

DEFINIRANJE OPTIMALNIH KOLIČINA VODE KOJE SE MOGU ZAHVATITI SA IZVORIŠTA PODZEMNIH VODA U SOKOLOVIĆIMA

Emina HADŽIĆ
Građevinski fakultet u Sarajevu

REZIME

U radu su prikazani rezultati matematskog modeliranja izvorišne zone Sokolovići u Sarajevskom polju sa ciljem definiranja optimalnih crpljenih količina. Kriteriji na osnovu kojih se odabralo optimalno rješenje su prepoznati kroz: obezbjeđenje doticaja iz rijeke Željeznice u količini koja neće prekoračiti prirodnu infiltraciju, za pretpostavljenu geometriju i granične uvjete; obezbjeđenje minimalno potrebnog protoka prema Bačevu koji eksploatacija u Sokolovićima ne smije ugroziti; te očuvanje filtracione stabilnosti bunara na prostoru izvorišta Sokolovići.

Ključne reči: optimalna izdašnost, vertikalni bunar, matematsko modeliranje, metoda konačnih volumena, filtraciona stabilnost

1. UVOD

U cijelom svijetu se sve ubrzanije zaoštravaju uvjeti snabdijevanja naselja vodom, a vodoopskrba se odvija uz sve brojnije poteškoće, što je dovelo do činjenice da se voda sada smatra kritičnim, kriznim resursom 21. vijeka. Postoje brojni razlozi za takvo stanje, ali se posebno mogu izdvojiti sljedeći:

(1) Mada je jedan od ključnih zadataka prostornog planiranja zaštita izvorišta vode za snabdijevanje naselja, kao i obezbjeđenje prostora za neophodne akumulacije, ta zaštita se ne sprovodi dosljedno, tako da se sve više neprikladnih sadržaja unosi u izvorišta (objekti koji bi se mogli graditi na drugim mjestima), čime se sve ozbiljnije dovodi u pitanje i kapaciteti izvorišta i otežavaju mogućnosti njihove zaštite i eksploatacije;

(2) Ne poštuju se režimi zaštite izvorišta od zagađivanja. Zakonom propisane zone zaštite često

samo formalne, bez adekvatnog poštovanja propisanih režima, tako da su sva izvorišta podvrgnuta sve ozbiljnijim efluentnim uticajima antropogenog porijekla.

U takvim uvjetima sužava se broj pouzdanih izvorišta, i sve više se otežavaju uvjeti njihove zaštite i optimalne eksploatacije. Zbog toga se kao neminovna nužnost u svijetu ubrzavaju naučna i razvojna istraživanja kojima se traže metode optimalne eksploatacije postojećih izvorišta, kako bi se obezbjedilo pouzdano snabdjevanje naselja (*Polomčić, 2012*).

Istraživanja obuhvataju i razne tipove izvorišta, i razne metode određivanja optimalnih kapaciteta. U radu (*Milanović, S., 2012*) prikazuje se razvoj 3D modela karstnih kanala u zoni jednog velikog izvorišta u karstu u Srbiji, dok se rad (*Majkić-Dursun, 2012*) bavi istraživanjem hidrogeoloških parametara u granularnim sredinama, kao i veoma ozbiljnim problemom smanjenja kapaciteta izvorišta uslijed starenja bunara i kolmiranja. Kolmiranjem su posebno ugrožena izvorišta sa bunarima sa horizontalnim drenovima (*Pušić, 2012*). U skladu sa tim se razvijaju i metode hidrodinamičkih analiza o mogućnostima proširenja nekih izvorišta u aluvijalnim sredinama (*Đurić, 2012*), jer je to jedina realna mogućnost za naophodno povećanje kapaciteta. Razvijaju se i brojni matematički modeli, a poseban problem je kalibracija tih modela, čime se bavi rad (*Kaluđerović, 2012*), u kome se razmatraju različiti pristupi modeliranju. Pošto su sve ugroženije i kvalitativne komponente izvorišta, istražuju se i metode prečišćavanja. Konvencijalne metode prečišćavanja vode za piće razmatraju se i u radu (*Busuladžić, 2009*). Međutim, nužnost da se koriste i izvorišta vode lošijeg kvaliteta, sa vodom koje se mora ozbiljnije prečišćavati, nameće i razvoj metoda za uklanjanje pojedinih efluenata. U radu (*Jovanović, 2011*) razmatraju se posebni postupci za uklanjanje

arsena koji se javljaju u nekim izvorištima u Srbiji, a koja se nalaze u osnovnom vodonosnom sloju, dok se u radu (Ljubisavljević, 2012) razmatra uklanjanje nitrata primjenom biološke denitrifikacije. U kontekstu tih procesa treba posmatrati i istraživanja optimalne eksploatacije postojećeg izvorišta u Sokolovićima (Hadžić, 2007).

Definiranje izdašnosti izvorišta podzemnih voda spada u veoma složene hidrotehničke zadatke. Ne može se poistovjetiti sa izdašnošću vodozahvatnih objekta, niti se može promatrati kao veličina koja je vremenski konstantna. Po svojoj fizičkoj suštini može se promatrati kao količina vode koja se obnavlja, odnosno protočna količina vode, ovisna o prihranjivanju izvorišta, [3]. Postoji više pristupa rješavanju ovakvih hidrotehničkih zadataka, koji imaju za cilj definiranje izdašnosti izvorišta, odnosno definiranje optimalnih količina vode, koje se mogu zahvatiti sa nekog područja, za zadate kriterije, u analiziranom vremenskom periodu.

