

PRORAČUN HIDRAULIČKOG UDARA U PUMPNIM CEVOVODIMA

Prof. dr Dimitrije AVAKUMOVIĆ, dipl. građ. inž.
Redovni član Jugoslovenske inženjerske akademije

REZIME

U radu se razmatra proračun hidrauličkog udara u cevovodima pumpnih stanica pri gubitku pogona i pri neuzimanju u obzir punih karakteristika pumpe. Polazi se od opštih jednačina hidrauličkog udara za slučaj linearizovanih hidrauličkih otpora. Primenjena je Modifikovana metoda karakteristika koju je autor dao u radu [1].

Cljučne reči: hidraulički udar, cevovodi, pumpna stanica.

1. UVOD

Kod proračuna hidrauličkog udara u hidrotehničkim sistemima sa pumpnim postrojenjem pumpa predstavlja granični uslov. U detaljnim analizama hidrauličkog udara potrebno je ovaj granični uslov što realnije prikazati i opisati ponašanje pumpe u prelaznim režimima. Međutim, na ovome mestu neće se ulaziti u ovakve složene probleme, jer to prevazilazi materiju ovog rada, već se čitalac upućuje na odgovarajuću literaturu.

Razmatra se mreža sastavljena od različitih grana, koja se snabdeva vodom pomoću pumpi. Nagle promene brzine kretanja vode u hidrotehničkom sistemu dovode do nastanka hidrauličkog udara. Hidraulički udar u ovom slučaju javlja se kod:

- puštanja pumpi u rad pri otvorenom zatvaraču na potisnom vodu;
- isključivanja pumpi iz rada automatskih pumpnih stanica kod kojih su zatvarači stalno otvoreni;
- prekida rada zbog nestanka električne energije za pogon elektromotora;
- prelaza iz jednog režima u drugi, povezani sa uključivanjem ili isključivanjem niza potrošača, tj. slučajevi promene odvođenja vode iz sistema ili dovođenja vode u njega, slučajevi havarije, slučajevi početnog punjenja sistema vodom i sl.

Kod ovih prelaza pritisak u hidrotehničkim sistemima u pojedinim periodima može prekoračiti radni, pa su prelazni procesi praćeni hidrauličkim udarom, što treba uzeti u obzir pri njihovom projektovanju. Na taj način, za objašnjenje izabranih parametara elemenata sistema, osim proračuna stacionarnih režima, treba proračunati i prelazne procese. Ovi proračuni, sa dovoljnom praktičnom tačnošću, povezani su sa veoma obimnim računanjima, što je nemoguće bez savremene računске tehnike.

Razmatraće se takvi prelazni procesi, pri kojima se prelaz iz jednog režima (stacionarnog) u drugi ostvaruje sa promenama nekih parametara (pritisak, brzina kretanja vode, učestanost obrtanja rotora pumpnog agregata, njegova snaga itd.), koji određuju te procese, iznad njihovih granica pri stacionarnim režimima. Ako se prelazni procesi dešavaju sa naglim povećanjem pritiska, to će se smatrati da se oni ostvaruju sa hidrauličkim udarom. U nekim slučajevima povišenje pritiska ne mora da bude veliko i naglo, pa se takvi procesi ovde neće razmatrati. Ovde će se, uglavnom, razmatrati promene režima rada pumpnih agregata. Isključenje pumpi iz pogona razmatra se samo pri potpunom ili delimičnom otvaranju zatvarača na pumpnim cevovodima, a pri promeni režima rada pumpe pritisak (napor) se znatno menja. Pri zatvorenim zatvaračima pumpa je odvojena od cevovoda, a prelazni režimi nastaju samo u pumpama i ne rasprostiru se na ceo sistem, pa zato ovi slučajevi ne predstavljaju naročiti interes.

Iznenadno isključenje agregata iz pogona pri otvorenom zatvaraču izaziva brze promene u sistemu, praćene velikim promenama pritiska iznad njihovih granica pri stacionarnim režimima. Prilikom projektovanja hidropostrojenja naročitu pažnju treba posvetiti pojavi hidrauličkog udara, koju treba posebno razmatrati, jer su baš tada najveća opterećenja u pumpi i u čitavom postrojenju. Ukoliko se ne ugrađuje nikakva zaštitna oprema od hidrauličkog udara, ova opterećenja su

merodavna za dimenzionisanje elemenata postrojenja. Ako se predviđa ugradnja zaštitne opreme od hidrauličkog udara, onda su ovi režimi merodavni za njen izbor i dimenzionisanje. Uzimajući u obzir delovanje zaštitne opreme određuju se ponovo opterećenja za dimenzionisanje čitavog postrojenja.

Analiza hidrauličkog udara u sistemima u kojima rade aksijalne, dijagonalne i centrifugalne pumpe zahteva detaljno poznavanje njihovih karakteristika. Pod normalnim radnim režimima podrazumeva se zona rada za koju je pumpa primarno projektovana. Za pumpu to znači da se ona okreće u propisanom smeru i daje napor i protok sa pozitivnim predznakom. Međutim, prilikom nastanka prelaznih pojava moguće je da dođe do promene smera obrtanja radnog kola i/ili promene znaka napora i protoka. Ponašanje pumpe tokom rada u normalnim radnim režimima opisuje se dimenzijskim radnim krivama ($Q-h$), kao i oznakama koje predstavljaju: bezdimenzionalni napor $H = \frac{h}{H^*}$,

bezdimenzionalni protok $q = \frac{Q}{Q^*}$, bezdimenzionalnu

brzinu obrtanja radnog kola $n = \frac{N}{N^*}$ i bezdimenzionalni

moment na vratilu pumpe $m = \frac{M}{M^*}$.

Da bi se proračunao hidraulički udar moraju se poznavati karakteristike pumpe. One su shematski predstavljene na sl. 1 [2], gde su u koordinatama $q = \frac{Q}{Q^*}$ i $n = \frac{N}{N^*}$ nanesene izolinije relativnih pritisaka

$H = \frac{h}{H^*}$ i momenata $m = \frac{M}{M^*}$.

