

## AHP VREDNOVANJE SAMOHODNIH MAŠINA ZA NAVODNJAVANJE PRIMENOM RAZLIČITIH METODA PRIORITIZACIJE

Vasiljka KOLAROV, Bojan SRĐEVIĆ  
Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Novom Sadu

### REZIME

U radu su pomoću analitičkog hijerarhijskog procesa (AHP) vrednovane i rangirane odabrane samohodne mašine za navodnjavanje. Primenjena su tri alternativna postupka prioritizacije: metod aditivne normalizacije, metod sopstvenih vrednosti i logaritamski metod najmanjih kvadrata. Tretirane su četiri mašine (centar pivot, centar pivot sa ugaonim krilom, linear tipa I i rendžer) u odnosu na četiri kriterijuma (investicije, pokrivenost površine, utrošak rada i utrošak energije).

**Ključne reči:** mašina za navodnjavanje, AHP, vektor prioriteta, metod prioritizacije.

### 1. UVOD

Samohodne mašine za navodnjavanje zauzimaju sve važnije mesto u navodnjavanju velikih parcela i na našim prostorima. Najviše su zastupljene mašine tipa rendžer, centar pivot i linear tipa I, dok se mašine tipa centar pivot sa ugaonim krilom znatno ređe utrebljavaju zbog visokih investicionih troškova.

Osnovne prednosti u odnosu na druge sisteme za navodnjavanje su: ekonomičnost korišćenja raspoložive vode zahvaljujući mogućnosti preciznog doziranja, smanjenje troškova radne snage i pogodnost za zalivanje visokih biljnih kultura.

Analitički hijerarhijski proces (Analytic Hierarchy Process - AHP) (Saaty, 1980) je popularna tehnika koja se koristi u oblasti višekriterijumskog odlučivanja. Zasniva se na razlaganju složenog problema u hijerarhiju, gde se cilj nalazi na vrhu, dok su kriterijumi, podkriterijumi i alternative na nivoima i podnivoima hijerarhije. Donosilac odluka (DO) vrši poređenje elemenata u parovima na svakom nivou hijerarhije u odnosu na element u višem nivou, korišćenjem tzv. Satijeve skale. Krajnji rezultat su vektori relativnog značaja (prioriteta) kriterijuma i alternativa u odnosu na cilj.

Centralno mesto u vrednovanju elemenata hijerarhije po AHP metodologiji imaju matrice poređenja dobijene transformacijom semantičkih ocena DO o međusobnom značaju elemenata u numeričke vrednosti. Tako se u odnosu na svaki element hijerarhije iz višeg nivoa formira po jedna matrica poređenja  $A$ , vrednovanjem elemenata iz posmatranog nivoa hijerarhije. Iz svake takve matrice treba ekstrahovati vektor prioriteta elemenata koji se može označiti kao  $w$ .

Postojeći metodi za određivanje vektora prioriteta  $w$  iz matrice poređenja  $A$  mogu se zajedničkim imenom nazvati prioritizacioni metodi. Oni se generalno dele u tri grupe.

Prva obuhvata metode iz matrične algebre, kao što je tradicionalni metod sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method - EV), ili metod aditivne normalizacije (Additive Normalization Method - AN), oba predstavljena u (Saaty, 1980).

Metodi iz druge i treće grupe su zasnovani na nekim optimizacionim pristupima.

U drugoj, koju karakteriše standardna optimizacija, u većini metoda se za merenje stepena aproksimacije matrice  $A$  matricom  $\tilde{A}$  koristi jednkriterijumska funkcija. Najčešće se koristi generalizovano  $L^2$  Euklidsko rastojanje kojim se meri totalno rastojanje između svih elemenata odlučivanja u originalnoj matrici poređenja  $A$  i odgovarajućih odnosa koeficijenata prioriteta sadržanih u izvedenom vektoru prioriteta  $w$ . Tehnike jednkriterijumske optimizacije koje se obično koriste su: metod težinskih najmanjih kvadrata (The Weighted Least Squares Method - WLS) (Chu et al, 1979), logaritamski metod najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least Squares Method - LLS) (Crawford and Williams, 1985) i u poslednje vreme metod fazi programiranja prioriteta (The Fuzzy Preference Programming Method - FPP) (Mikhailov, 2000).

Postoje i neki drugi metodi koji se, iz različitih razloga, manje koriste. Na primer, direktni metod najmanjih kvadrata (The Direct Least Squares Method - DLS) (Chu et al, 1979) generalno daje višestruka rešenja, tako da je teško izabrati jedno iz skupa rešenja. Drugi poznat metod, logaritamsko ciljno programiranje (The Logarithmic Goal Programming Method - LGP) (Bryson, 1995), najčešće je potisnut od strane gore navedenih metoda. Korisne informacije u vezi sa performansom različitih metoda prioritizacije slučajnih generisanih matrica može se naći u (Golany and Kress, 1993; Mikhailov and Singh, 1999).

