,361	0,038	0,051	0,301	0,394	0,156	0,360	0,040
D	5,809	2,434	0,783	1,700	2,219	7,243	5,589	2,310	0,780	1,697	2,158	6,154

Alt./Krit.	LLS						WLS					
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
A ₁	0,203	0,070	0,089	0,448	0,049	0,576	0,177	0,081	0,092	0,465	0,050	0,622
A ₂	0,308	0,137	0,161	0,286	0,215	0,176	0,289	0,122	0,151	0,271	0,200	0,184
A ₃	0,443	0,489	0,356	0,117	0,375	0,210	0,490	0,508	0,364	0,131	0,379	0,147
A ₄	0,046	0,304	0,394	0,149	0,361	0,038	0,044	0,288	0,392	0,133	0,371	0,048
D	5,946	2,495	0,775	1,711	2,285	6,961	7,372	2,152	0,474	1,673	2,512	6,144

Alt./Krit.	FPP					
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
A ₁	0,257	0,073	0,103	0,455	0,047	0,585
A ₂	0,319	0,124	0,154	0,273	0,199	0,220
A ₃	0,375	0,524	0,359	0,152	0,384	0,146
A ₄	0,049	0,278	0,385	0,121	0,370	0,049
D	4,347	2,674	0,986	1,819	2,780	5,308

Prema Tabeli 2, svi metodi izdvajaju sigurnost u radu (C₂) kao najvažniji kriterijum. Metodi AN, EV i WLS rangiraju kriterijume jednako, tako da je sledeći po važnosti tehnička upravljivost (C₄), zatim usklađenost sa šemom vodosnabdevanja (C₅), efikasnost u odbrani od poplava (C₃), pogodnost za investiranje po fazama izgradnje (C₆) i na kraju investicije (C₁). Metod LLS slično rangira kriterijume, s tim što je za razliku od prethodno navedenih metoda, usklađenost sa šemom vodosnabdevanja (C₅) na drugom, a tehnička upravljivost (C₄) na trećem mestu. I ovaj metod na poslednje mesto stavlja investicije (C₁). Rangovi

kriterijuma dobijeni po FPP metodu, osim prvog – sigurnost u radu (C₂), bitno se razlikuju od rangova dobijenih po ostalim metodima. Ovde posle C₂ slede: usklađenost sa šemom vodosnabdevanja (C₅), efikasnost u odbrani od poplava (C₃), tehnička upravljivost (C₄), investicije (C₁) i na poslednjem mestu pogodnost za investiranje po fazama izgradnje (C₆).

Najmanja greška u određivanju vektora prioriteta za kriterijume dobijena je primenom metoda aditivne normalizacije (AN) (Tabela 2).

Rangovi alternativa u odnosu na pojedine kriterijume približno su isti za sve primenjene metode (Tabela 3). Najbolje rangirane alternative iste su za sve metode, i to: u odnosu na kriterijume C_1 , C_2 i C_5 najbolja je alternativa A_3 , u odnosu na C_3 najbolja je alternativa A_4 , a A_1 je najbolja alternativa u odnosu na kriterijume C_4 i C_6 .

Metod AN daje najmanju grešku pri rangiranju alternativa prema kriterijumu C_5 . Za kriterijume C_2 , C_3 i C_4 najmanja greška dobija se primenom WLS metoda, a za kriterijume C_1 i C_6 primenom FPP metoda (Tabela 3).

4.5. Rešenje i diskusija

Konačni vektori prioriteta alternativa u odnosu na kriterijume i u odnosu na cilj, za svaki od primenjenih metoda prioritizacije, dobijeni su množenjem vektora prioriteta određenog kriterijuma sa vrednostima vektora prioriteta alternativa u odnosu na dati kriterijum. Ukupna greška (D) dobijena je sabiranjem korespondentnih vrednosti po svim matricama i data u Tabeli 4. U istoj tabeli prikazane su i vrednosti indeksa konformnosti (C) i Spirmanovog koeficijenta (S).