Sa razvojem računarske tehnike, sve je uobičajenija primjena matematičkog modeliranja čija se prednost najjednostavnije očituje kroz mogućnosti simuliranja različitih eksploatacionih šema, pa time i prognoziranja njihovih efekata na izvorište u cjelosti. Međutim, samo korištenje matematskih modela, često, ne može biti dovoljno u rješavanju ovako složenog zadatka, obzirom da postoje i drugi ograničavajući faktori, koji proističu iz kaptažne sposobnosti bunara, filtracione stabilnosti pribunarske zone, prirodnih karakteristika vodonosnika, načina upravljanja izvorištem i sl.

2. KARAKTERISTIKE IZVORIŠTA PODZEMNIH VODA U SARAJEVSKOM POLJU

Sarajevsko polje predstavlja aluvijalnu zaravan koja hidrogeološki gledano čini veliki rezervoar podzemne vode, u čijem je gornjem dijelu formirana izdan sa slobodnom površinom. Sa jugozapadne i zapadne strane ograničeno je krečnjačkim masivom Igmana, koji čini bočnu i djelomično podinsku barijeru na ovom dijelu polja. Sa svih ostalih strana okruženo je miocenskim sedimentima koji čine podinsku i bočnu barijeru kvartarnim vodonosnim sedimentima.

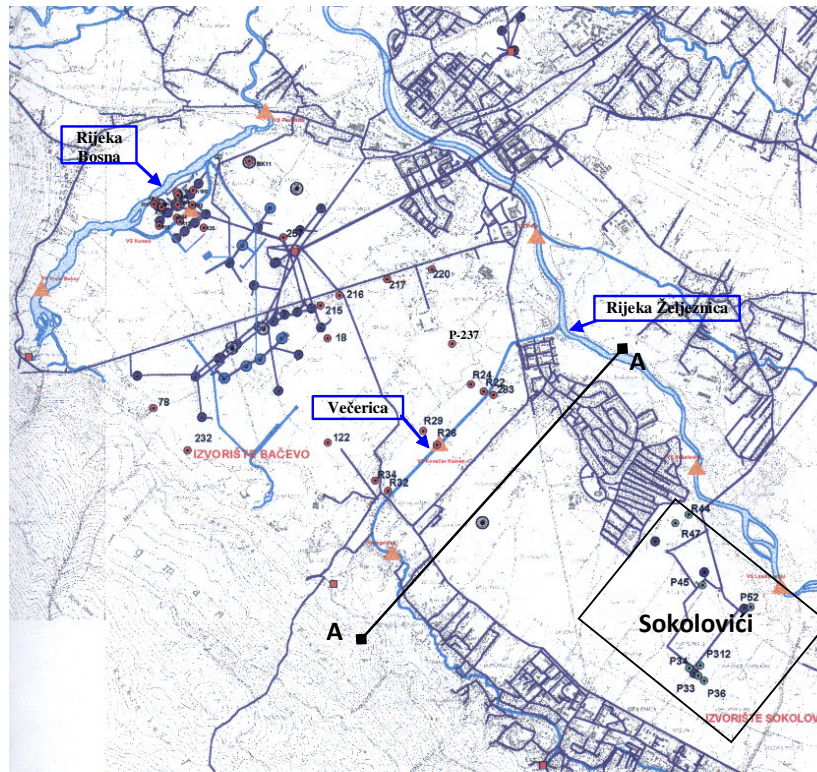
U karstifikovanim krečnjacima šireg izvorišnog prostora se akumuliraju izvjesne količine vode, koje se prazne preko prelivnih izvora, među kojima je i Vrelo Bosne. Prema istraživanjima, kojih je u odnosu na izuzetno složenu morfološko-geološko-hidrogeološku građu terena malo, debljina kvartarnih sedimenata varira u prostoru polja, od oko 70 m na sjevernom dijelu, do oko 30 m na južnom dijelu Sarajevskog polja. U dubljim zonama teren izgrađuju jezersko-barski sedimenti slabije vodopropusnosti, nakon čega slijedi sloj gline, te šljunkovito-drobinski materijali, deponovani na najvedim dubinama (slika 2).

Na prirodno prihranjivanje akumulacije podzemnih voda, osim rijeka Bosne i Željeznice koje čine konturu polja, veliki utjecaj imaju i vode planina Igmana i Bjelašnice, koje dijelom pripadaju slivu rijeke Bosne. Prema rezultatima prethodnih istraživanja, koja se na ovom području provode još od 50-tih godina prošlog stoljeća, utvrđeno je da se prirodno obnovljive količine podzemnih voda u Sarajevskom polju, kreću od 600-1250 l/s. Prekomjerna eksploatacija, koja iznosi od 2500 do 3200 l/s, uzrokovala je sniženje nivoa vode u polju što je uvjetovalo primjenu vještačkog prihranjivanja. Od tada, nastali deficit u količinama uglavnom se nadoknađuje vještačkim prihranjivanjem, i to vodom iz rijeke Bosne, bez prethodne obrade.