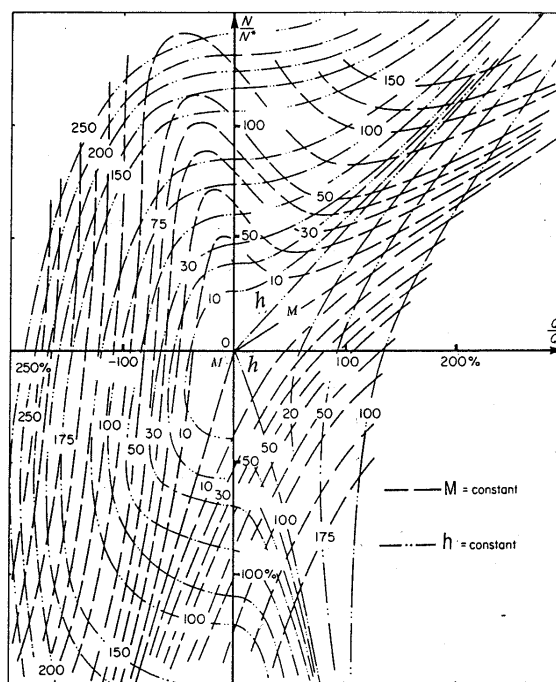
Ovde su Q^*, H^*, M^* neke osnovne veličine protoka, napora i momenta u optimumu u stacionarnom režimu (pumpa radi punom snagom), a N^* je nominalna učestanost obrtanja.

Za velike pumpe, koje rade na cevovodima velikog prečnika, nije moguće postavljanje dovoljno efikasnih povratnih klapni. Pri odsustvu povratne klapne kod zaustavljanja pumpe, rotor pumpnog agregata još neko kratko vreme se obrće u direktnom pravcu, broj obrtanja se smanjuje do nule, a zatim pod dejstvom suprotnog toka vode pumpni agregat se obrće u turbinskom režimu do povećanog ili nominalnog broja obrtaja. U nepovoljnim uslovima brzina suprotnog obrtanja rotora

pumpnog agregata može prekoračiti dozvoljenu i izazvati havariju elektromotora.

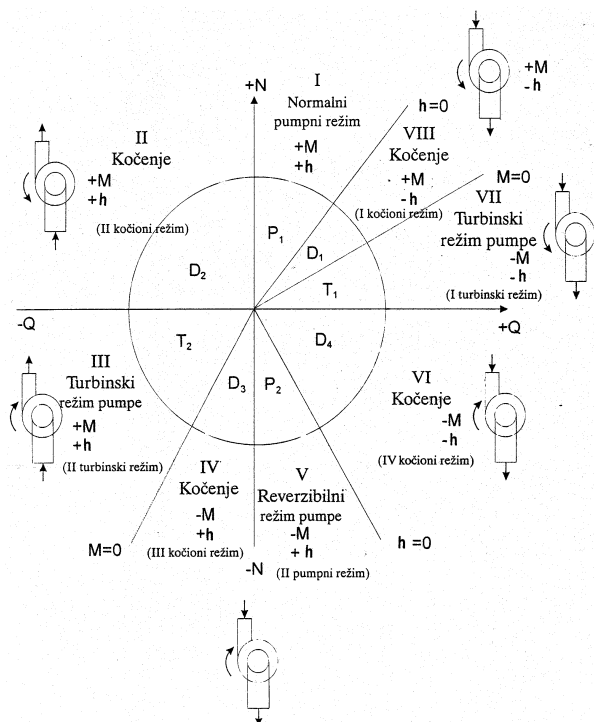
Kod zaustavljanja pumpe i nastanka suprotnog tečenja vode kroz pumpu, ona može da radi u nekoliko kvadranta. (sl. 2). U takvim slučajevima proračuni hidrauličkog udara komplikuju se tim, što proizvođači, kao pravilo, ne daju četverokvadrantne karakteristike pumpe pa ih tada treba dopuniti korišćenjem vrednosti iz literature ili određenim aproksimacijama u oblasti radnih proticaja.

Na slici 2 prikazan je rad turbo pumpe (sa lopaticama) u raznim režimima u četiri kvadranta u koordinatnom sistemu $N-Q$. U ovom koordinatnom sistemu mogu se ilustrovati režimi rada pumpe [3].



Slika 1. Karakteristike pumpe

Normalan režim rada pumpe označen je sa P_1 . Režim rada pumpe sa malim negativnim naporom i protokom u pozitivnom smeru obeležen je sa D_1 , kada pumpa radi u kočionom režimu (Prvi kočioni režim). Ako se napor dalje smanjuje, a protok ne menja znak, prelazi se u režim T_1 -turbinski režim pumpe (Prvi turbinski režim). Kada se smer strujanja promeni, pumpa, takođe, radi u kočionom režimu, ali u drugom kvadrantu u $N-Q$ dijagramu. Taj režim označava se sa D_2 (Drugi kočioni režim).



Slika 2. Rad pumpe prikazan u kvadrantima

Pri promenjenom smeru strujanja vode, ali i obrtanju pumpe u negativnom smeru, ona deluje kao turbina-režim T_2 (Drugi turbinski režim). Kada brzina obrtanja postane dovoljno velika u negativnom smeru, nastaje kočioni režim- D_3 (Treći kočioni režim). Ako se voda kreće u pozitivnom smeru, ali se pumpa obrće sa velikom negativnom brzinom obrtanja, pumpa radi u reverznom pumpnom režimu- P_2 (Drugi pumpni režim), dok će pri istim uslovima, ali manjim negativnim brzinama obrtanja, pumpa raditi kao kočnica- D_4 (Četvrti kočioni režim). Međutim, rad pumpe u četvrtom kvadrantu smatra se dosta neuobičajenim [2]. Iz ovoga se vidi da u N - Q dijagramu postoji osam mogućih radnih režima pumpe i to:

- dva pumpna (P_1 i P_2);
- dva turbinska (T_1 i T_2);
- četiri kočiona (D_1 , D_2 , D_3 , D_4).

Normalan rad pumpe režim P_1 opisuje rad pumpe u standardnim radnim režimima pri čemu su sve četiri veličine: Q , N , h , M pozitivne. U ovom režimu pumpa produžava rad posle njegovog isključenja. Ako je $M > 0$, to se učestanost obrtanja N smanjuje. Pri promeni pravca toka ($Q < 0$) ostali parametri pumpe ostaju

pozitivni. Pumpa radi u drugom kočionom režimu, tj. njegova učestanost obrtanja se smanjuje. Pri promeni pravca obrtanja pumpa će raditi u drugom turbinskom režimu u kome su napor h i moment M pozitivni, a protok Q i učestanost obrtanja N negativni, što je suprotno od uslova koji važe za pumpu u normalnom radnom režimu P_1 . U ovom slučaju reverzivna učestanost obrtanja se povećava, tj. učestanost obrtanja N se smanjuje. Dalje će pumpa izvesno vreme raditi u trećem kočionom režimu gde je: $N < 0$, $Q < 0$, $h > 0$, $M < 0$. Reverzivna učestanost obrtanja pri ovome se smanjuje, tj. učestanost obrtanja N raste. Ako se cevovod ne prazni (geodetski napor je konstantan), to pumpa počinje da radi u stacionarnom režimu, koji je određen granicom između trećeg kočionog D_3 i drugog turbinskog režima T_2 : $N < 0$, $Q < 0$, $h > 0$, $M = 0$.

