

POPUNJAVANJE I PRODUŽAVANJE VREMENSKIH SERIJA U SKLOPU SIMULACIONOG MODELA DRINE

Vladislava BARTOŠ DIVAC, Stevan PROHASKA,
Institut za vodoprivredu" Jaroslav Černi", Beogradu
Boban STOJANOVIĆ
Mašinski fakultet, Kragujevac

REZIME

U ovom radu je opisana metodologija za popunjavanje i produžavanje nedostajućih podataka u vremenskim serijama meteoroloških veličina: padavina, temperatura i vlažnosti za odabrane stanice na slivu reke Drine.

Popunjavanje podataka se vrši na osnovu poznatih korespondentnih veličina u istom vremenskom trenutku na drugim meteorološkim stanicama.

Na bazi sinhronog perioda osmatranja uspostavljaju se zavisnosti između standardizovanih promenljivih koje se, zatim, primenjuju za vremenske trenutke za koje ne postoje merenja.

Ključne reči: popunjavanje vremenskih serija, transformacione funkcije, standardizovana promenljiva, nelinearna korelacija.

ULAZNI PODACI I PRETPOSTAVKE

Pri osmatranjima hidrometeoroloških pojava povremeno dolazi do prekida. Kako vremenske serije meteoroloških podataka uglavnom predstavljaju ulazne veličine za matematičke modele kojima se opisuju fizičke procesi u prirodi, najčešće je potrebno da one budu bez prekida. Stoga je potrebno definisati metodologiju kojom se vrši popunjavanje nedostajućih podataka u vremenskim serijama razmatrane veličine.

Posmatra se $L+1$ mernih mesta, gde je:
 $i = 1, 2, 3, \dots, k, \dots, L, L+1$

Za L mernih mesta su poznate vrednosti osmotrene meteorološke veličine u N istih vremenskih trenutaka $j=1, 2, \dots, M, M+1, \dots, N$ (ne radi o hronološki uređenoj seriji, već N predstavlja broj istovremenih osmatranja).

Za jedno merno mesto - stanicu poznate su vrednosti istovremenih osmatranja meteorološke veličine samo za M trenutaka.

Potrebno je izvršiti popunjavanje nedostajućih $N - M$ podataka za vremenske trenutke kada na stanici $i = 0$ nisu vršena osmatranja.

Poznate veličine su :

- M osmotrenih vrednosti hidrometeorološke veličine u j -tom vremenskom trenutku za stanicu $i = 0$

$$X_{j_0}, (j=1, 2, 3, \dots, M)$$

- nizovi osmotrenih vrednosti hidrometeorološke veličine na i -toj stanici
($i = 1, 2, 3, \dots, k, \dots, L$)

u j -tom vremenskom trenutku

$$X_{ji}, (j=1, 2, 3, \dots, M, M+1, \dots, N)$$

dok su nepoznate veličine:

- vrednosti razmatrane hidrometeorološke veličine na stanici $i = 0$ u j -tom vremenskom trenutku

$$X_{j_0}, j = M+1, M+2, \dots, N$$

Veze između osmotrenih vrednosti posmatrane meteorološke veličine na različitim mestima, generalno, nisu linearne. Za uspostavljanje zavisnosti između nepoznate X_{j_0} i poznatih veličina X_{ji} , u slučaju nelinearnih veza, često se koristi višestruka regresija:

$$X_{j_0} = b_0 + b_1 \cdot f_1(X_{j_1}) + \dots + b_L \cdot f_L(X_{j_L})$$

gde je $f_i(X_{ji})$ transformaciona funkcija. Izbor transformacionih funkcija se vrši tako da odstupanje računate vrednosti od stvarne bude minimalno. Jasno je da je u praksi, zbog velikog broja kombinacija, veoma teško da se izvrši objektivno izbor transformacionih funkcija. Stoga je prilikom izbora modela za

popunjavanje vremenskih hidrometeoroloških serija, u okviru izdare simulacionih medela Drine, primenjen metod izravnanja i normalizacije korelacionih veza.

U modelu kojim se vrši popunjavanje ili produžavanje serije podataka polazna pretpostavka je da postoji linearna veza između standardizovanih promenljivih ukoliko postoji monotona krivolinijska zavisnost između osmotrenih veličina na različitim stanicama u istom vremenskom trenutku.

OPIS MODELA

Veza između standardizovanih promenljivih uspostavlja se na osnovu podataka za sinhroni period osmatranja za sve stanice, dužine M.