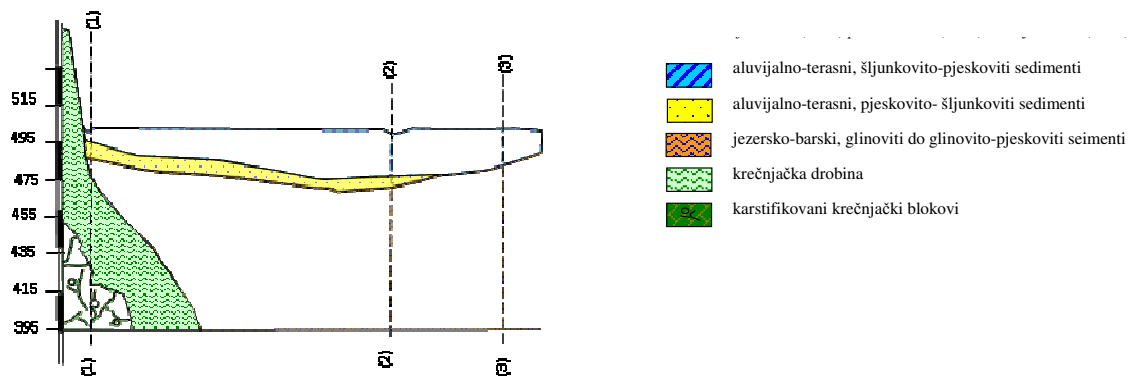
Dio polja koji predstavlja prostor za eksploataciju podzemnih voda podijeljen je u nekoliko izvorišnih zona, (slika 1). Izvorišni prostor Sokolovići, dio je izvorišne zone Sarajevskog polja i nalazi se, u odnosu na smjer tečenja podzemnih voda, uzvodno od preostala dva izvorišta (Bačevo i Konaci). Ovaj izvorišni prostor izgrađuju šljunkovito-pjeskoviti sedimenti debljine 15 do 30 m.

3. IZBOR KRITERIJA ZA DEFINIRANJE OPTIMALNOG KAPACITETA

Obzirom na značaj rijeke Željeznice u prihranjivanju prostora Sarajevskog polja, te na činjenicu da se izvorište Sokolovići nalazi neposredno uz njenu lijevu obalu, kao logičnim se nameće zadatak definiranja njegove izdašnosti u količini koja neće narušiti izdašnost nizvodnih izvorišta, vodeći pri tom računa o tehničkim karakteristikama već izgrađenih bunara i filtracionoj stabilnosti pribunarske zone. S tim u vezi, definirana su tri kriterija.



Slika 1. Eksploataciona zona izvorišta podzemnih voda u Sarajevskom polju, sa izdvojenom izvorišnom zonom Sokolovići (1900x1260 m),



Slika 2. Shema litoloških sedimenata u vertikalnom stubu razvija šireg istražnog prostora, [3]
 Profil A - A: (1 - 1) potok VečERICA - (2 - 2) r. Željeznica - (3 - 3) Kasindolski potok

Prvi kriterij podrazumjeva je definiranje graničnih vrijednosti infiltracije voda rijeke Željeznice u prostor Sokolovića u količini koja neće prekoračiti prirodnu infiltraciju i koja ovisi od riječnog proticaja, stepena kolmiranosti korita i hidrauličkog gradijenta (razlike nivoa podzemne vode i nivoa vode u rijeci). Prema rezultatima hidrološke obrade bilansa voda u Sarajevskom polju za period 1984, 1985, 1986 i 1987.

godina, pokazalo se, da se infiltracija voda iz rijeke Željeznice u prostor Sarajevskog polja (od VS Krupac do VS Ilidža), kreće u količinama od 700 do 1200 l/s. Definiranje infiltracionih količina se izvršilo pomoću matematskog modeliranja, što je prikazano u nastavku, usvajajući granicu izvorišta Sokolovići prema rijeci Željeznici u dužini od 1900 m.

Tabela 1. Proračunate vrijednosti dozvoljenih brzina na ulasku u prifiltersku zonu bunara

Podaci o bunarima				Bunar BSK-2	Bunar BSK-3	Bunar BSK-4	Bunar BSK-5
				*k=0,00216 m/s, dužina filtra 21 m	*k=0,0053 m/s, dužina filtra 10,5 m	*k=0,0023 m/s, dužina filtra 19,5 m	*k=0,0042 m/s, dužina filtra 13,5 m
Dozvoljene brzine računate po različitim kriterijima							
Kriterij 1	Kriterij dozvoljenih brzina, (m/s)	Sichardt	$v_d = \sqrt{k}/15$	0,00309	0,0048	0,0032	0,0043
		Huisman	$v_d = \sqrt{k}/30$	0,00154	0,0024	0,0016	0,0022
		Abramov	$v_d = \sqrt[3]{k}/30$	0,0043	0,0058	0,0044	0,0054
		Kovač	$v_d = \sqrt[3]{k}/110$	0,00117	0,00158	0,0012	0,0015
Kriterij 2	Kriterij Reynolds-ovog broja	$Re = \frac{v_{doz} \cdot d_{10\%}}{\nu} < 6$ ($d_{10\%}$ -se odnosi na zasip)	$v_{doz} = \frac{Re \cdot \nu}{d_{10\%}}$	0,00224	0,00207	0,00202	0,00197

(*) vrijednosti koeficijenta filtracije su dobijeni obradom podataka probnog crpljenja bunara

Tabela 2. Proračunate vrijednosti dozvoljenog eksploatacijskog kapaciteta bunara

Oznaka bunara	Kapacitet bunara Q (l/s)				
	po kriteriju filtracione stabilnosti				po kriteriju
	po Zidhart-u	po Huisman-u	po Abramov-u	po Kovač-u	Reynolds-a
BSK2	163.45	81.72	227.30	61.99	88.85
BSK3	192.02	96.01	229.93	62.71	54.56
BSK4	234.92	117.46	323.30	88.17	98.72
BSK5	219.77	109.89	273.57	74.61	66.64
Σ	810.16	405.08	1054.10	287.48	308.76

Drugi kriterij podrazumjeva je definiranje kapaciteta svakog bunara na prostoru izvorišta Sokolovići uvažavajući tehničke karakteristike bunara, obezbjeđujući filtracionu stabilnost pribunarske (filterske) zone i ostajući pri tom u laminarnom režimu tečenja. Za očuvanje filtracione stabilnosti, analizirani su kriteriji dozvoljenih brzina na ulasku u prifiltersku zonu bunara, (kriterij Zihart-a, Huisman-a, Abramov-a i Kovač-a), zatim kriteriji dozvoljenih brzina sa gledišta obezbjeđenja laminarnog režima strujanja u prifilterskoj zoni bunara (kriterij Reynolds-ovog broja). Rezultati ovih analiza i primjenjene formule su dati u tabeli 1.