Na slici su prikazana još četiri režima rada pumpe: prvi kočioni D_1 , prvi turbinski T_1 , četvrti kočioni D_4 , drugi pumpni P_2 .

Prvi kočioni režim D_1 karakteriše se negativnim naporom, a ostali parametri pumpe su pozitivni. U pojedinim slučajevima posle isključenja pumpa kratko vreme može da radi u tom režimu. Praktično to se dešava pri radu pumpi sa negativnom visinom sisanja, kod pumpi sa malom inercijom i pri znatnim brzinama kretanja vode u cevovodima. Posle isključenja pumpe njena učestanost obrtanja i odgovarajući napor brzo se smanjuju, brzina kretanja vode u cevovodu ostaje relativno velika, usled čega napor na ulazu pumpe postaje veći nego napor na izlazu. Obično to traje kratko vreme, a zatim pumpa ponovo prelazi u pumpni režim rada.

Prvi turbinski režim rada pumpe T_1 , kod koga su napor h i moment M negativni, a Q i N pozitivni, može se predstaviti kao slučaj isključenja jedne od dve serijski (uzastopno) vezanih pumpi u radu (druge u pravcu kretanja vode). Napor, koji daje neisključena pumpa, uslovljava razliku u pritiscima na ulazu i izlazu isključene pumpe i neko povećanje njene učestanosti obrtanja. Ipak, praktično je to malo verovatno, jer pri isključenju jedne od serijski vezanih pumpi treba da bude predviđeno automatsko isključenje druge.

U drugom pumpnom režimu- P_2 ($Q > 0$, $N < 0$, $h > 0$, $M < 0$) i četvrtom kočionom režimu ($Q > 0$, $N < 0$, $h < 0$, $M < 0$) pumpe praktično ne rade, jer za rad u tim režimima neophodno je prinudno okretati rotore pumpnih agerata u suprotnom pravcu (ovi režimi se mogu javiti kod reverzibilnih hidroagregata, pumpi-turbina).

Potpunim rešenjem zadatka bilo bi zajedničko rešavanje tačnih jednačina prelaznih procesa motora, pumpe, cevovoda i sifona. U današnje vreme dobijeno je zajedničko rešenje sa približnim jednačinama za elektromotor, pumpu i cevovod.

Slučaj zaustavljanja pumpe je najvažniji i osnovni za cevovode pumpnih stanica i predstavlja jedan od najzloženijih graničnih uslova za proračun hidrauličkog udara. Usled nestanka struje ili pri isključenju pumpe iz pogona, kod koga prethodno nije proticaj smanjen na nulu, nastaje hidraulički udar koji se rasprostire uzvodno i nizvodno od pumpe. Drugi slučajevi hidrauličkog udara kao, na primer, puštanje pumpe u pogon, nisu merodavni. Izuzetak mogu predstavljati samo brzohodne pumpe, ali za te slučajeve formulisanje graničnih uslova ne predstavlja teškoće, ukoliko postoji opis procesa puštanja pumpe. Ovde treba napomenuti samo to, da karakteristika pumpe ulazi u sastav graničnih uslova.

2. OSNOVNE JEDNAČINE HIDRAULIČKOG UDARA

Hidraulički udar se opisuje sistemom parcijalnih diferencijalnih jednačina linijskog nestacionarnog kretanja realne homogene stišljive tečnosti u cevovodu.

Osnovne jednačine nestacionarnog kretanja u linijskim sistemima pod pritiskom su:

- jednačina održanja količine kretanja:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \lambda \frac{v^2}{2gD} = 0 \quad (1)$$

- jednačina održanja mase (jednačina kontinuiteta):

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{g}{c^2} \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

Jednačina (1) je nelinearna i njeno analitičko rešenje veoma teško se može dobiti. Integrisanje nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina je izvodljivo (numerička integracija) ali je dosta teško, naročito ako se posmatra proces sa znatnim intervalom vremena. Zato se prilazi uprošćenju tih jednačina ukoliko je moguće linearizovati član $\lambda \frac{v^2}{2gD}$. Ova jednačina se

može linearizovati i tada ima oblik:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\lambda |v|}{2D} v \right) = 0 \quad (3)$$

odnosno:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \left(\frac{\partial v}{\partial t} + 2\xi v \right) = 0 \quad (4)$$

gde je:

$$2\xi = \left(\frac{\lambda |v|}{2D} \right)_{sr} = const > 0 \quad (5)$$

odnosno, za prvu aproksimaciju:

$$2\xi = \frac{\lambda v_0}{2D} \quad (6)$$

Ovakvom linearizacijom dobijaju se pogodna rešenja u veoma složenim slučajevima.

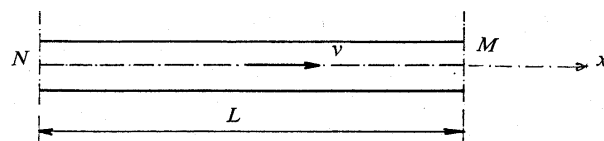
Ova mogućnost je korišćena u mnogim radovima i objašnjena je dopuštenost ovakve linearizacije otpora.

Ova linearizacija se zasniva na hipotezi kvazistacionarnosti, koja ne dovodi do značajnih greški. Hipoteze kvazistacionarnosti, još ni jedanput nije dovela do značajnih grešaka. Iz mnogih eksperimentalnih podataka koji se mogu naći u literaturi, sledi da je linearizacija jednačine (1) potpuno dopustiva. Stvarno, pri malim vrednostima 2ξ greška je mala, a pri velikim vrednostima 2ξ proces se brzo gasi i tada ne predstavlja veći interes.

Rešavanjem jednačina (2) i (4) metodom D'Alamberta, uvodeći određene nepoznate funkcije, dobijaju se rešenja diferencijalnih jednačina karakteristika [1]:

$$h_t^M - h_0^M + \frac{c}{g}(v_t^M - v_0) = \beta \left[h_{t-\frac{\mu}{2}}^N - h_0^N + \frac{c}{g}(v_{t-\frac{\mu}{2}}^N - v_0) \right] \quad (7)$$

$$\beta^2 \left[h_{t-\mu}^M - h_0^M - \frac{c}{g}(v_{t-\mu}^M - v_0) \right] = \beta \left[h_{t-\frac{\mu}{2}}^N - h_0^N - \frac{c}{g}(v_{t-\frac{\mu}{2}}^N - v_0) \right] \quad (8)$$



Sl. 3. Shema cevi

Jednačine (7) i (8) daju efekat dejstva svih talasa hidrauličkog udara i do njih se došlo na osnovu opšte teorije karakteristika parcijalnih diferencijalnih jednačina. Matematički se može dokazati da ove jednačine nisu ništa drugo već integrali diferencijalnih jednačina karakteristika, napisane jednačinama u konačnim razlikama [1]. Na taj način ova metoda

proračuna, građena na korišćenju jednačina (7) i (8) pripada, takođe, metodu karakteristika.