Pri određivanju standardizovane promenljive prvo se određuju empirijske verovatnoće p_{ji} promenljivih X_{ji} , na sledeći način:

$$p_{ji} = \frac{m_{ji} - 0.25}{M + 0.5}$$

pri čemu je m_{ji} mesto promenljive u opadajućem nizu. Potom se za sračunate empirijske verovatnoće p_{ji} definiše njihova standardizovana promenljivim U_{ji} za Normalni zakon raspodele. Između standardizovanih promenljivih zavisno i nezavisno promenljivih veličina važi linearna zavisnost.

$$U_{j0} = \alpha_{01} \cdot U_{j1} + \alpha_{02} \cdot U_{j2} + \dots + \alpha_{0i} \cdot U_{ji} + \dots + \alpha_{0L} \cdot U_{jL}$$

Uspostavlja se analitička zavisnost između merenih vrednosti osnovne veličine i njihovih standardizovanih promenljivih X_{j0} i U_{j0} na osnovu podataka za period dužine M.

Uspostavljena analitička zavisnost se primenjuje za određivanje nedostajućih vrednosti za popunjavanje i produžavanje vremenskih serija

$$X_{ji}, j = M + 1, M + 2, \dots, N$$

na osnovu poznatih vrednosti standardizovanih promenljivih U_{j0} dobijenih iz linearne veze.

Nepoznati koeficijenti α_{0i} se mogu odrediti bilo kojom metodom za rešavanje sistema linearnih jednačina. Za popunjavanje i produžavanje vremenskih serija nedostajućih meteoroloških veličina za stanice na slivu Drine, izabran je metod Kramera, kod koga se koeficijenti određuju prema jednačini:

$$\alpha_{0i} = \frac{D_{0i}}{D_{00}}$$

pri čemu je D_{00} minor korelacione matrice, a D_{0i} vrednost determinante dobijena zamenom u korelacionoj matrici i-te kolone matricom kolonom kojoj su elementi koeficijenti korelacije

$$D_{00} = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1L} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{L1} & r_{L2} & r_{L3} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$$D_{0i} = \begin{vmatrix} r_{01} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1L} \\ r_{02} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{0L} & r_{L2} & r_{L3} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

$$D_{02} = \begin{vmatrix} 1 & r_{01} & r_{13} & \dots & r_{1L} \\ r_{21} & r_{02} & r_{23} & \dots & r_{2L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{L1} & r_{0L} & r_{L3} & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

...

Koeficijenti korelacije između standardizovanih vrednosti promenljivih za stanice $i = 0$ i ostalih stanica ($i = 1, 2, \dots, L$)

$$r_{0i} = \frac{1}{M-1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^M U_{j0} \cdot U_{ji}}{\sigma^2(M)}$$

se određuju na osnovu nizova standardizovanih veličina za sinhroni period osmatranja, dužine M, gde je empirijska disperzija standardizovanih promenljivih.

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{j=1}^M U_{ji}^2 \cong 1.0$$

Koeficijenti korelacije računati za standardizovane promenljive koje su u nelinearnoj vezi po apsolutnoj vrednosti su veći od koeficijenata korelacije koji bi se dobili za korespondentne nestandardizovane promenljive. Ukoliko su koeficijenti korelacije isti, radi se o veličinama koje su u linearnoj vezi, pri čemu za osnovnu promenljivu važi Normalni zakon raspodele.

Ukoliko je neki koeficijent $r_{oi} > 0.95$, popunjavanje vremenske serije se vrši na osnovu podataka sa tog mernog mesta.

Međusobni koeficijenti korelacije između i-te i k-te stanice za koje postoji niz sinhronih osmatranja dužine N, određeni su prema sledećoj jednačini:

$$r_{ik} = \frac{1}{N-1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N U_{ji} \cdot U_{jk}}{\sigma^2(N)}$$

gde je:

$$\sigma^2(N) = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{j=1}^N U_{ji}^2 \cong 1.0$$