Dozvoljeni eksploatacioni kapaciteti se prema prethodno navedenim kriterijima, mogu proračunati koristeći jednačine za:

Kriterij dozvoljenih brzina: $Q_{doz} = v_d H D_b \pi (H - \text{debljina vodonosnika}, D_b - \text{promjer bušenja bunara}), i$

Kriterij Reynolds-ovog broja: $Q_{doz} = v_{doz} H_f D_f \pi (H_f - \text{dužina filterske konstrukcije}, D_f - \text{promjer filterske konstrukcije}).$

Treći kriterij podrazumjeva je definiranje vrijednosti prirodnog proticaja podzemnih voda od izvorišta Sokolovići prema izvorištu Bačevu u periodu prije puštanja izvorišta Sokolovići u eksploataciju. Kao polazište za definiranje kriterija koji bi u sebi nosio moguća ograničenja podzemnog proticaja prema Bačevu, poslužile su ranije urađene analize i istraživanja. Rezultati modeliranja Sarajevskog polja, urađenog 1985. godine, za najkritičniji (najsušniji) registrovani period, period 1983-84 godina, pokazali su da proticaj podzemnih voda iz pravca izvorišta Sokolovići prema Bačevu iznosi oko 230 l/s vode, [6].

4. MATEMATIČKO MODELIRANJE IZVORIŠTA SOKOLOVIĆI-PRIMJENA METODE KONAČNIH VOLUMENA

Uvažavajući prethodno definirane kriterije koji su u sebi sadržavali ograničenja doticaja iz pravca rijeke Željeznice, ograničenja oticaja iz prostora izvorišta Sokolovići prema Bačevu, i ograničenja crpljenja sa četiri bunara u Sokolovićima, urađena je hidrodinamička analiza izvorišta Sokolovići.

Proces modeliranja započet je formiranjem konceptualnog modela¹, koji zapravo predstavlja shematizaciju prostora u kojem se odvija tok podzemne vode, kao i uvjeta koji vladaju unutar ili u okruženju, i njihovih odlika. Matematski model podrazumijeva osnovnu diferencijalnu jednačinu strujanja podzemnih voda (Boussinesq-ova jednačina), početne i granične uvjete, te obzirom da se radi o kompleksnijem konceptualnom modelu, koji se ne može direktno riješiti, i korištenje numeričkih metoda, odnosno kompjuterskih programa². Većina kompjuterskih programa za modeliranje podzemnih voda su bazirani na nekoj od numeričkih metoda za rješavanje složenih matematskih jednačina. U radu je predstavljeno rješenje Boussinesq-ove jednačine metodom konačnih volumena (MKV). Korišten je kompjuterski program Comet³. Comet je višenamjenski CCM-softver napisan u ANSI standard C i ANSI FORTRAN 77, operativni sistem Linux, za rješavanje problema mehanike kontinuuma (tekućina i čvrstih tijela). Programski paket je napisan u modularnoj formi, sa mogućnošću daljeg razvijanja i poboljšavanja.

Kao što je poznato, osnovna diferencijalna jednačina nestacionarne približno ravanske filtracije podzemnih voda u homogenim i izotropnim granularnim sredinama (Boussinesqova jednačina), ima slijedeći oblik:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W = \epsilon \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

Gdje je: H-nivo podzemnih voda (m), h-debljina vodnosnog sloja (m), k-prosječni koeficijent filtracije (m/s), ϵ - efektivna poroznost, $T=kh$ - vodopropusnost (transmisibilitet) sloja, W-efektivni intenzitet hranjenja podzemnih voda (m/dan)

Ukoliko se pretpostavi da je vodopropusnost toka (T) konstantna, (uvođenjem "srednje debljine" vodonosnog sloja, h_{sr} , $T=kh=kh_{sr}=\text{const}$), osnovna nelinearna jednačina (1) se može svesti na linearnu. U posebnim uvjetima kada se strujanje podzemne vode može smatrati kvazistacionarnim (u periodu malih promjena hidrodinamičkih veličina u toku vremena), Boussinesq-ovu jednačinu se može napisati u slijedećem obliku:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) + W = 0 \quad (2)$$

Obzirom da se ne može riješiti u općem obliku, u inženjerskoj praksi, između ostalih numeričkih metoda za njeno rješavanje koristi se metoda konačnih volumena. S tim u vezi se, zbog jednostavnijeg fizičkog razumjevanja, Boussinesq-ova jednačina može napisati u općem obliku:

$$B \frac{dh}{dt} = \text{div}(\Gamma \text{grad}h) + q \quad (3)$$

Gdje su: h – piježometarska visina, q – doticaj ili oticaj u elementarnu zapreminu, B i Γ – tzv. inercioni i difuzioni koeficijenti, koji su različito definirani, ovisno da li se radi o strujanju pod pritiskom ili strujanju sa slobodnom površinom.