Treća grupa metoda prioritizacije je u razvoju i generalno se zasniva na dvokriterijumskoj optimizaciji, odnosno nalaženju kompromisnog rešenja koje najbolje zadovoljava stav ili preference donosioca odluka poštujući preciznost i redosled rangiranja. Preciznost je modelirana kao  $L^2$  Euklidsko rastojanje (D), a redosled rangiranja kao pokazatelj minimalnog narušavanja ranga elemenata matrice (V) povezan sa brojem i stepenom izmene rangova. Metod prikazan u (Mikhailov, 2003) zasniva se na identifikaciji skupa svih optimalnih rešenja u pareto smislu tako što se prvo rešavaju dva jednokriterijumska programa (za D i V), a zatim se rešava odgovarajuće definisan problem ograničenih najmanjih kvadrata (Constrained Least Squares - CLS), odnosno, vrši se minimiziranje D za sve diskretne vrednosti V u utvrđenom opsegu vrednosti. Donosilac odluka bi trebao da izabere finalno rešenje iz skupa postojećih (kompromisnih) rešenja.

U radu su ukratko prikazana tri korišćena metoda prioritizacije: metod aditivne normalizacije (AN), metod sopstvenih vrednosti (EV) i logaritamski metod najmanjih kvadrata (LLS). Primenom sva tri metoda vrednovane su četiri samohodne mašine za navodnjavanje u prisustvu četiri kriterijuma. Alternative su vrednovane prema svakom kriterijumu, a zatim je izvršena sinteza, odnosno vrednovanje alternativa u odnosu na cilj. Navedeni prioritizacioni metodi međusobno su upoređeni primenom pomenuta dva opšta pokazatelja greške (D i V).

Tabela 1. Satijeva skala relativnog značaja

Značaj	Definicija	Objašnjenje
1	Istog značaja	Dva elementa su identičnog značaja u odnosu na cilj.
3	Slaba dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje neznatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi.
5	Jaka dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje znatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi.
7	Demonstrirana dominantnost	Dominantnost jednog elementa potvrđena u praksi.
9	Apsolutna dominantnost	Dominantnost najvišeg stepena.
2,4,6,8	Međuvrednosti	Potreban kompromis ili dalja podela.

## 2. PROBLEM PRIORITIZACIJE U AHP

### 2.1. Ocene, konzistencija i prioriteti elemenata odlučivanja

Bez gubljenja opštosti, problem se može formulisati kao prioritizacija  $n$  elemenata  $E_1, E_2, \dots, E_n$  na datom nivou hijerarhije. Donosilac odluka semantički poredi bilo koja dva elementa  $E_i$  i  $E_j$  i pomoću određene skale koeficijenata indirektno (verbalno) ili direktno (numerički) dodeljuje vrednost  $a_{ij}$  koja predstavlja njegovu ocenu relativne važnosti elementa  $E_i$  u odnosu na element  $E_j$ . Ako su elementi  $E_i$  i  $E_j$  istog značaja za donosioca odluka, tada je  $a_{ij} = 1$ , a ako je element  $E_i$  važniji od elementa  $E_j$ , tada je  $a_{ij} > 1$ .

Pošto osobina recipročnosti  $a_{ji} = 1/a_{ij}$  važi uvek, i pošto je  $a_{ii} = 1$  za svako  $i = 1, 2, \dots, n$ , potrebno je izvršiti samo  $n(n-1)/2$  poređenja da bi se formirala kvadratna  $n \times n$  matrica  $A = \{a_{ij}\}$ . Zapravo, dovoljno je dati samo one ocene  $a_{ij}$  koje odgovaraju gornjem trouglu matrice  $A$ , poređenjem parova sastavljenih od elemenata  $E_i$  i  $E_j$  za  $i = 1, \dots, n-1$ , i  $j = i+1, \dots, n$ . U donjem trouglu matrice, na odgovarajuća mesta, unose se recipročne vrednosti dobijenih numeričkih rezultata poređenja.

Kada su numerički podaci uneti u matricu  $A$  na opisan način, sledeći problem je da se iz nje identifikuje vektor  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  koji najbolje ocenjuje koeficijente  $w_i/w_j$  'preko' svih elemenata matrice. Ako se elementi vektora  $w$  normalizuju aditivnim metodom tako da je njihov zbir 1, konačne vrednosti će predstavljati relativne prioritete elemenata  $E_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , a vektor  $w$  vektor prioriteta matrice  $A$ .

Ocene donosioca odluka su manje ili više konzistentne, što zavisi od njegovog poznavanja problema, a takođe i od njegove mogućnosti da se koncentriše i obezbedi da njegovo razumevanje kardinalnih preferenci između elemenata bude uvek, ili koliko je to moguće, pravilno formulisano prilikom korišćenja verbalne skale ili asociiranih numeričkih koeficijenata. Pretpostavimo, na primer, da koristi Satijevu skalu, iz tabele 1.