Da bi se odredio konačan broj članova jednačine linearne regresije neophodno je odrediti težinske koeficijente δ_{oi} svih stanica i uporediti ih za zadatim kriterijumom

$$2 \cdot \frac{\sigma_{R_0}^2}{R_0^2}$$

Težinski koeficijenti promenljivih računaju se prema jednačini :

$$\delta_{oi} = \frac{|r_{oi} \cdot \alpha_{oi}|}{R_0^2}$$

gde je R_0 empirijski koeficijent višestruke korelacije:

$$R_0^2 = \sum_{i=1}^L |r_{oi} \cdot \alpha_{oi}|$$

Mora biti ispunjen uslov da je

$$\sum_{i=1}^L \delta_{oi} = 1$$

Srednja kvadratna greška koeficijenta R_0 određuje se prema formuli:

$$\sigma_{R_0} = \frac{1 - R_0^2}{\sqrt{N-1}}$$

Ukoliko je

$$\delta_{oi} > 2 \cdot \frac{\sigma_{R_0}^2}{R_0^2}$$

serija podataka za i-tu tačku osmatranja je značajna i ostaje u jednačini linearne regresije. Ukoliko je

$$\delta_{oi} \leq 2 \cdot \frac{\sigma_{R_0}^2}{R_0^2}$$

iz jednačine linearne regresije između standardizovanih promenljivih treba izbaciti sve članove $\alpha_{oi} \cdot U_{ji}$ kod

kojih je $\delta_{oi} \leq 2 \cdot \frac{\sigma_{R_0}^2}{R_0^2}$. Takvih članova ($i = 1, 2, \dots, R$)

može biti maksimalno $R < L$.

U tom slučaju se vrši korekcija preostalih koeficijenata α_{oi} tako da i dalje bude zadovoljen uslov

$$\sum_{i=1}^L \delta_{oi} = 1$$

PRIMENA MODELA

Na slivnom području koje razmatra hidroinformacioni sistem Drina nalazi se veliki broj meteoroloških stanica na kojima su vršena osmatranja. Neke od stanica su ukinute, na nekima postoje samo periodična osmatranja. Nakon analize vremenske i prostorne pokrivenostima podacima, odabrano je 79 meteoroloških stanica na kojima postoje podaci o padavinama i 19 stanica sa temperaturama, merodavnih za određivanje proticaja i one su u bazi podataka navedene kao default stanice. Ovaj broj stanice nije ograničen i može se, prilikom svake simulacije menjati - smanjivati ukidanjem stanica ili povećavati dodavanjem novih stanica.

Za potrebe popunjavanja serija ulaznih podataka, respektujući prostorni položaj stanica i sličnost klimatsko-meteoroloških uslova, formirano je sedam grupa stanica, koje su date u nastavku.

Svaka od navedenih stanica sadrži podatke o padavinama, dok su podaci o srednje dnevnom temperaturama poznati samo za stanice sa debljim slovima (**bold**), a podaci o vlažnosti na stanicama sa iskošenim slovima (*italic*).

Stanice locirane na najuzvodnijem-severnom delu drinskog slivnog područja, na slivnim područjima Janje i Jadra, pripadaju prvoj grupi:

1	Bijeljina
2	Bogatić
3	Koviljača
4	Krupanj
5	Loznica
6	Mali Zvornik
7	Osečina
8	Petkovica
9	Tekeriš
10	Zvornik

Drugoj grupi pripadaju stanice locirane na slivnim područjima Drinjače, Ljubovide, Trešnice i Rogačice.

1	Drinjača
2	Grabovica BIH
3	Jagodići
4	Kladanj
5	Ljubovija
6	Planina
7	Rogačica
8	Šekovići
9	Vlasenica

Treću grupu čine meteorološke stanice sa slivnih područja Rzava, Žepe i Prače.

1	Borike
2	Goražde
3	Gostinica
4	Han Pijesak
5	Kovačevići
6	Kramer Selo
7	Mokra Gora
8	Nadromanija
9	Osječani
10	Prača
11	Prača Vrelo
12	Rogatica PE
13	Sokolac
14	Tara-Mitrovac
15	Višegrad
16	Vranići
17	Zaovine
18	Zlatibor

Četvrtoj grupi pripadaju stanice locirane na slivnom području Uvca, Vape, srednjeg i donjeg toka Lima.

1	Aljinovići
2	Basare
3	Brodarevo
4	Dobroselica
5	Nova Varoš
6	Priboj
7	Prijepolje
8	Sjenica
9	Uvac
10	Zabrđe

U petoj grupi se nalaze stanice sa gornjih tokova Lima, Tare i njihovih pritoka.