Za izdan pod pritiskom: $B = Cs \cdot d$, $\Gamma = k \cdot d$ (koeficijent transmisibiliteta);

Za izdan sa slobodnom vodnom površinom: $B = Cya$, $\Gamma = k \cdot h$. Gdje su: Cs – specifični koeficijent uskladištenja, d – moćnost ili debljina vodonosnika, k – koeficijent filtracije, Cya – stvarna specifična moćnost vodonosnika.

¹ Po definiciji model u užem smislu predstavlja pojednostavljenu sliku realnog sistema.

² Prema Prickett-u, (1975), postoji nekoliko tipova modela koji se koriste za proučavanje sistema tečenja podzemnih voda. Mogu se podijeliti u tri jednostavne kategorije: *fizički modeli*, *analogni modeli*, koji uključuju modele viskozno fluida i električne modele, zatim *matematički modeli* koji uključuju analitičke i numeričke modele.

³ Razvijen u Institute of Computational Continuum Mechanics GmbH, Hamburg, Njemačka.

Jednačina (3) napisana u integralnoj formi ima oblik:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V BhdV = \int_S \Gamma \text{grad}h \cdot n dS + \int_V qdV \quad (4)$$

Gdje su: V – proizvoljna zapremina ograničena površinom S , n – jedinični vektor vanjske normale na površinu S .

Početni i granični uvjeti MKV

Jednačina (2), odnosno (4), je parcijalna diferencijalna jednačina kojom je predstavljena distribucija pritiska, odnosno pijezometarskih visina u prostoru i vremenu. Za njeno rješavanje neophodno je poznavati početne i granične uvjete. Početni uvjeti podrazumjevaju poznavanje pijezometarskih visina u svim tačkama posmatranog prostora u nekom početnom (odabranom) trenutku vremena. Granični uvjeti u općem slučaju, kako je već rečeno, mogu se klasificirati u dvije skupine, kao Dirichlet-ovi $\Pi_G(x,y,t)$ i kao Neuman-ovi granični uvjeti $Q_G(x,y,t)$.

Diskretizacija prostora i vremena

MKV podrazumjeva diskretizaciju domena rješavanja (prostora i vremena) i diskretizaciju jednačine (4). Kao rezultat dobija se sistem, u općem slučaju nelinearnih algebarskih jednačina koji se zatim rješava određenim iterativnim postupkom, [4].

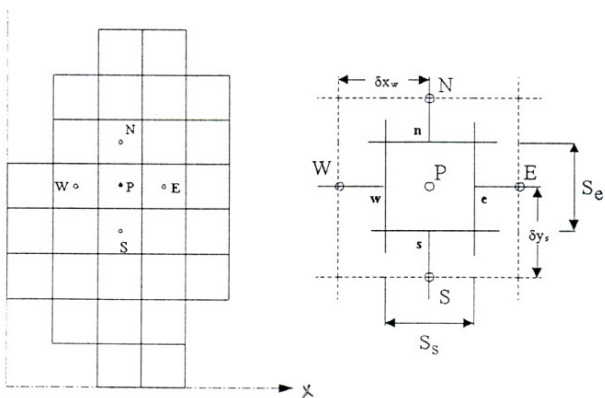
Prvo se posmatrani vremenski interval podijeli na jednak broj podintervala δt , a posmatrana oblast na proizvoljan broj podoblasti, tzv. kontrolnih volumena (KV) ili ćelija, koje čine tzv. numeričku mrežu. Računske tačke se smještaju u centre ćelija. Obzirom da je kod strujanja podzemne vode dominantno ravansko strujanje, tako je i postupak diskretizacije razmatran u dvodimenzionalnom (2D), ravanskom problemu u Cartezijskim (Descartes-ovim) koordinatama.

Na slici 3 prikazan je primjer 2D Cartezijske mreže, gdje je korištena standardna kompasna notacija. Tačka P označava centar promatrane ćelije, a tačke N, E, W i S njene susjede, dok n , e , w , s predstavljaju centre na stranicama ćelije promatranog KV prema susjedima.

Jednačina (4) se napiše za svaki KV,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{KV} BhdV = \sum_k \int_{S_k} \Gamma \text{grad}h \cdot n dS + \int_{KV} qdV \quad (5)$$

(k=e, w, n, s)



Slika 3. 2D Domen računanja sa tipičnim kontrolnim volumenom, [4]

Primjenjujući metodu centralne tačke na rješavanje površinskih i zapreminskih integrala i pretpostavljajući linearnu varijaciju između susjednih računskih tačaka prilikom računanja gradijenata (u vremenu i prostoru), jednačina (5) aproksimira se slijedećom algebarskom jednačinom:

$$\frac{BV}{\delta t} (h_p - h_p^{(m-1)}) = \left(\Gamma \frac{S}{\delta x} \right)_e (h_e - h_p) - \left(\Gamma \frac{S}{\delta x} \right)_w (h_p - h_w) + \left(\Gamma \frac{S}{\delta y} \right)_n (h_n - h_p) - \left(\Gamma \frac{S}{\delta y} \right)_s (h_p - h_s) + q_p V_p \quad (6)$$

Gdje je: $h_p^{(m-1)}$ – vrijednost pijezometarske visine iz prethodnog vremenskog perioda.