Moguće pitanje bilo bi: da li da stavi da je  $a_{ij} = 3$  ili  $a_{ij} = 2$  ako smatra da je element  $E_i$  slabio dominantan u odnosu na element  $E_j$ ? Ako se ide korak dalje i treba da se poredi 7 elemenata (matrica  $A$  je formata  $7 \times 7$ ), pitanje bi moglo biti da li je donosilac odluka sposoban da sačuva konzistentnost prilikom 21-og poređenja parova elemenata. I takođe, kako da prevaziđe teškoću u vezi sa Satijevom skalom u slučaju kada poredi elemente  $E_i$  i  $E_j$ , pošto je ocenio elemente  $E_i$  i  $E_k$  i  $E_k$  i  $E_j$ . Ako je već ocenio da je  $a_{ik} = 3$  i  $a_{kj} = 4$ , logično bilo da stavi da je  $a_{ij} = 12$  bez ocenjivanja, zato što je  $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj} = 3 \cdot 4 = 12$ . Pošto je maksimalna vrednost po Satijevoj skali 9 za apsolutnu dominantnost jednog elementa nad drugim (vidi tabelu 1), postoji ograničenje u postizanju konzistentnosti prilikom ocenjivanja određenih elemenata. Na neki način, nekonzistentnost se nagomilava i raste potreba za njenim merenjem.

Da bismo stavili matricu  $A$  i njen vektor prioriteta  $w$  u isti matematički kontekst sa gore pomenutim ograničenjima nametnutim Satijevom (ili bilo kojom drugom) skalom, prvo treba razmotriti slučaj da je donosilac odluka savršeno konzistentan. Drugim rečima, smatraćemo da je matrica poređenja  $A = \{w_i/w_j\}$  konzistentna zato što svi elementi  $a_{ij}$  imaju tačne vrednosti  $a_{ij} = w_i/w_j$  i tranzitivni uslov  $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$  važi za svako  $i, j, k = 1, 2, \dots, n$ . Relativni prioriteti poređenih elemenata su jedinstveni i brzo se dobijaju izračunavanjem prosečne vrednosti elemenata bilo koje kolone matrice i zatim deljenjem svakog od njih sumom svih elemenata kolone.

Ocene donosioca odluka  $a_{ij}$  su, međutim, najčešće takve da je tranzicioni uslov narušen. U ovom slučaju matrica poređenja je nekonzistentna, što se može predstaviti kao  $\tilde{A} \approx \{w_i/w_j\}$ . Elementi ove matrice su samo aproksimacije ( $\tilde{a}_{ij} \approx w_i/w_j$ ) i pošto nekonzistentni prioriteti nisu jedinstveni, za njihovu ocenu treba koristiti metod prioritizacije.

Stepen nekonzistentnosti može da varira iz subjektivnih ili objektivnih razloga, ali generalno raste sa veličinom matrice poređenja odnosno, brojem elemenata koji se poredi. Postoji samo nekoliko postupaka za merenje nekonzistentnosti. Postupak koji se koristi u AHP metodu je opisan u (Saaty, 1980) i iz određenih razloga ne može se primenjivati na druge metode prioritizacije. Zbog toga su navedena dva druga kriterijuma za ocenjivanje koji se smatraju opštim i koriste se za procenjivanje kvaliteta vektora prioriteta ocenjenih bilo kojim metodom: (1) generalizovano  $L^2$  Euklidsko rastojanje (D) i, (2) pokazatelj minimalnog narušavanja

ranga elemenata matrice (V). Oba će biti opisana u daljem tekstu.

## 2.2. Postavka problema prioritizacije

Matematički, matrica  $A$  predstavlja skup ocena parova:

$$A = \{a_{ij} \mid i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n\} \quad (1)$$

Bez gubljenja u opštosti, ako se koristi Satijeva skala, svako  $a_{ij}$  može da uzme jednu od 17 mogućih pozitivnih vrednosti u diskretnom intervalu  $[1/9, 9]$ , pretpostavljajući gore pomenutu osobinu recipročnosti elemenata skupa (1). Moguć skup vektora  $W$  može se definisati kao skup vektora prioriteta  $w$  koji zadovoljavaju normalizaciju i ograničenje pozitivnosti:

$$W = \{w \mid w > 0, e^T w = 1\} \quad (2)$$

gde je  $e$   $n$ -komponentni jedinični vektor,  $e^T = (1, \dots, 1)$ .

Različiti metodi prioritizacije najčešće se poredi primenom sledeća dva pokazatelja greške:

- (1)  $L^2$  Euklidsko rastojanje:

$$D(w) = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij} - w_i / w_j)^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

kojim se meri totalno rastojanje između svih elemenata matrice poređenja i korespondentnih 'razlomaka' koeficijena prioriteta koje sadrži vektor  $w$ , određen nekim metodom prioritizacije.