Sabiranjem jednačina (7) i (8), dobiće se jednačina koja igra bitnu ulogu u proračunu hidrauličkog udara metodom, koju autor ovde predlaže:

$$h_t^M - h_0^M + \beta^2 (h_{t-\mu}^M - h_0^M) + \frac{c}{g} [v_t^M - v_0 - \beta^2 (v_{t-\mu}^M - v_0)] = 2\beta (h_{t-\frac{\mu}{2}}^N - h_0^N) \quad (9)$$

gde je (sl. 4):

$$h_0^M = h_0 - h_{tr}^M; \quad h_0^N = h_0 - h_{tr}^N.$$

$$\beta = e^{-\frac{c\mu}{2}} = e^{-\frac{\lambda v_0 L}{4Dc}};$$

Ako se označi sa:

$$\Delta h_t^M = h_t^M - h_0^M; \quad \Delta v_t^M = v_t^M - v_0; \quad \dots\dots$$

tada se jednačina (9) može napisati u ovom obliku:

$$\Delta h_t^M + \beta^2 \Delta h_{t-\mu}^M + \frac{c}{g} (\Delta v_t^M - \beta^2 \Delta v_{t-\mu}^M) = 2\beta \Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^N \quad (10)$$

Jednačina (9) je poznata Allievi-jeva ili Beržeronova jednačina, uopštena za slučaj linearizovanih hidrauličkih otpora [1].

Traženi oblik opšteg integrala jednačina (1) i (2), koji ne sadrži proizvoljne funkcije, napisan je sa jednačinama (7) i (8), odnosno jednačinom (9).

Jednačina (9) može se napisati i u bezdimenzionalnom obliku, uvodeći oznake:

$$\vartheta_\tau^M = \frac{h_t^M - h_0^M}{H_*} = \frac{\Delta h_t^M}{H_*}; \quad \vartheta_\tau^N = \frac{h_t^N - h_0^N}{H_*} = \frac{\Delta h_t^N}{H_*}; \quad q = \frac{Q}{Q_*} = \frac{v}{v_*};$$

$$\rho = \frac{cQ_*}{gAH_*} = \frac{cv_*}{gH_*}; \quad \tau = \frac{t}{T}; \quad v = \frac{\mu}{T} = \frac{2L}{cT} \quad (11)$$

Treba voditi računa pri usvajanju proizvoljnog vremena T . Ono predstavlja opšti najmanji zajednički sadržitelj faze udara u granama cevovoda. Zbog lakšeg računanja treba nastojati (ali i ne mora) da $v_i = \frac{\mu_i}{T}$ budu celi parni

brojevi. Može se usvojiti da je $T < \mu_{min}$, da se ne bi ciklus računanja po rekurentnim jednačinama ponavljao ogroman broj puta.

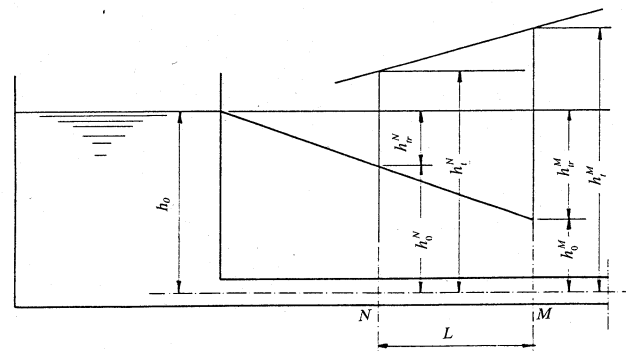
Uzimajući u obzir (11), jednačina (9) napisaće se u bezdimenzionalnom obliku, koja je u nekim slučajevima pogodnija za proračun:

$$\vartheta_\tau^M + \beta^2 \vartheta_{\tau-v}^M + \rho [q_\tau^M - q_0 - \beta^2 (q_{\tau-v}^M - q_0)] = 2\beta \vartheta_{\tau-\frac{v}{2}}^N \quad (12)$$

Takođe, i jednačine (7) i (8) u bezdimenzionalnom obliku su:

$$\vartheta_\tau^M + \rho (q_\tau^M - q_0^M) = \left[\vartheta_{\tau-\frac{v}{2}}^N + \rho (q_{\tau-\frac{v}{2}}^N - q_0^N) \right] \beta \quad (13)$$

$$\beta \vartheta_{\tau-v}^M - \rho \beta (q_{\tau-v}^M - q_0^M) = \left[\vartheta_{\tau-\frac{v}{2}}^N - \rho (q_{\tau-\frac{v}{2}}^N - q_0^N) \right] \quad (14)$$



Slika 4. Shema cevi za određivanje hidrauličkih gubitaka

3. JEDNAČINE HIDRAULIČKOG UDARA ZA ČVOROVE

Jednačina (9) se koristi kao polazna za proračun hidrauličkog udara u mrežama i na njoj osnovi razvija se računski algoritam. Rešavanje ove jednačine, u opštem slučaju, nije jednostavno ni kod zanemarivanja trenja, a pri njegovom uzimanju u račun problem se još više komplikuje. Ovde se predlaže primena operacione metode za rešavanje te jednačine, koja se može efikasno primeniti za rešavanje problema hidrauličkog udara u složenim sistemima i mrežama bilo kakve konfiguracije. Treba primetiti da se operaciona metoda primenjuje za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina, a ovde se ne polazi od tog klasičnog načina već je ona primenjena na algebarsku jednačinu što je u literaturi novo i originalno. Polazi se od poznate Carson-Heaviside (Carson- Laplace) integralne transformacije:

$$F(x, s) = s \int_0^{\infty} f(x, t) e^{-st} dt \quad (15)$$

Ova transformacija se ne primenjuje, kao što je uobičajeno u matematici, na parcijalne diferencijalne jedrane hidrauličkog udara, jer se tim uobičajenim klasičnim putem ne dolazi do željenog rezultata. Ona se primenjuje na algebarsku jednačinu (9) [1]. Carson-Heaviside-ova transformacija prevodi funkciju *original* $f(t)$ u funkciju *lik* $F(s)$.