Ukoliko se u jednačinu (6) uvrste slijedeće oznake:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \left(\Gamma \frac{S}{\delta x} \right)_e, a_N = \left(\Gamma \frac{S}{\delta y} \right)_n, \\ a_W &= \left(\Gamma \frac{S}{\delta x} \right)_w, a_S = \left(\Gamma \frac{S}{\delta y} \right)_s, \\ a_p &= \sum_K a_K + \frac{BV}{\delta t} h_p^{(m-1)} \\ b &= q_p V_p + \frac{BV}{\delta t} h_p^{(m-1)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

dobija se jednačina oblika:

$$a_p h_p - \sum_K a_K h_K = b \quad (K = E, W, N, S) \quad (8)$$

Pretpostavka o linearnoj varijaciji u prostoru rezultira tzv. centralnim diferenciranjem, koji je drugog reda tačnosti, dok diskretizacija vremenskog člana odgovara implicitnoj Eulerovoj metodi, koja je prvog reda tačnosti. Metoda centralne tačke je takođe drugog reda tačnosti [4].

Procedura rješavanja

Za svaku ćeliju diskretizovanog domena računanja, može se napisati jednačina (8), što rezultuje dobijanjem sistema od N , u općem slučaju nelinearnih algebarskih jednačina, u kojima figuriše vektor h_i ($i = 1, 2, \dots, N$) kao nepoznata varijabla. Ovaj sistem se rješava iterativno na sljedeći način. Prvo se uvrste vrijednosti početnih uvjeta i jednačina (8) se linearizira, pretpostavljajući da su svi koeficijenti poznati. Ovo se posebno odnosi za slučaj izdani sa slobodnom vodnom površinom, gdje je difuzioni koeficijent funkcija pijezometarske visine, koji se linearizira tako da se koristi vrijednost h iz prethodnog vremenskog koraka ili prethodne iteracije. Matrica koeficijenata ovako linerizovanog sistema je rijetka, pozitivno definitna, simetrična i dijagonalno dominantna što je dovoljan uvjet za konvergenciju većine iterativnih solvera⁴.

Nakon što se riješi ovaj linerani sistem, inoviraju se koeficijenti i izvorni član, procedura rješavanja se ponavlja, sve dok se ne dobije konvergentno rješenje. Rješenje se smatra konvergentnim, ako je vrijednost sume apsolutnih normalizovanih ostataka pala ispod unaprijed zadanog nivoa, tj. ako je,

$$\sum_{i=1}^N \left| \sum_K a_K h_K + b - a_p h_p \right| \leq p N_i \quad (9)$$

gdje je: p – reda veličine 10-3, N_f – normalizacioni faktor.

Ako sukcesivne promjene zavisno promjenljive zadovolje slijedeći uvjet,

$$\left| h_i^\ell - h_i^{\ell-1} \right| \leq r \left| h_i^\ell \right| \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (10)$$

gdje je: r – reda veličine 10^{-3} , ℓ i $(\ell - 1)$ – indeksi koji se odnose na dvije uzastopne iteracije.

Pošto su koeficijenti i izvorni član aproksimirane vrijednosti (bazirane na vrijednosti iz prethodne iteracije ili vremenskog koraka), nema potrebe da se sistem lineranih algebarskih jednačina rješava sa velikom tačnošću, tj. smanjivanje sume apsolutnih ostataka za jedan red veličine često je dovoljno. Zbog promoviranja stabilnosti postupka rješavanja, ponekad je potrebno provesti podrelaksaciju, što se može uraditi zamjenom vrijednosti a_p i b sa,

$$\begin{aligned} a_p &\Rightarrow a_p + \frac{1-\beta}{\beta} a_p \\ b &\Rightarrow b + \frac{1-\beta}{\beta} a_p h^{\ell-1} \end{aligned} \quad (11)$$

Gdje je β podrelaksacioni faktor čija se vrijednost obično kreće od 0,8 do 1.

Nakon izračunavanja pijezometarskih visina moguće je, koristeći Darcy-ev zakon izračunati specifične protoke, brzine podzemne vode i doticaje sa hidrogeoloških granica.

4. PRIMJENA MODELIRANJA PODZEMNIH VODA NA IZVORIŠTE SOKOLOVIĆI

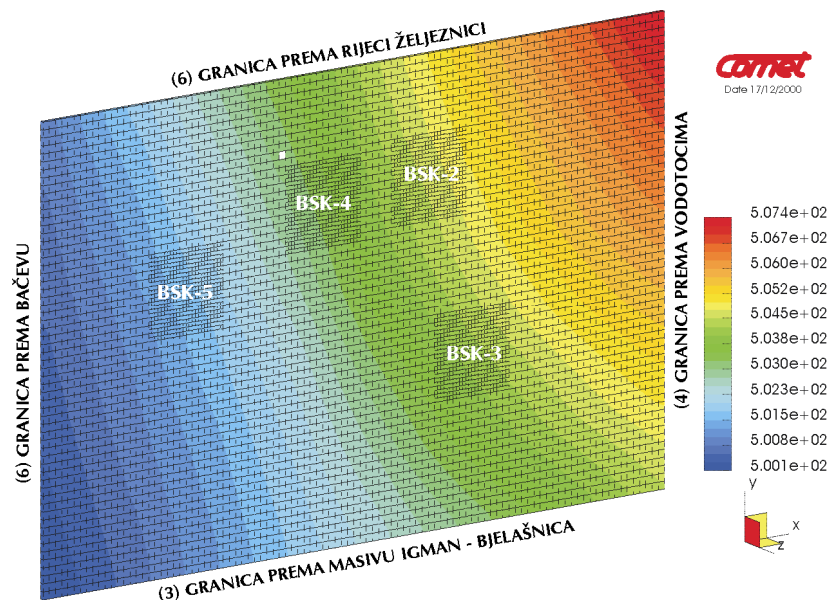
Analizirano područje izvorišta Sokolovići je diskretizovano mrežom 100x60 kontrolnih zapreminacelija (slika 4). Numerička mreža oko bunara rafinirana je dodatno. Gustina i veličina elemenata prilagođena je geometriji razmatranog prostora, te eksploatacionim objektima. Interakcija između razmatranog područja i "odbačenog" područja nadomještena je konturnim uvjetima - vrijednostima pijezometarskih pritisaka po konturama, u prirodnim uvjetima. Konturni uvjeti

⁴ Ovdje je korišten algoritam Incomplete Cholesky Conjugate Gradient - ICCG, [13]

definirani su za tri izabrana, različita, hidrološka stanja koja se odnose na period prije početka crpljenja podzemnih voda sa izvorišta Sokolovići.