- (2) Pokazatelj minimalnog narušavanja ranga elemenata matrice:

$$V(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} \quad (4)$$

gde je:

$$I_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ako je } w_i > w_j \text{ i } a_{ji} > 1 \\ 0,5 & \text{ako je } w_i = w_j \text{ i } a_{ji} \neq 1 \\ 0,5 & \text{ako je } w_i \neq w_j \text{ i } a_{ji} = 1 \\ 0 & \text{u ostalim slučajevima} \end{cases} \quad (5)$$

Pokazatelj  $V$  sumira sva narušavanja ranga vezana za vektor prioriteta  $w$ . Uslovi narušavanja dati sa

(5) obuhvataju slučajeve mogućeg poremećaja redosleda prioriteta elemenata odlučivanja, kao što je npr. sledeći: ako je  $j$ -ta alternativa dominantna u odnosu na  $i$ -tu alternativu (odnosno  $a_{ji} > 1$ ), ali su određeni prioriteta takvi da je  $w_i > w_j$ , tada postoji narušavanje ili poremećaj preferenci elemenata (Golany and Kress, 1993).

Problem prioritizacije (1)-(5) može se skalarizovati i skraćeno zapisati kao:

$$\min U(\mathbf{w}) = \min (k_1 D(\mathbf{w}) + k_2 V(\mathbf{w})) \quad (6)$$

pod uslovom da je:  $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$ ,  $\mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1$ .

gde je  $U$  skalarna ciljna funkcija, a  $k_1$  i  $k_2$  koeficijenti koji određuju apsolutnu važnost kriterijuma (da bi greške  $D$  i  $V$  bile minimalne) za donosioca odluka. Ako su normalizovani tako da u zbiru daju 1,  $k_1$  i  $k_2$  predstavljaju relativnu važnost ciljeva  $D$  i  $V$ , a ako je bilo koji (ne oba) jednak 0, problem se redukuje na problem direktne jednokriterijumske optimizacije (bez izvedene skalarizacije). U slučaju kada je  $k_1 = 0$  problem je linearan, a kada je  $k_2 = 0$  problem je nelinearan.

### 2.3. Tri odabrana metoda prioritizacije u AHP

Osnovne karakteristike odabranih metoda prioritizacije su sledeće:

- Metod aditivne normalizacije (Additive Normalization Method - AN)

Da bi se dobio vektor prioriteta  $\mathbf{w}$ , dovoljno je podeliti elemente kolone matrice  $A$  sumom elemenata te kolone (odnosno, normalizovati kolonu), zatim sabrati elemente i sumu dodati u svaku rezultujuću vrstu i konačno, podeliti ovu sumu brojem elemenata te kolone. Ova procedura je opisana relacijama (7) i (8):

$$a'_{ij} = a_{ij} / \sum_{i=1}^n a_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$w_i = (1/n) \sum_{j=1}^n a'_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Metod je jednostavan i često se primenjuje u praksi, iako može dovesti do narušavanja ranga elemenata, u nekim specifičnim slučajevima.

- Metod sopstvenih vrednosti (Eigenvector Method - EV)

Prema (Saaty, 1980), kao traženi vektor prioriteta  $\mathbf{w}$  može se usvojiti vektor sopstvenih vrednosti matrice  $A$ . Da bi se odredio ovaj vektor, linearni sistem:

$$A\mathbf{w} = \lambda\mathbf{w}, \quad \mathbf{e}^T \mathbf{w} = 1. \quad (9)$$

rešava se tako da se dobije kao maksimalna sopstvena vrednost matrice  $A$ . Ako je  $DO$  konzistentan, tada je  $\lambda = n$ ; u suprotnom je  $\lambda > n$ . Maksimalna sopstvena vrednost za nekonzistentnu matricu može se oceniti uzastopnim kvadriranjem matrice, normalizujući sumu vrsta svaki put i prekidanjem procedure kada je razlika između normalizovanih suma u dva uzastopna računanja manja od očekivane vrednosti.

Da bi se proverila konzistentnost poređenja u parovima i kvalitet dobijenog rezultata, prvo se izračunava indeks konzistentnosti  $CI$ , pomoću obrasca:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (10)$$

Stepen konzistentnosti  $CR$  je odnos indeksa konzistentnosti  $CI$  i tzv. slučajnog indeksa  $RI$ . Vrednost  $RI$  za razne redove matrica određena je statističkim putem na bazi uzoraka od 500 i 1000 slučajno generisanih matrica poređenja (Saaty, 1980). Za matricu reda 4, slučajni indeks je 0,90.

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (11)$$

Različiti istraživači su pokazali da za manje devijacije od koeficijenata konzistencije  $w_i/w_j$ , EV metod daje dovoljno dobru aproksimaciju vektora prioriteta. Ipak, kada je nekonzistentnost velika, rezultati nisu tako zadovoljavajući. Tolerantna vrednost stepena konzistentnosti je 0,10.