Tabela 4. Konačni vektori prioriteta dobijeni primenom standardne AHP sinteze

Alternative	Metod prioritizacije									
	EV		AN		LLS		WLS		FPP	
	w_i	Rang	w_i	Rang	w_i	Rang	w_i	Rang	w_i	Rang
A_1	0,193	4	0,206	3	0,200	3	0,204	3	0,188	4
A_2	0,195	3	0,194	4	0,190	4	0,177	4	0,192	3
A_3	0,347	1	0,348	1	0,354	1	0,366	1	0,379	1
A_4	0,265	2	0,253	2	0,257	2	0,252	2	0,240	2
D	25,094		23,423		25,117		25,899		25,577	
C	-		0,027		0,027		0,061		0,065	
S	-		1,0		1,0		1,0		1,0	

Sintezom vektora prioriteta alternativa u odnosu na sve kriterijume (Tabela 4), dobijeno je da svi metodi izdvajaju alternativu A_3 kao najbolju, A_4 stavljaju na drugo mesto, dok se rangovi alternativa A_1 i A_2 razlikuju u zavisnosti od metoda; metodi AN, LLS i WLS stavljaju A_1 na treće, a A_2 na četvrto mesto, dok ih metodi EV i FPP rangiraju obrnuto.

Iz Tabele 4, uočava se da je najmanja greška u određivanju vektora prioriteta dobijena primenom metoda aditivne normalizacije ($D = 23,423$).

Drugi analizirani pokazatelj kvaliteta pojedinih metoda – indeks konformnosti (C), računat je tako što je lista rangova dobijena sintezom po metodu sopstvenih vrednosti (EV) (koji koristi standardni AHP) usvojena kao referentna, a rezultati ostalih metoda upoređeni su sa referentnom listom. Iz Tabele 4 vidi se da je najveće odstupanje od vektora prioriteta izračunatih EV

metodom dobijeno sa FPP, zatim sledi WLS, a najmanje odstupanje dobijeno je za LLS i AN.

Poređenje metoda prioritizacije u odnosu na referentni EV metod izvršeno je i primenom Spirmanovog koeficijenta (S). U svim slučajevima dobijeno je $S = 1,0$ što znači da su rangovi dobijeni primenom različitih metoda slični ili isti rangovima dobijenim primenom referentnog EV metoda (videti Tabelu 4).

Treba na kraju napomenuti da je ukupan stepen konzistentnosti za metod sopstvenih vrednosti (EV) 0,07, a da po pojedinačnim matricama ne prelazi dozvoljenu vrednost od 0,10. Pored ostalih, ovo je jedan od razloga da je EV korišćen kao referentni.

Performansa svih primenjenih metoda prema pomenutim kriterijumima za poređenje (D, C i S) data je u Tabeli 5.

Tabela 5. Performansa prioritizacionih metoda obzirom na različite pokazatelje greške

Pokazatelj greške	Performansa
Generalizovano L^2 Euklidsko rastojanje (D)	WLS > FPP > LLS > EV > AN
Indeks konformnosti (C)	EV ↔ FPP > WLS > LLS = AN
Spirmanov koeficijent (S)	EV ↔ AN = LLS = WLS = FPP

4. ZAKLJUČAK

Različiti metodi prioritizacije najčešće daju različite vrednosti vektora prioriteta i različito rangiraju alternative u odnosu na kriterijume i dati cilj. Zato je poželjno primeniti više metoda i na osnovu poređenja odabrati merodavan za datu situaciju. Poznato je da 'dobar metod za sve situacije' ne postoji.

U ovom radu je na primeru dispozicije crpnih stanica prikazana primena 5 postupaka za izračunavanje vektora prioriteta iz datih matrica poređenja elemenata odlučivanja u dobro strukturiranom AHP modelu. Korišćeni su metodi: sopstvene vrednosti, aditivna normalizacija, logaritamski najmanji kvadrati, otežani najmanji kvadrati i fazi programiranje. Izračunati su vektori prioriteta na svim nivoima hijerarhije, a zatim je primenjena standardna AHP sinteza čime je za svaki metod posebno dobijeno konačno rangiranje alternativnih dispozicija crpnih stanica. Rezultati dobijeni različitim metodima upoređeni su na osnovu Euklidskog rastojanja, a zatim je preko indeksa konformnosti i Spirmanovog koeficijenta izvršeno poređenje svakog metoda sa referentnim metodom EV koji se koristi u standardnom AHP.