Kako je dosadašnjim istraživanjima potvrđeno, najveći utjecaj na nivoe podzemnih voda izvorišta Sokolovići, ima infiltracija iz rijeke Željeznice. S tim u vezi, kao početni uvjeti, usvojeni su izmjereni nivoi podzemnih voda na izvorištu Sokolovići u periodima minimalnih, srednjih i povećanih voda rijeke Željeznice, pa je i hidrodinamička analiza urađena za tri pomenuta

hidrološka stanja. Prvo analizirano hidrološko stanje - stanje malih voda, kada je proticaj rijeke Željeznice na VS Ilidža iznosio je svega 0,189 m³/s, sa poznatom potencijalnom slikom na razmatranom prostoru. Drugo hidrološko stanje - stanje srednjih voda rijeke Željeznice sa poznatim nivoima podzemnih voda na razmatranom području, kada je proticaj na VS Ilidža - Željeznica, iznosio 7,2 m³/s. Treće hidrološko stanje, bilo je stanje povećanih voda rijeke Željeznice, kada je proticaj na na VS Ilidža iznosio 28 m³/s.



Slika 4. Situacija razmatranog područja izvorišta Sokolovići sa ucrtanom numeričkom mrežom 100x60, dodatno rafiniranom oko bunara

4.1. Tariranje - kalibracija modela

Tariranje matematičkog modela je provedeno hidrauličkim proračunima za strujanje podzemne vode u kvazistacionarnim uvjetima, za tri pomenuta hidrološka stanja. Prilikom tariranja matematičkog modela početne vrijednosti koeficijenta filtracije u neposrednoj okolini bunara dobijene su obradom rezultata prethodno provedenih probnih crpljenja, dok su početne vrijednosti koeficijenta filtracije za ostali dio razmatranog prostora preuzete iz dostupne literature. Konturni, Dirichlet-ovi uvjeti definirani su za tri različita hidrološka stanja kao $\Pi_G(x,y)$, za promatrani vremenski presjek t , odnosno izabrano hidrološko stanje. Debljine vodonosnog sloja h , za svaku ćeliju, definirane su kao razlika piježometarskih pritisaka i kota podine u centru ćelije.

Uporedbom podataka mjenjenih u prirodi i podataka dobijenih modeliranjem, kao i ponovnom analizom ulaznih podataka, vršene su popravke pretpostavljenih veličina. Sukcesivnom primjenom ovog postupka, postepeno se približavalo potpunom usklađivanju mjenjenih i proračunskih vrijednosti piježometarskih pritisaka (stvarno mjenjenih nivoa podzemnih voda). Za svaku iteraciju vršena je kontrola proticaja na granicama, odnosno jednačina kontinuiteta. Kada su postignuti ciljevi dva kriterija, usklađivanje piježometarskih pritisaka mjenjenih i dobijenih i kada je proračunata razlika dotječućih i otječućih količina vode na granicama, u uvjetima bez eksploatacije, bila približna nuli, tj. $\Sigma Q_{ULAZ} - \Sigma Q_{IZLAZ} = 0$, smatralo se da je model istariran, tj. da su hidrodinamičke karakteristike sredine određene primjenom matematičkog modela. Na

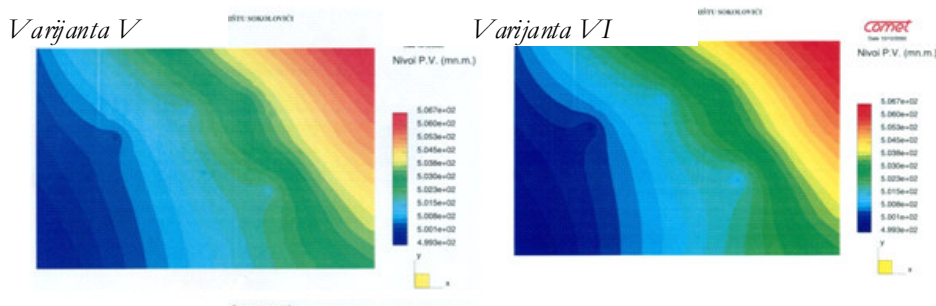
taj način, nakon niza iteracija, dobijene su vrijednosti transmisibiliteta za svaku kontrolnu ćeliju.