- Logaritamski metod najmanjih kvadrata (The Logarithmic Least Squares Method - LLS)

Ovaj metod je varijacija DLS i WLS tako da rešava problem jednokriterijumske optimizacije:

$$\min D_L(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n [\ln a_{ij} - (\ln w_i - \ln w_j)]^2$$

pod uslovom da je:  $\prod_{i=1}^n w_i = 1$ ,  $w_i > 0$ ,  $i=1,2,\dots,n$  (12)

Ovaj metod rešava problem definisan jednačinom (6), ali umesto da traži normalizovane vrednosti vektora  $w$  date jednačinama (2) i (6) samo aditivnim metodom, on traži u okviru celog  $R^l$  polja pozitivnih realnih brojeva za svako  $w_i$ , pod uslovom da su sve ulazne vrednosti vektora  $w$  multiplikativno normalizovane kao što je dato jednačinom (12). Metod LLS je poznat i kao metod geometrijske sredine zato što je pokazano (Crawford and Williams, 1985) da daje jedinstveno rešenje geometrijskim osrednjavanjem vrsta matrice  $A$ .

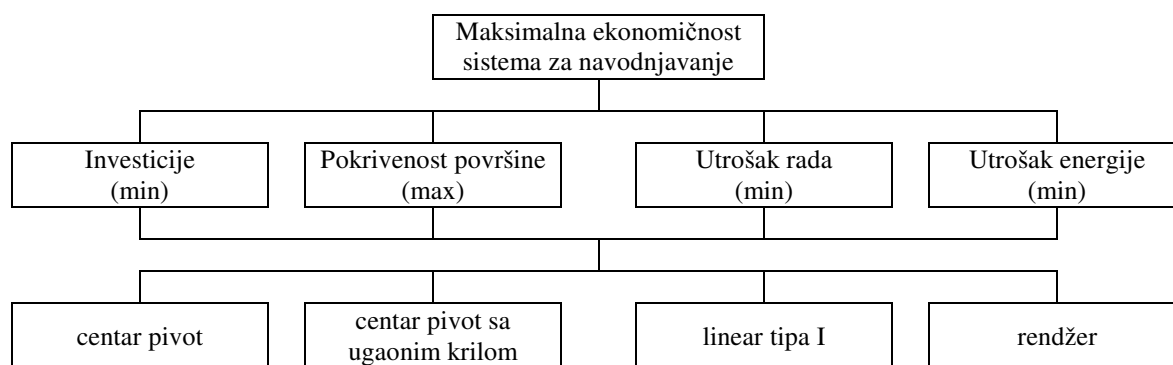
$$w_i = \prod_{j=1}^n a_{ij}^{1/n}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

### 3. RANGIRANJE MAŠINA ZA NAVODNJAVANJE

Rešava se, na nivou ilustracije, problem izbora jedne iz skupa četiri alternativne samohodne mašine za navodnjavanje na osnovu definisanog skupa četiri ekonomska kriterijuma:

ALTERNATIVE	KRITERIJUMI
A <sub>1</sub> : centar pivot	C <sub>1</sub> : Investicije (din/ha)
A <sub>2</sub> : centar pivot sa ugaonim krilom	C <sub>2</sub> : Pokrivenost površine (ha)
A <sub>3</sub> : linear tipa I	C <sub>3</sub> : Utrošak rada (h/ha)
A <sub>4</sub> : rendžer	C <sub>4</sub> : Utrošak energije (kW/ha)

Problem je postavljen kao hijerarhija sa tri nivoa, slika 1.



Slika 1. Hijerarhija problema

Polazi se od pretpostavke da su odlukom o izgradnji sistema za navodnjavanje rešeni problemi vezani za izmenu strukture setve, mogućnost plasmana proizvoda na tržište, kvalitet vode i pogodnost zemljišta za navodnjavanje, uticaj navodnjavanja na životnu sredinu, socijalni i drugi aspekti.

Smatra se, dalje, da ekonomski parametri imaju presudan značaj za izbor samohodne mašine za navodnjavanje, a argumentacija je sledeća:

*Investicioni troškovi* za nabavku mašine za navodnjavanje su visoki i za izabrane alternative variraju u relativno širokom opsegu.

*Pokrivenost površine* je kriterijum tehnološke prirode, ali posredno utiče na krajnji ekonomski rezultat očekivanim većim povećanim prinosom sa veće površine koja se direktno zaliva. U ovom primeru pošlo se od pretpostavke da je parcela kvadratnog oblika

dimenzija ne većih od maksimalnog prečnika zalivanja stožerne mašine.

*Utrošak rada* je u funkciji mnogobrojnih faktora, od kojih su među najvažnijim: stepen automatizacije pojedinih delova sistema, vrsta mobilne opreme i problemi u vezi sa održavanjem. Troškovi rada su u zavisnosti od cene rada, kao i ponude radne snage, što u nekim regionima može biti ograničenje.