Uvode se sledeći operacioni likovi [1]:

$$\begin{aligned} \Delta h(x, t) &= h(x, t) - h_0 \leftarrow \div Y(x, s); \\ \Delta v(x, t) &= v(x, t) - v_0 \leftarrow \div U(x, s) \end{aligned} \quad (16)$$

odnosno, za likove pojedinih parametara jednačine (9) uvode se sledeći izrazi:

$$\begin{aligned} \Delta h_t^M &= h_t^M - h_0^M \leftarrow \div Y^M; \\ \Delta h_{t-\mu}^M &= h_{t-\mu}^M - h_0^M \leftarrow \div e^{-\mu s} Y^M; \\ \Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^N &= h_{t-\frac{\mu}{2}}^N - h_0^N \leftarrow \div e^{-\frac{\mu s}{2}} Y^N; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta v_t^M &= v_t^M - v_0 \leftarrow \div U^M; \\ \Delta v_{t-\mu}^M &= v_{t-\mu}^M - v_0 \leftarrow \div e^{-\mu s} U^M. \end{aligned}$$

Na osnovu izraza (17) jednačina (9) se može napisati u operacionom obliku:

$$Y^M + \beta^2 e^{-\mu s} Y^M + \frac{c}{g} (U^M - \beta^2 e^{-\mu s} U^M) = 2\beta e^{-\frac{\mu s}{2}} Y^N \quad (18)$$

Iz ove jednačine se dobija:

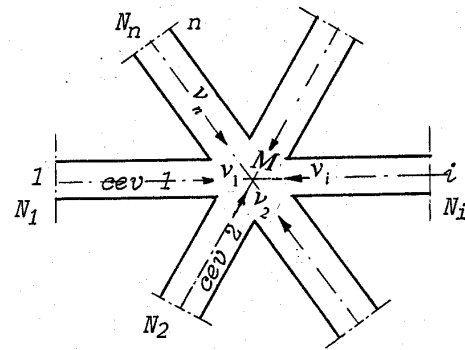
$$U^M = -\frac{g}{c} \frac{(1 + \beta^2 e^{-\mu s}) Y^M - 2\beta e^{-\frac{\mu s}{2}} Y^N}{1 - \beta^2 e^{-\mu s}} \quad (19)$$

Dobijena je jedna od osnovnih jednačina za proračun hidrauličkog udara. U ovoj jednačini su dve nepoznate: brzina U i pritisak Y . Da bi se sistem rešio, tj cilj je da se odredi pritisak, treba napisati još jednu jednačinu. Ova druga jednačina dobija se razmatranjem tačke grananja cevovoda (sl. 5) od koje polazi n grana.

Tačka M je tačka grananja cevovoda, a tačke N_i su suprotne tački M i predstavljaju krajeve grana koje odlaze od nje. Zanimaju se brzinski pritisci i lokalni gubici, a takođe, i dimenzije samog čvora. Tada pritisci

u blizini tačke grananja u preseccima svih grana treba da budu jednaki. Na osnovu uslova kontinuiteta u čvoru M : suma protoka tečnosti u tim preseccima mora da bude jednaka nuli, ako se za pozitivan pravac tečenja u svim granama smatra pravac ka tački grananja (ili u svim granama pravac od tačke grananja), može se napisati (sl. 5):

$$\sum_{i=1}^n A_i v_i = 0 \quad (20)$$



Slika 5. Čvor sa n -grana

Odnosno:

$$A_1 v_1 + A_2 v_2 + \dots + A_i v_i + \dots + A_n v_n = 0 \quad (21)$$

U operacionom obliku jednačina (21) ima oblik:

$$A_1 U_1^M + A_2 U_2^M + \dots + A_i U_i^M + \dots + A_n U_n^M = 0 \quad (22)$$

Iz jednačina (19) i (22) treba eliminisati brzinu U pa se dobija izraz za određivanje pritiska u čvoru M .

Za svaku granu, čiji je početak tačka M zajednička za sve grane, a kraj tačka N_i , $i = 1, 2, \dots, n$, može se napisati jednačina (19) i ista se unosi u jednačinu (22), pa se dobija:

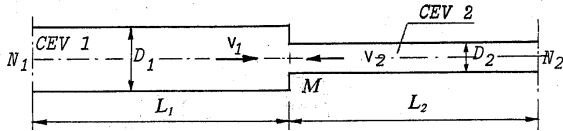
$$\sum_{i=1}^n \frac{A_i}{c_i} \frac{(1 + \beta_i^2 e^{-\mu_i s}) Y^M - 2\beta_i e^{-\frac{\mu_i s}{2}} Y^{N_i}}{1 - \beta_i^2 e^{-\mu_i s}} = 0 \quad (23)$$

Jednačina (23), dobijena od strane autora, koristi se za proračun pritiska u čvoru M usled hidrauličkog udara. Jednačina je data u operacionom obliku. Prelaskom sa lika na original (17) dobijaju se jednačine za proračun pritiska u čvoru M za različite njegove oblike.

U čvoru može biti različit broj grana. Najčešći slučaj čvora je sa dve i tri grane, ponekad i sa četiri.

3.1. Jednačine hidrauličkog udara za čvor sa dve (sl. 6) i sa tri grane (sl. 7)

Na osnovu jednačine (23) može se napisati za čvor sa dve grane (sl. 5):



Slika 6. Shema čvora sa dve grane

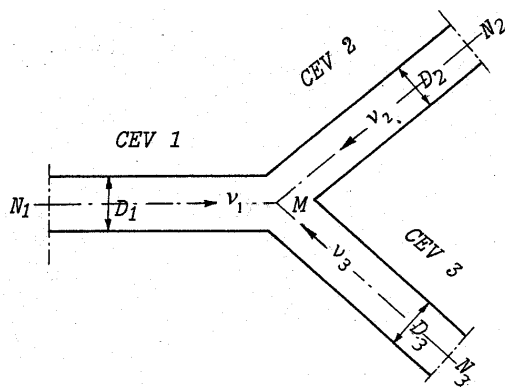
$$\frac{A_1}{c_1} \frac{(1 + \beta_1^2 e^{-\mu_1 s}) Y^M - 2\beta_1 e^{-\frac{\mu_1 s}{2}} Y^{N_1}}{1 - \beta_1^2 e^{-\mu_1 s}} + \frac{A_2}{c_2} \frac{(1 + \beta_2^2 e^{-\mu_2 s}) Y^M - 2\beta_2 e^{-\frac{\mu_2 s}{2}} Y^{N_2}}{1 - \beta_2^2 e^{-\mu_2 s}} = 0 \quad (24)$$

Sređivanjem izraza (24) i prelaskom sa lika na original (17), dobija se jednačina za određivanje pritiska u čvoru M sa dve grane:

$$\Delta h_i^M = s_1^M (\beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} - \beta_2^2 \beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1}) + s_2^M (\beta_2 \Delta h_{i-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2} - \beta_2 \beta_1^2 \Delta h_{i-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2}) - r_1^M \beta_1^2 \Delta h_{i-\mu_1}^M - r_2^M \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_2}^M + \beta_1^2 \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2}^M \quad (25)$$

Na sličan način može se dobiti i jednačina za određivanje pritiska u tački M sa tri grane.