1	Andrijevića
2	Bijelo Polje
3	Goševo
4	Ivangrad
5	Kolašin
6	Lijeva Rijeka
7	Manastir Morača
8	Mojkovac
9	Plav
10	Rožaje
11	Stožer

Šestoj grupi pripadaju stanice sa slivnih područja Komarnice, Pive i srednjeg i donjeg toka Tare.

1	Bajovo Polje
2	Bistrica
3	Đurđevića Tara
4	Gornja Bukovica
5	Grabovica
6	Krnja Jela
7	Krstac
8	Mratinje
9	Plužine
10	Šavnik
11	Žabljak

Sedmu grupu čine stanice sa slivova Čehotine, Sutjeske i sa najnižvodnijeg toka Tare.

1	Čemerno
2	Foča
3	Gradac
4	Kosanica
5	Pljevlja
6	Tjentište
7	Vikoč
8	Vrbnica
9	Šćepan Polje

Iako je, generalno, bilo moguće vršiti popunjavanje nedostajućih podataka koristeći bilo koje, ili čak sve, stanice, pri popunjavanju vremenskih serija u okviru izrade simulacionog modela se težilo da se popunjavanje izvrši koristeći podatke sa stanica na kojima postoji sličnost klimatsko-meteoroloških uslova. Pri popunjavanju vremenskih serija podataka stanica iz prve grupe korišćene su serije podataka sa stanica svrstanih u prvu i dugu grupu. Popunjavanje nedostajućih podataka za stanice iz druge grupe izvršeno je korišćenjem podataka prve, druge i treće grupe. U slučaju stanica iz treće grupe, popunjavanje je izvršeno korišćenjem podataka sa stanica druge, treće i sedme grupe. Stanice četvrte grupe su popunjene pomoću podataka sa stanica iz treće, četvrte i sedme grupe. Za popunjavanje nedostajućih podataka u vremenskim serijama stanica pete grupe korišćeni su podaci sa stanica četvrte, pete i šeste grupe, dok je za popunjavanje nedostajućih podataka iz šeste grupe izvršeno koristeći podatke iz pete, šeste i sedme grupe. Za popunjavanje serija iz sedme grupe korišćene su vremenske serije stanica treće, četvrte, šeste i sedme grupe.

Šematski prikaz kombinacije grupa stanica koje su korišćene za popunjavanje nedostajućih podataka u vremenskim serijama meteoroloških podataka za stanice u slivu Drine, prikazan je u narednoj tabeli.

	I	II	III	IV	V	VI	VII
I	*	*					
II	*	*	*				
III		*	*				*
IV			*	*			*
V				*	*	*	
VI					*	*	*
VII			*	*		*	*

PRIMER

Prikaz popunjavanja vremenskih serija dat je za padavinske stanice koje pripadaju slivnom području Komarnice uzvodno od vodomerne stanice Duški most.

Padavinske stanice koje reprezentuju dato područje su: Grabovica, Gornja Bukovica, Krnja jela i Šavnik. One pripadaju šestoj grupi stanica, tako da se za popunjavanje nedostajućih podataka, pored podataka sa stanica iz šeste koriste i podaci sa stanica iz pete i sedme grupe: Bajovo Polje, Bistrica, Đurđevića Tara, Krstac, Mratinje, Plužine, Žabljak itd. Primer je prikazan za period 1.1.1981-31.1.1981. U navedenom periodu na padavinskoj stanici Grabovica nedostaju podaci za 5 dana, od 13. do 17. januara. Popunjavanje podataka o padavinama je izvršeno na osnovu šest odabranih korelacionih stanica: Rožaje, Kosanica, Andrijevića, Šavnik, Čemerno i Vikoč.

Na osnovu podataka za sinhroni period osmatranja za sve stanice određeni su koeficijenti korelacije zavisno promenljive i nezavisno promenljivih. Na osnovu koeficijenata korelacije odabrano je pet stanica sa najvećim koeficijentima korelacije, koje će biti korišćene u daljem proračunu (izbačena je stanica Šavnik).