*Utrošak energije* direktno je povezan sa troškovima energije, a zavisi i od količine ispumpane vode, manometarske visine dizanja, stepena iskorišćenja crpke i metoda obračuna električne energije (viša ili niža sezona, vreme uključivanja agregata u toku dana). Ukoliko se radi o dizel motoru, utrošak goriva zavisi od efektivne snage motora i specifične potrošnje goriva (Srđević et al, 2004).

Korišćenjem Satijeve skale izvršeno je poređenje kriterijuma u parovima u odnosu na cilj, a zatim poređenje alternativa u parovima u odnosu na svaki

kriterijum. Potrebno je uočiti da je ovde jedan kriterijum maksimizacioni, a ostala tri su minimizaciona. Kako je cilj primene AHP nalaženje alternative koja daje maksimalnu korist za krajnji cilj, kod vrednovanja alternativa prema kriterijumu koji se minimizira, više

ocene dodeljuju se alternativama koje su 'manje loše' za krajnji rezultat.

Ocenjene vrednosti prikazane su matricama poređenja dimenzija 4x4, slika 2.

Kriterijumi (Matrica  $P_j$ )

Kriterijum	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$C_1$	1	5	7	2
$C_2$	1/5	1	4	1/6
$C_3$	1/7	1/4	1	1/8
$C_4$	1/2	6	8	1

 $C_1$  - Investicije ( $P_2$ )

Alternativa	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	5	1/2	1/6
$A_2$	1/5	1	1/4	1/7
$A_3$	2	4	1	1/5
$A_4$	6	7	5	1

 $C_2$  - Pokrivenost površine ( $P_3$ )

Alternativa	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	1/5	1/9	1/9
$A_2$	5	1	1/7	1/7
$A_3$	9	7	1	1
$A_4$	9	7	1	1

 $C_3$  - Utrošak rada ( $P_4$ )

Alternativa	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	2	9	2
$A_2$	1/2	1	9	1
$A_3$	1/9	1/9	1	1/9
$A_4$	1/2	1	9	1

 $C_4$  - Utrošak energije ( $P_5$ )

Alternativa	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	1	4	1/2	1/2
$A_2$	1/4	1	1/3	1/4
$A_3$	2	3	1	1/2
$A_4$	2	4	2	1

Slika 2. Matrice poređenja za kriterijume i alternative

Vektori prioriteta za svaku matricu određeni su pomoću: metoda aditivne normalizacije (AN), metoda sopstvenih

vrednosti (EV) i metoda najmanjih logaritamskih kvadrata (LLS) (tabele 2 i 3).

Tabela 2. Vektori prioriteta za kriterijume

Kriterijum	Vektori prioriteta		
	AN	EV	LLS
$C_1$	0,477	0,482	0,485
$C_2$	0,110	0,103	0,101
$C_3$	0,046	0,044	0,043
$C_4$	0,366	0,372	0,371

Primenom sva tri metoda (prema tabeli 2), kao najvažniji kriterijum u odnosu na cilj izdvajaju se investicije ( $C_1$ ), na drugom mestu je utrošak energije ( $C_4$ ), treći po rangu je kriterijum pokrivenosti površine ( $C_2$ ), a četvrti kriterijum utroška rada ( $C_3$ ).

linear tipa I ( $A_3$ ) relativno ravnopravne, sa prednošću za  $A_3$ , u oba slučaja. Mašina centar pivot sa ugaonim krilom ( $A_2$ ) predstavlja najgoru alternativu po oba kriterijuma. Sličan rang mašina potvrđuje i domaća praksa.

U odnosu na dva dominantna kriterijuma ( $C_1$  i  $C_4$ ), prema tabeli 3 najbolju alternativu predstavlja mašina tipa rendžer ( $A_4$ ), dok su mašine tipa centar pivot ( $A_1$ ) i

U tabeli 4 prikazane su vrednosti pokazatelja greške D i V za svaku matricu i svaki primenjeni metod.

Tabela 3. Vektori prioriteta za alternative po kriterijumima

Alt./Kr.	AN				EV				LLS			
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	0,147	0,038	0,442	0,219	0,137	0,036	0,444	0,216	0,133	0,035	0,441	0,213
A <sub>2</sub>	0,053	0,100	0,261	0,082	0,050	0,094	0,261	0,081	0,048	0,088	0,262	0,081
A <sub>3</sub>	0,183	0,431	0,036	0,279	0,182	0,435	0,035	0,282	0,187	0,439	0,035	0,280
A <sub>4</sub>	0,617	0,431	0,261	0,420	0,631	0,435	0,261	0,421	0,632	0,439	0,262	0,426

Tabela 4. Pokazatelji greške

Metod	Matrice									
	P <sub>1</sub>		P <sub>2</sub>		P <sub>3</sub>		P <sub>4</sub>		P <sub>5</sub>	
	D	V	D	V	D	V	D	V	D	V
AN	4,643	0	5,769	0	5,504	0	2,017	0	2,017	0
EV	5,054	0	6,429	0	6,023	0	4,299	0	2,079	0
LLS	5,171	0	6,842	0	6,381	0	4,269	0	2,121	0

Uočava se da je najmanja greška u određivanju vektora prioriteta dobijena uvek primenom metoda aditivne normalizacije (AN), kao i da nije bilo nikakvog narušavanja ranga alternativa ( $V = 0$ ).