Pritisak u čvoru M sa tri grane (sl. 7) može se naći polazeći od jednačine (23) na isti način kao što je objašnjeno za čvor sa dve grane.



Slika 7. Shema čvora sa tri grane

U ovom slučaju u izrazu (24) dodaje se još jedan sabirak za $i=3$. Postupak je isti, pa se jednačina za

proračun pritiska u čvoru sa tri grane piše u definitivnom obliku:

$$\Delta h_i^M = s_1^M (\beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} - \beta_2^2 \beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} - \beta_1 \beta_3^2 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} + \beta_1 \beta_2^2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_2-\mu_3-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1}) + s_2^M (\beta_2 \Delta h_{i-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2} - \beta_2 \beta_1^2 \Delta h_{i-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2} - \beta_2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_1-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2} + \beta_2 \beta_1^2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_3-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2}) + s_3^M (\beta_3 \Delta h_{i-\frac{\mu_3}{2}}^{N_3} - \beta_3 \beta_1^2 \Delta h_{i-\frac{\mu_3}{2}}^{N_3} - \beta_3 \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_2-\frac{\mu_3}{2}}^{N_3} + \beta_3 \beta_1^2 \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2-\frac{\mu_3}{2}}^{N_3}) - r_1^M (\beta_1^2 \Delta h_{i-\mu_1}^M + \beta_2^2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2-\mu_3}^M) - r_2^M (\beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_2}^M + \beta_1^2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_3}^M) - r_3^M (\beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_3}^M + \beta_1^2 \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2}^M) - \beta_1^2 \beta_2^2 \beta_3^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2-\mu_3}^M \quad (26)$$

U izrazima (25) i (26) je:

$$s_i^M = \frac{2 \frac{A_i}{c_i}}{\sum_{k=1}^n \frac{A_k}{c_k}} \quad (27)$$

$$r_i^M = s_i^M - 1 \quad (28)$$

Ako treba da se odredi vrednost pritiska u nekom preseku jedne cevi, koji se nalazi između dva čvora poslužiće jednačina (25). Obeležiće se krajevi grans sa N_1 i N_2 a presek u kome se traži vrednost pritiska sa M . Pošto između dva čvora cev ne menja presek, tj. prečnik cevi je $D=const$, tada je: $s_i=1$ i $r_i=0$, pa se iz izraza (25) dobija:

$$\Delta h_i^M = \beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} - \beta_2^2 \beta_1 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_1} + \beta_2 \Delta h_{i-\frac{\mu_2}{2}}^{N_2} - \beta_2 \beta_1^2 \Delta h_{i-\frac{\mu_1}{2}}^{N_2} + \beta_1^2 \beta_2^2 \Delta h_{i-\mu_1-\mu_2}^M \quad (29)$$

3.2. Jednačine hidrauličkog udara za granični uslov kod zaustavljanja pumpe

Za grane koje se završavaju nekim uređajima koji regulišu protok (zatvarači, hidranti, pumpe, turbine, cevi sa zatvorenim i otvorenim krajevima, uređaji za zalivanje, rezervoari, ventili, vodo-vazdušne komore i sl.) piše se jednačina (9) odnosno, ista u bezdimenzionalnom obliku (12) i odgovarajuće jednačine koje povezuju taj protok sa pritiskom. S obzirom na temu rada, ovde će se razmatrati samo granični uslov za pumpu. Za ostale granične uslove čitalac se upućuje na druge radove autora.

Pumpa se nalazi u čvoru N (slika 8). Granični uslovi kod zaustavljanja pumpe su njene karakteristike (sl. 1) i jednačina obrtanja pumpe:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_e - M \quad (30)$$

gde je:

I - sumarni moment inercije svih rotirajućih masa;

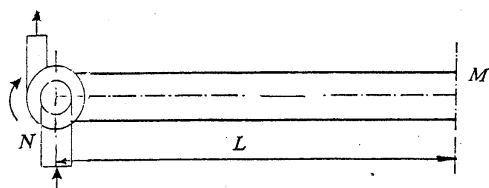
ω - uglovna učestanost obrtanja (ugaona brzina);

t - vreme;

M_e - moment, razvijen na rotoru elektromotora;

M - moment radnog kola pumpe (moment na vratilu mašine).

Pri gubitku dovoda električne energije pumpnim agregatima moment elektromotora je: $M_e=0$.



Slika 8. Shema položaja pumpe

Ako se uvede Mahov moment, koji se češće koristi, onda je moment inercije::

$$I = \frac{GD^2}{4g} \quad (31)$$

Ugaona brzina se može izraziti brojem obrtaja u jedinici vremena - N (učestanost obrtanja vratila u min^{-1}), pa je:

$$\omega = \frac{2\pi N}{60}$$

odnosno:

$$\omega = \frac{\pi N}{30} \quad (32)$$

Jednačina (30) može se napisati u obliku:

$$\frac{GD^2}{120g} \pi \frac{dN}{dt} = -M \quad (33)$$

Prelazeći na konačne razlike, dobija se:

$$\Delta N = -\frac{120gM\Delta t}{\pi GD^2} \quad (34)$$

odnosno:

$$N_t = N_{t-1} - \frac{120gM_{t-1}\Delta t}{\pi GD^2} \quad (35)$$

Veza između obrtnog momenta pumpe i snage pumpe data je izrazom (za maksimalni koeficijent korisnog dejstva):

$$M_0 = \frac{S_0}{\omega}$$

odnosno:

$$M_0 = \frac{30\rho g Q_0 h_0}{\pi N_0} \quad (36)$$

3.3. Jednačine za proračun hidrauličkog udara kada ne postoje četverokvadrantne karakteristike pumpe

U slučaju kada nema povratne klapne treba raspolagati četverokvadrantnim karakteristikama. Ako njih nema to za proračun hidrauličkog udara (prelaznog procesa) u cevovodu pumpnih stanica pri gubitku pogona pumpe mogu se koristiti literaturni podaci, komplet specijalnih dijagrama i njima odgovarajućih tabela, koje zamenjuju četverokvadrantne karakteristike pumpe (Suter, 1966 [2]).

Dijagrami (slika 9) daju zavisnost bezdimenzionalnih parametara [2]:

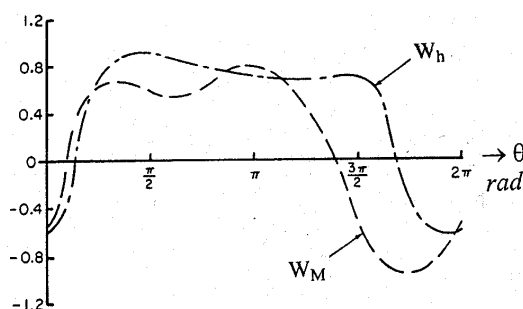
$$W_h = \text{sign}(h) \sqrt{\frac{\frac{|h|}{h_0}}{\left(\frac{N}{N_0}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2}} \quad (37)$$

$$W_M = \text{sign}(M) \sqrt{\frac{\frac{M}{M_0}}{\left(\frac{N}{N_0}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2}} \quad (38)$$

u zavisnosti od θ dato izrazom:

$$\theta_t = \text{arctg}\left(\frac{N_t}{N_0} \frac{Q_0}{Q_{t-1}}\right) \quad (39)$$

Ovde je: $N_0=N^*$, $Q_0=Q^*$ (protok pumpe u stacionarnom režimu u optimumu, pumpa radi punom snagom).