Nakon izbora pet relevantnih stanica određeni su međusobni koeficijenti korelacije nezavisno promenljivih, sračunate vrednosti determinanti i određeni koeficijenti α i definisana zavisnost

$$U_{j0} = 0.1498 \cdot U_{j1} + 0.1424 \cdot U_{j2} + 0.0564 \cdot U_{j3} + 0.09 \cdot U_{j4} + 0.3284 \cdot U_{j5}$$

Na osnovu težinskih koeficijenata izvršena je provera značajnost svake stanice, a zatim je prethodna jednačina korigovana tako da u njoj ostanu samo oni sabirci koji se odnose na tri najznačajnije nezavisno promenljive. Koeficijenti α koji su ostali u jednačini, korigovani su na takav način da njihov zbir bude jednak jedinici. Nakon korekcije koeficijenata α uspostavljena je zavisnost

$$U_{j0} = 0.1498 \cdot U_{j1} + 0.1424 \cdot U_{j2} + 0.3284 \cdot U_{j5}$$

na osnovu koje su, koristeći poznate vrednosti padavina na ostalim stanicama, određene nedostajuće vrednosti u vremenskoj seriji padavina za meteorološku stanicu Grabovica.

Datum	Grabovica	Rožaje	Kosanica	Andrijevica	Šavnik	Čemerno	Vikoč
1.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
2.1.1981.	17	7.6	3	4.2	0	1.9	14.9
3.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
4.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
5.1.1981.	23.6	7.4	7	17	30.5	21.6	15.3
6.1.1981.	18	2.4	6	1	0	4.3	3.3
7.1.1981.	0	0.4	2.8	0	0	0	0
8.1.1981.	15	14	3	0	2.6	3.9	0.8
9.1.1981.	8.4	5.8	1.5	2.5	1.5	1.8	0
10.1.1981.	0	2.4	0	1	0	0	0
11.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
12.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
13.1.1981.	0	0	0	0	6.3	2.5	0
14.1.1981.	17.5	5.5	13	31	49.7	61.6	31
15.1.1981.	3.8	1	6	32.3	27.3	21	4
16.1.1981.	13.5	8.4	27	2.8	10.6	23.3	12.6
17.1.1981.	4.7	6.4	6	5.4	0	3.3	2.9
18.1.1981.	0	0	0	0	0	1.8	0
19.1.1981.	0	6.4	0	0	2.2	0	0
20.1.1981.	0	0.4	0	0	0	0	0.6
21.1.1981.	2.8	0	0	0	0	1.5	0
22.1.1981.	4.6	13.5	3.5	0	2.8	3.9	0.9
23.1.1981.	11	14.5	3.3	1.4	0	6.9	2.4
24.1.1981.	3	2.2	0	0	0	0	0
25.1.1981.	0	0.4	0	0	0	0	0
26.1.1981.	0	0	0	0	0	0	0
27.1.1981.	8.7	1.2	3.4	0	0	2.5	0.6
28.1.1981.	14.5	2	4.8	0	2.8	2.7	0.3
29.1.1981.	8	16.2	3	21.7	1.6	2.2	2.8
30.1.1981.	10.2	1.8	2.1	0	0	0	0.3
31.1.1981.	0	0.1	0	0	0	0	0

U tabeli su prikazane vrednosti padavina za sve stanice koje su korišćene za popunjavanje nedostajućih podataka. Sračunate vrednosti na stanici Grabovica, koje su u originalnim podacima nedostajale, su naglašene (**bold**).

LITERATURA

- [1] Г. А. Алексеев, К вопросы определения эмпирических квантилей и коэффициентов корреляции. Методология и гидрология, No. 4, 1963.
- [2] S.Prohaska, T. Petković, S. Simonović, Nelinearni matematički modeli za produžavanje i popunjavanje prekida kod hidroloških vremenskih serija, Saopštenja 58, 1977.
- [3] T. Petković, S.Prohaska, S. Simonović, Vešestruka nelinearna standardizovana korelacija – predavanje na siminarnu Obrada hidroloških podataka – Izola., 1975. godine
- [4] S. Prohaska, V. Ristić, Hidrologija kroz teoriju i praksu, 2002. godine

DATA ENTRY AND EXTENSION OF TIME SERIES IN THE DRINA SIMULATION MODEL

by

Vladislava BARTOŠ DIVAC, Stevan PROHASKA,
The Jaroslav Černi Institute for the Development of Water Resources, Belgrade
Boban STOJANOVIĆ,
Faculty of Mechanical Engineering, Kragujevac

Summary

The paper describes a methodology for the entry and extension of missing data in the time series for the meteorological quantities: precipitation, temperature, and humidity for selected stations in the Drina river basin. Data are entered based on the known corresponding quantities for the same time instant in other weather stations. Based on the synchronous

observation period, functions are established between standardized variables and applied to time instants for which measurement data are available.

Key words: time series data entry, transformation functions, standardized variable, non-linear correlation

Redigovano 16.05.2004.