Pošto standardni AHP koristi metod sopstvenih vrednosti (EV), obično se određuje i tzv. indeks konzistentnosti (CR). Iz određenih razloga ovaj postupak se ne može primenjivati na druge metode prioritizacije. U tabeli 5, dati su: maksimalna sopstvena vrednost matrice ( $\lambda_{max}$ ), indeks konzistentnosti (CI), slučajni indeks (RI) i stepen konzistentnosti (CR), sve prema (Saaty, 1980).

Tabela 5. Stepen konzistentnosti poređenja u parovima metodom sopstvenih vrednosti (EV)

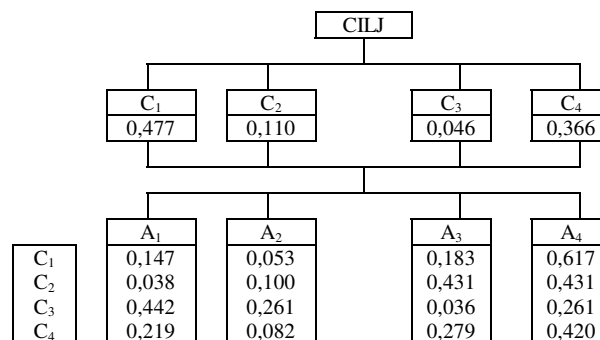
	Matrice				
	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
$\lambda_{max}$	4,249	4,279	4,240	4,061	4,132
CI	0,083	0,093	0,080	0,020	0,044
RI	0,900	0,900	0,900	0,900	0,900
CR	0,090	0,103	0,089	0,022	0,049

Lako je uočiti da stepen konzistentnosti (CR) ne prelazi tolerantnu vrednost od 0,10, osim u slučaju ocene alternativa u odnosu na prvi kriterijum (investicije) gde je neznatno veći (0,103). Kako se u praksi dešava da stepen konzistentnosti bude veći od 0,10, a da se rezultati prihvate kao zadovoljavajući, smatra se da u ovom slučaju nije potrebna nova ocena alternativa u odnosu na pomenuti kriterijum.

### 3.1. Sinteza AHP

Konačni vektori prioriteta alternativa u odnosu na kriterijume i u odnosu na cilj, za svaki od primenjenih metoda prioritizacije, dobijeni su množenjem vektora prioriteta određenog kriterijuma sa vrednostima vektora prioriteta alternativa u odnosu na dati kriterijum.

U cilju ilustracije, na slici 3 je dat postupak izračunavanja konačnih vektora prioriteta primenom metoda aditivne normalizacije.



$$P_{A_1} = 0,477 \cdot 0,147 + 0,110 \cdot 0,038 + 0,046 \cdot 0,442 + 0,366 \cdot 0,219 = 0,175$$

$$P_{A_2} = 0,477 \cdot 0,053 + 0,110 \cdot 0,100 + 0,046 \cdot 0,261 + 0,366 \cdot 0,082 = 0,078$$

$$P_{A_3} = 0,477 \cdot 0,183 + 0,110 \cdot 0,431 + 0,046 \cdot 0,036 + 0,366 \cdot 0,279 = 0,238$$

$$P_{A_4} = 0,477 \cdot 0,617 + 0,110 \cdot 0,431 + 0,046 \cdot 0,261 + 0,366 \cdot 0,420 = 0,507$$

Slika 3. Sinteza AHP metodom aditivne normalizacije

Vektori prioriteta alternativa određeni po svim metodima, kao i pokazatelji greške (D i V) dobijeni sabiranjem korespondentnih vrednosti iz svih matrica za svaki metod posebno, prikazani su zbirno u tabeli 6.

Tabela 6. Konačni vektori prioriteta dobijeni primenom standardne AHP sinteze

Alternative	Metod prioritizacije		
	AN	EV	LLS
A <sub>1</sub>	0,175	0,169	0,166
A <sub>2</sub>	0,078	0,075	0,073
A <sub>3</sub>	0,238	0,230	0,240
A <sub>4</sub>	0,507	0,517	0,520
D	19,950	23,884	24,784
V	0	0	0

Sintezom vektora prioriteta alternativa u odnosu na sve kriterijume, takođe je dobijeno da izbor mašine tipa rendžer dominira nad ostalim alternativama, a najmanja greška u ocenjivanju vektora prioriteta i u ovom slučaju, dobijena je primenom metoda aditivne normalizacije.