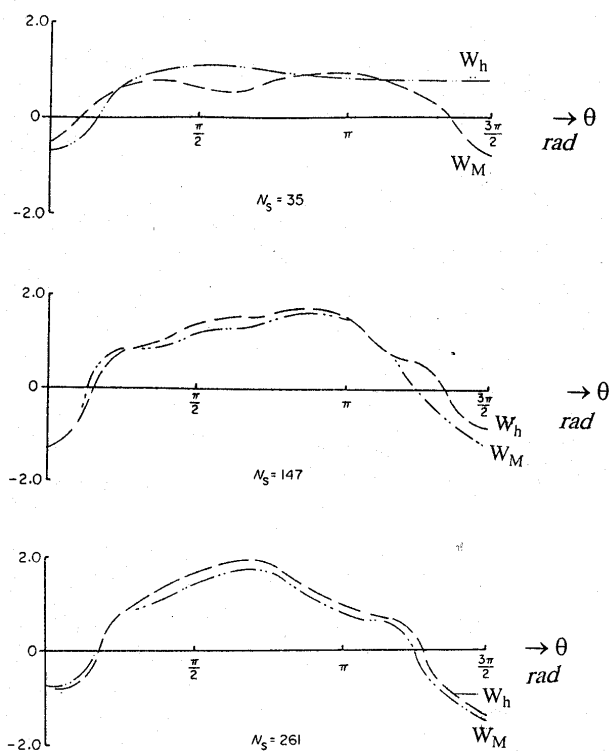


Slika 9. Bezdimezionalni parametri W_h i W_M u zavisnosti od θ

U [2] su dati dijagrami i njima odgovarajuće tablice zavisnosti W_h i W_M od θ za tri vrste pumpe: centrifugalne sa specifičnom učestanošću $N_s=35 \text{ min}^{-1}$, zavojne (dijagonalne) $N_s=147 \text{ min}^{-1}$ i aksijalne

$N_s=261 \text{ min}^{-1}$. Prihvata se pretpostavka, da se svaka konkretna pumpa određuje svojom specifičnom učestanošću N_s i učestalošću obrtanja N_0 u stacionarnom režimu rada. Prema tome, primena ovih dijagrama moguća je, praktično, za svaku pumpu. U slučaju nepodudaranja specifičnih učestanosti konkretne pumpe ni sa jednom od tri navedene istražene pumpe, to se W_h i W_M za nju računaju putem interpolacije između susednih dijagrama za W_h i W_M . Isto tako, kada θ dobija međuvrednosti, W_h i W_M se određuju putem interpolacije.

Vrednosti W_h i W_M u zavisnosti od θ date su u tab. 1 ili na sl. 10.



Sl. 10. Vrednosti bezdimenzionalnih parametara W_h i W_M u zavisnosti od θ za tri vrednosti specifične učestanosti obrtaja (specifični broj obrtaja) $N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{h^{3/4}}$ centrifugalnih pumpi.

N - učestanost obrtanja vratila (broj obrtaja radnog kola pumpe); Q - protok pumpe; h - napor pumpe.

Na osnovu jednačina (37) i (38) može se sračunati:

$$M_t^N = \text{sign}[(W_M)_t] \cdot (W_M)_t^2 \cdot M_0 \left[\left(\frac{N_t}{N_0} \right)^2 + \left(\frac{Q_{t-1}}{Q_0} \right)^2 \right] \quad (40)$$

$$h_t^N = \text{sign}[(W_h)_t] \cdot (W_h)_t^2 \cdot h_0 \left[\left(\frac{N_t}{N_0} \right)^2 + \left(\frac{Q_{t-1}}{Q_0} \right)^2 \right] \quad (41)$$

$$\Delta h_t^N = h_t^N - h_0^N \quad (42)$$

Tabela 1. Bezdimenzionalni parametri W_h i W_M u zavisnosti od θ za tri vrednosti specifičnog broja obrtaja N_s

Radian	$N_s = 35$		$N_s = 147$		$N_s = 261$	
	W_h	W_M	W_h	W_M	W_h	W_M
θ	-0,728	-0,548	-1,249	-1,249	-0,707	-0,748
0	-0,639	-0,394	-1,048	-0,951	-0,935	-0,776
0,168	-0,445	+0,095	-0,789	-0,651	-0,828	-0,736
0,318	-0,179	+0,400	-0,529	-0,297	-0,632	-0,559
0,464	+0,398	+0,545	+0,186	+0,447	-0,276	+0,144
0,588	+0,576	+0,644	+0,555	+0,630	+0,468	+0,550
0,695	+0,707	+0,707	+0,707	+0,707	+0,707	+0,707
0,785	+0,806	+0,745	+0,791	+0,761	+0,896	+0,787
0,876	+0,904	+0,772	+0,881	+0,807	+1,043	+0,861
0,983	+0,992	+0,785	+0,984	+0,853	+1,187	+0,951
1,107	+1,069	+0,771	+1,094	+0,939	+1,348	+1,102
1,249	+1,120	+0,725	+1,216	+1,071	+1,506	+1,275
1,406	+1,136	+0,663	+1,400	+1,217	+1,652	+1,400
1,571	+1,129	+0,608	+1,450	+1,240	+1,784	+1,520
1,736	+1,102	+0,585	+1,479	+1,244	+1,864	+1,627
1,893	+1,107	+0,587	+1,505	+1,274	+1,891	+1,713
2,034	+1,039	+0,606	+1,536	+1,308	+1,873	+1,741
2,159	+1,010	+0,661	+1,573	+1,381	+1,803	+1,716
2,266	+0,997	+0,721	+1,624	+1,442	+1,809	+1,660
2,356	+0,979	+0,777	+1,674	+1,535	+1,689	+1,596
2,447	+0,947	+0,831	+1,703	+1,594	+1,576	+1,477
2,554	+0,930	+0,885	+1,725	+1,650	+1,470	+1,342
2,678	+0,901	+0,926	+1,700	+1,658	+1,350	+1,201
2,820	+0,876	+0,940	+1,620	+1,580		
2,976	+0,831	+0,927	+1,473	+1,450	+2,040	+0,818
3,142	+0,789	+0,887	+1,247	+1,235	+0,887	+0,646
3,307	+0,754	+0,828	+0,996	+1,018	+0,839	+0,644
3,463	+0,727	+0,743	+0,785	+0,815	+0,785	+0,710
3,605	+0,710	+0,654	+0,644	+0,622	+0,680	+0,610
3,730	+0,709	+0,565	+0,528	+0,428	+0,510	+0,326
3,836	+0,711	+0,480	+0,624	0	+0,255	-0,274
3,927	+0,721	+0,376	+0,335	-0,414	-0,407	-0,570
4,018	+0,740	+0,263	+0,204	-0,564	-0,645	-0,763
4,124	+0,764	-0,155	-0,310	-0,709	-0,829	-0,938
4,249	+0,788	-0,379	-0,502	-0,843	-1,013	-1,082
4,391	+0,801	-0,600	-0,669	-1,030	-1,228	-1,240
4,547	+0,794	-0,819	-0,819	-1,225	-1,480	-1,526
4,712						