U prikazanom primeru, rangovi dobijeni različitim metodima međusobno se ne razlikuju značajno. Rangovi prve dve alternative se u svim slučajevima poklapaju, što pokazuje da su svi metodi dobri. U opštem slučaju ne mora biti tako, te je neophodno primeniti više metoda i dopunskim ocenjivanjem rezultata odabrati merodavan.

Ovde se naglašava da vreme utrošeno za određivanje ranga i izbor najbolje alternative po više metoda može da se meri minutima, što ukazuje na pogodnost i isplativost primene višekriterijumske analize u vodoprivredi. U domaćoj praksi ovaj pristup se, međutim, još uvek retko koristi. Češće se radi investiciono-tehnička dokumentacija za svaku predloženu alternativu i izbor vrši na osnovu jednog jedinog kriterijuma, npr. ekonomskih pokazatelja, a da

se pri tome ne uzimaju u obzir vreme i troškovi za izradu projekata alternativnih rešenja koja neće biti izvedena. Višekriterijumska analiza, u kojoj donosilac odluka može da definiše za sebe najvažniji kriterijum (npr. ekonomski parametri) i da, po želji, u analizu uključi i druge važne kriterijume, omogućuje izbor najbolje alternative i izradu projekta za samo jedno, najbolje, rešenje.

LITERATURA

- [1] Akter T., Simonovic S.: A general overview of multi-objective multipleparticipant decision making for flood management, Ph.D. thesis. Department of Civil and Environmental Engineering University of Western Ontario, London, Ontario, 2002.
- [2] Bryson N.: A goal programming method for generating priorities vectors. *Journal of Operational Research Society*, 46, 641-648, 1995.
- [3] Choo E. U., Wedley W. C.: A common framework for deriving preference values from pairwise comparison matrices. *Computers and Operations Research* 31, 893-908, 2004.
- [4] Chu A., Kalaba R., Springam K.: A comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 127, 531-541, 1979.
- [5] Crawford G., Williams C.: A note on the analysis of subjective judgement matrices. *Journal of Mathematical Psychology*, 29, 387-405, 1985.
- [6] Gibbons J. D.: *Nonparametric statistical inference*. McGraw-Hill, New York, 1971.
- [7] Golany B., Kress M.: A multicriteria evaluation of methods for obtaining weights from ratio-scale matrices. *European Journal of Operations Research*, 69, 210-220, 1993.
- [8] Graham A.: *Nonnegative matrices and applicable topics in linear algebra*. Ellis Horwood, Chichester, UK, 1987.
- [9] Matić B., Andrejević R., Jevremović D.: Galovica canal area drainage alternative. 15th European Regional Conference on Agricultural Water Management, Dubrovnik, vol. 4, 189-199, 1988.
- [10] Mikhailov L.: A fuzzy programming method for deriving priorities in the analytic hierarchy process. *Journal of Operational Research Society*, 51, 341-349, 2000.
- [11] Mikhailov L.: Multiple criteria optimisation approach to deriving priorities in Analytic hierarchy process. Proc. 7th ISAHP, Bali, Indonesia, 337-346, 2003.
- [12] Mikhailov L., Singh M.G.: Comparison analysis of methods for deriving priorities in the Analytic hierarchy process. *Proceedings of the IEEE*

- International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1037-1042, 1999.
- [13] Saaty T.L.: Analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [14] Wang Y. M., Fu G. W.: Proof on theory of the weighted least-square priority method of AHP. Systems Engineering Theory and Practice 15 (1), 3-8, 1995.

AHP EVALUATION OF ALTERNATIVE DISPOSITIONS
OF PUMPING STATIONS IN A RIVER BASIN

by

Bojan SRDJEVIC, Vasiljka KOLAROV
Faculty of Agriculture, University of Novi Sad

Summary

The paper presents an evaluation methodology based on five different prioritization methods within the Analytic Hierarchy Process (AHP) framework. It is applied for the selection of the best among several disposition alternatives of pumping stations. The decision-making process is based on selected economic and technological criteria.

The prioritization methods are compared by generalized L^2 Euclidean distance, conformity index and Spearman's coefficient of rank correlation.

Key words: multicriteria analysis, AHP, prioritization method, pumping stations.

Redigovano 08.12.2005.