#### 4. ZAKLJUČAK

Izbor samohodne mašine za navodnjavanje predstavlja tipičan višekriterijumski problem sa konfliktnim kriterijumima od kojih neke treba minimizirati, a neke maksimizirati. Primena AHP kao sistema za podršku odlučivanju omogućava donošenje odluke o izboru najpovoljnije varijante (u ovom slučaju samohodne mašine za navodnjavanje), bez prethodne izrade tehničkog projekta i detaljne ekonomske analize za svaku varijantu. Izbor kriterijuma i alternativa kao i vrednovanje istih u odnosu na krajnji cilj zavisi od znanja i iskustva, kao i preferenci donosioca odluka, te se mogu bitno razlikovati od autora do autora.

Obzirom na postavljeni cilj (maksimalna ekonomičnost sistema za navodnjavanje), iz velikog skupa mogućih kriterijuma za izbor samohodne mašine za navodnjavanje, odabrani su uglavnom ekonomski kriterijumi i to oni za koje je procenjeno da su u našim klimatskim i proizvodnim uslovima najvažniji. U detaljnijem razmatranju, sa tehničko-tehnološkog aspekta, trebalo bi razmotriti uticaj i drugih kriterijuma važnih za izbor optimalne varijante mašine za navodnjavanje. Neki od kriterijuma su: trajanje vremena zalivanja, tip zemljišta, veličina i oblik parcele.

Saglasno metodologiji AHP, u datom primeru izvršeno je poređenje kriterijuma u parovima u odnosu na zadati cilj, a zatim poređenje alternativa u parovima u odnosu na svaki kriterijum. Neki donosioci odluka bili bi oprezniji u dodeljivanju visokih ocena, posebno ocene 9 (apsolutna dominantnost jednog elementa na datom nivou hijerarhije u odnosu na drugi element na istom

nivou) od autora ovog rada, tako da ocenjene vrednosti relativnog značaja alternativa i kriterijuma u odnosu na cilj treba shvatiti kao subjektivne preference autora.

U svim fazama metodologije, primenjena su tri metoda za izračunavanje vektora prioriteta: aditivna normalizacija, sopstvene vrednosti i logaritamski najmanji kvadrati.

Najmanje Euklidske greške u određivanju vektora prioriteta dobijene su uvek za aditivnu normalizaciju. Treba, međutim, naglasiti da u opštem slučaju ne mora biti tako. Neka novija istraživanja (Srđević, [12]) pokazuju da se sinteze mogu vršiti i kombinacijom metoda, ne samo ovde korišćenih, nego i drugih pobrojanih u uvodu.

#### LITERATURA

- [1] Saaty, T.L.: Analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [2] Chu, A., Kalaba, R., Springam, K.: A comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 127, 531-541, 1979.
- [3] Crawford, G., Williams, C.: A note on the analysis of subjective judgement matrices. *Journal of Mathematical Psychology*, 29, 387-405, 1985.
- [4] Mikhailov, L.: A fuzzy programming method for deriving priorities in the analytic hierarchy process. *Journal of Operational Research Society*, 51, 341-349, 2000.
- [5] Bryson, N.: A goal programming method for generating priorities vectors. *Journal of Operational Research Society*, 46, 641-648, 1995.
- [6] Golany, B., Kress, M.: A multicriteria evaluation of methods for obtaining weights from ratio-scale matrices. *European Journal of Operations Research*, 69, 210-220, 1993.
- [7] Mikhailov, L., Singh, M.G.: Comparison analysis of methods for deriving priorities in the Analytic hierarchy process. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1037-1042, 1999.
- [8] Mikhailov, L.: Multiple criteria optimisation approach to deriving priorities in Analytic hierarchy process. *Proc. 7th ISAHP, Bali, Indonesia*, 337-346, 2003.



- [9] Srđević, B., Potkonjak, S., Srđević, Z., Škorić, M., Zoranović, T.: Simulacija grupnog odlučivanja u izboru tehnologije navodnjavanja. Poljoprivreda između suša i poplava, 126-133, 2004.
- [10] Srđević, B.: Combining different prioritization methods in the AHP synthesis, Journal of Computers and Operations Research, Elsevier (u štampi)

## AHP EVALUATION OF AUTOMATIC IRRIGATION MACHINES BY DIFFERENT PRIORITIZATION METHODS

by

Vasiljka KOLAROV, Bojan SRDJEVIC  
Faculty of Agriculture, University of Novi Sad

### Summary

The paper describes evaluation and ranking of the alternative automatic irrigation machines by the Analytic Hierarchy Process (AHP). The three different prioritization methods are used: Additive Normalization Method, Eigenvector Method and The Logarithmic Least Squares Method. Four machines (center pivot, center pivot with corner attachment, hose-drag linear

and ditch-feed linear) are evaluated across four criteria (investments, field coverage, labor consumption and energy consumption).

Key words: irrigation machine, AHP, prioritization method, priority vector.

Redigovano 09.06.20