Za određivanje protoka u tački N poslužiće jednačine (7) i (8). Za ovaj slučaj jednačina (7) se pomnoži sa β pa se dobija:

$$\beta(\Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^M + \frac{c}{g} \Delta v_{t-\frac{\mu}{2}}^M) = \beta^2(\Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^N + \frac{c}{g} \Delta v_{t-\frac{\mu}{2}}^N) \quad (43)$$

Jednačine (7), odnosno (43) i (8) mogu se napisati u ovom obliku:

$$\beta(\Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^M + \frac{c}{g} \Delta v_{t-\frac{\mu}{2}}^M) = \beta^2(\Delta h_{t-\mu}^N + \frac{c}{g} \Delta v_{t-\mu}^N) \quad (44)$$

$$\beta(\Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^M - \frac{c}{g} \Delta v_{t-\frac{\mu}{2}}^M) = (\Delta h_t^N - \frac{c}{g} \Delta v_t^N) \quad (45)$$

Sabiranjem jednačina (44) i (45) dobija se:

$$\Delta h_t^N + \beta^2 \Delta h_{t-\mu}^N - \frac{c}{g} (\Delta v_t^N - \beta^2 \Delta v_{t-\mu}^N) = 2\beta \Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^M \quad (46)$$

odnosno:

$$\Delta Q_t^N = \beta^2 \Delta Q_{t-\mu}^N + \frac{gA}{c} (\Delta h_t^N + \beta^2 \Delta h_{t-\mu}^N - 2\beta \Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^M) \quad (47)$$

$$Q_t^N = \Delta Q_t^N + Q_0 \quad (48)$$

Uzimajući u obzir izraze (11) jednačina (47) može se napisati u bezdimenzionalnom obliku:

$$q_\tau^N = (1 - \beta^2) q_0^N + \beta^2 q_{\tau-v}^N + \frac{1}{\rho} (\vartheta_\tau^N + \beta^2 \vartheta_{\tau-v}^N - 2\beta \vartheta_{\tau-\frac{v}{2}}^N) \quad (49)$$

$$Q_\tau^N = Q_* q_\tau^N, \quad q_0^N = \frac{Q_0^N}{Q_*} \quad (50)$$

Jednačina za dobijanje protoka u tački M dobiće se iz (9) ili (10), tj.:

$$\Delta Q_t^M = \beta^2 \Delta Q_{t-\mu}^M - \frac{gA}{c} (\Delta h_t^M + \beta^2 \Delta h_{t-\mu}^M - 2\beta \Delta h_{t-\frac{\mu}{2}}^N) \quad (51)$$

U bezdimenzionalnom obliku ova jednačina je:

$$q_\tau^M = (1 - \beta^2) q_0^M + \beta^2 q_{\tau-v}^M - \frac{1}{\rho} (\vartheta_\tau^M + \beta^2 \vartheta_{\tau-v}^M - 2\beta \vartheta_{\tau-\frac{v}{2}}^N) \quad (52)$$

$$Q_\tau^M = Q_* q_\tau^M, \quad q_0^M = \frac{Q_0^M}{Q_*} \quad (53)$$

$$\beta = e^{-\frac{\lambda v_0 L}{4Dc}} \quad (\text{prva aproksimacija})$$

Na ovaj način dobijene su sve jednačine za proračun hidrauličkog udara u pumpnim cevovodima.

OZNAKE

c - brzina prostiranja talasa hidrauličkog udara u cevovodu:

$$c = \frac{1425}{\sqrt{1 + \frac{E_t D}{E \delta}}}$$

D - prečnik cevovoda;

δ - debljina cevovoda;

E_t - modul elastičnosti tečnosti;

E - modul elastičnosti materijala cevovoda;

g - gravitaciono ubrzanje;

l, L - dužina cevovoda;

M, N - oznake čvorova;

$h_t^M = h(x_M, t)$ - vrednost pritiska (napora) h u preseku cevovoda sa apscisom x_M u trenutku vremena t ;

Q - protok u nestacionarnom režimu;

Q_0 - vrednost Q u stacionarnom režimu;

ρ - gustina tečnosti;

t - vreme;

x - apscisa;

v - srednja brzina kretanja tečnosti u poprečnom preseku u nestacionarnom režimu;

v_0 - vrednost v u stacionarnom režimu;

H_*, Q_*, T - potpuno proizvoljne konstante pritiska, protoka i vremena;

s_i^M - koeficijent transmisije, tj. koeficijent pronošnja talasa udara za cevovod i u tački M ;

r_i^M - koeficijent odbijanja talasa udara za cevovod i u tački M ;

λ - koeficijent hidrauličkog trenja.

Za ostale upotrebljene oznake objašnjenje je dato u tekstu.

LITERATURA

- [1] Avakumović Dimitrije: Proračun hidrauličkog udara u cevima mrežama sa zatvorenim konturama, Beograd, 1982.
- [2] Fox J. A. Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks, The Macmillan Press Ltd., 1977.
- [3] Gajić Aleksandar, Pejović Stanislav, Krsmanović Ljubisav, Stojanović Zdravko: Metode predstavljanja radnih karakteristika hidrauličkih mašina, Elektroprivreda No 2, 1996.

CALCULATION OF WATER HAMMER IN DISTRIBUTION NETWORKS

by

Prof. dr Dimitrije AVAKUMOVIĆ, dipl. građ. inž.
Full Member of the Yugoslav Engineering Academy

Summary

The paper deals with the problem of developing a method for calculating water hammer in distribution networks when a pump station is cut off, but without taking into consideration all characteristics of the pumps. Solving the problem starts from the general equations that describe water hammer phenomena with

linearized energy losses, applying the modified method of characteristics which is described in the paper [1].

Keywords: water hammer, distribution pipes, pump stations

Redigovano 05.06.2008.