4.2. Eksploatacione šeme

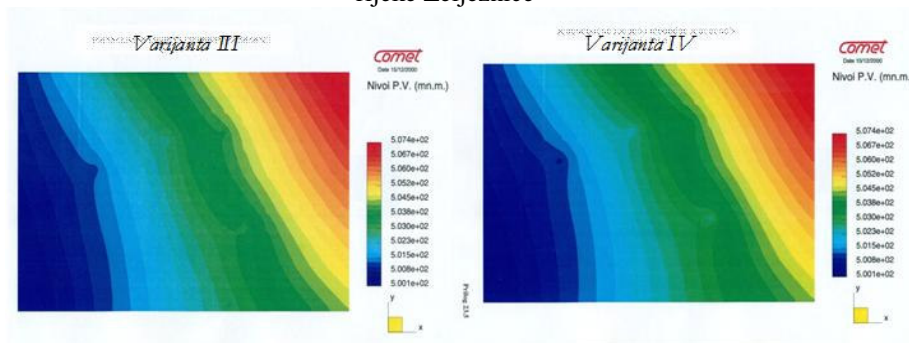
Na istariranom matematičkom modelu, za tri analizirana hidrološka stanja, provedeni su hidrodinamički proračuni za strujanje podzemne vode u kvazistacionarnim uvjetima, za različite eksploatacione šeme (varijante) pri zahvatanju podzemnih voda izvorišta Sokolovići. Provedene simulacije uključivale su raspon eksploatacionih količina od 50 do 620 l/s, odnosno 50 l/s-varijanta I, 100 l/s-varijanta II, 200 l/s-varijanta III, 280 l/s-varijanta IV, 330 l/s-varijanta V, 440 l/s-varijanta VI i

620 l/s-varijanta VII, za svako od tri hidrološka stanja (ukupno 21 simulacija).

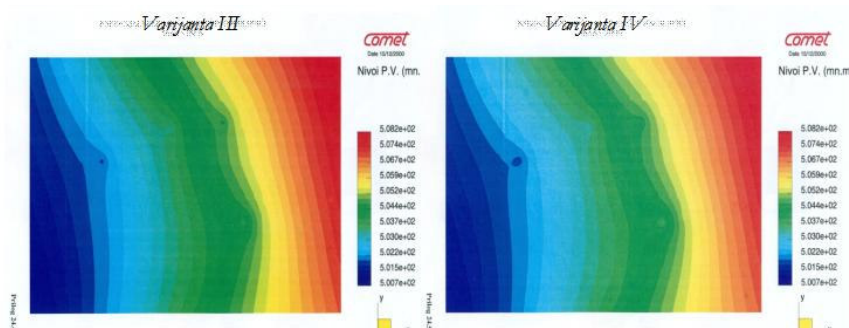
Cilj simulacija bio je, da se ustanove prirodno obnovljive količine podzemne vode za svaku hidrološku situaciju, odnosno količine koje bi se mogle eksploatirati sa razmatranog prostora, a da se pri tom zadovolje postavljena ograničenja, te da se utvrde glavni pravci prihranjivanja, kao i količine koje sa granica modela dotječu, odnosno otječu iz razmatranog područja, za zadate uvjete. Na slikama 5, 6 i 7, su prikazani rezultati modeliranja-potencijalna slika, za po dvije proizvoljno odabrane simulacije, za tri hidrološka stanja.



Slika 5. Potencijalne linije na izvrištu Sokolovići za simulirane varijante eksploatacije, hidrološko stanje malih voda rijeke Željeznice



Slika 6. Potencijalne linije na izvrištu Sokolovići za simulirane varijante eksploatacije, hidrološko stanje srednjih voda rijeke Željeznice



Slika 7. Potencijalne linije na izvrištu Sokolovići za simulirane varijante eksploatacije, hidrološko stanje povećanih voda rijeke Željeznice

5. ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA

Rezultati primjene matematičkog modeliranja na izvorište podzemnih voda na lokalitetu Sokolovića pokazali su, da je pravac rijeke Željeznice dominantan pravac prihranjivanja za sva tri razmatrana hidrološka stanja. Značajan doticaj u razmatrano područje, dešava se i kroz granicu modela prema Vojkovićima.

U hidrološkom stanju malih voda rijeke Željeznice doticaj kroz granicu prema Vojkovićima je oko tri puta manji od doticaja kroz granicu prema rijeci Željeznici, u hidrološkom stanju srednjih voda manji je oko dva puta, a u hidrološkom stanju povećanih voda rijeke Željeznice, taj doticaj je manji oko 1,5 puta od doticaja kroz granicu prema rijeci Željeznici.

Oticanje kroz granicu prema masivu Igman-Bjelašnica dešavalo se u različitim količinama i najveće je bilo u periodu malih voda rijeke Željeznice i malih crpljenih količina sa bunara u Sokolovićima. U hidrološkoj situaciji povećanih voda, kada su crpljene količine sa bunara prešle vrijednost 200 l/s, dešavao se obrnuti proces tj. došlo je do prihranjivanja razmatranog područja sa ove granice.

Koeficijenti transmisibiliteta, dobijeni modelom, kretali su se od $2 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ do $9.1 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ i bili su veći na dijelu prostora oko rijeke Željeznice, dok su najmanji bili na granici prema obroncima masiva Igman-Bjelašnica.

Za tri hidrološka stanja, kroz sve razmatrane varijante simulacije crpljenja, oticanje vode prema Bačevu dešavalo se u količinama koje su se kretale između 180 l/s i 300 l/s. Indikativno je da se razlike u količini vode koja otječe prema ovoj granici nisu puno mijenjale sa promjenom crpljenih količina. Oticanje kroz ovu granicu u tzv. "nultom stanju" (stanju bez crpljenja) i sa maksimalnim simuliranim crpljenim količinama, se kroz tri razmatrana hidrološka stanja umanjilo za cca. 100 l/s.

Rezultati matematskog modeliranja izvorišta Sokolovići su pokazali da se crpljenje vode iz Sokolovića treba mijenjati ovisno od hidroloških uvjeta, da bi doticaj iz pravca Željeznice ostao u granicama koje su dobijene eksperimentalnim istraživanjem, te da bi proticaj prema Bačevu bio u traženoj količini.

S tim u vezi, za hidrološko stanje malih voda su rezultati modela pokazali da se maksimalno crpljenje iz

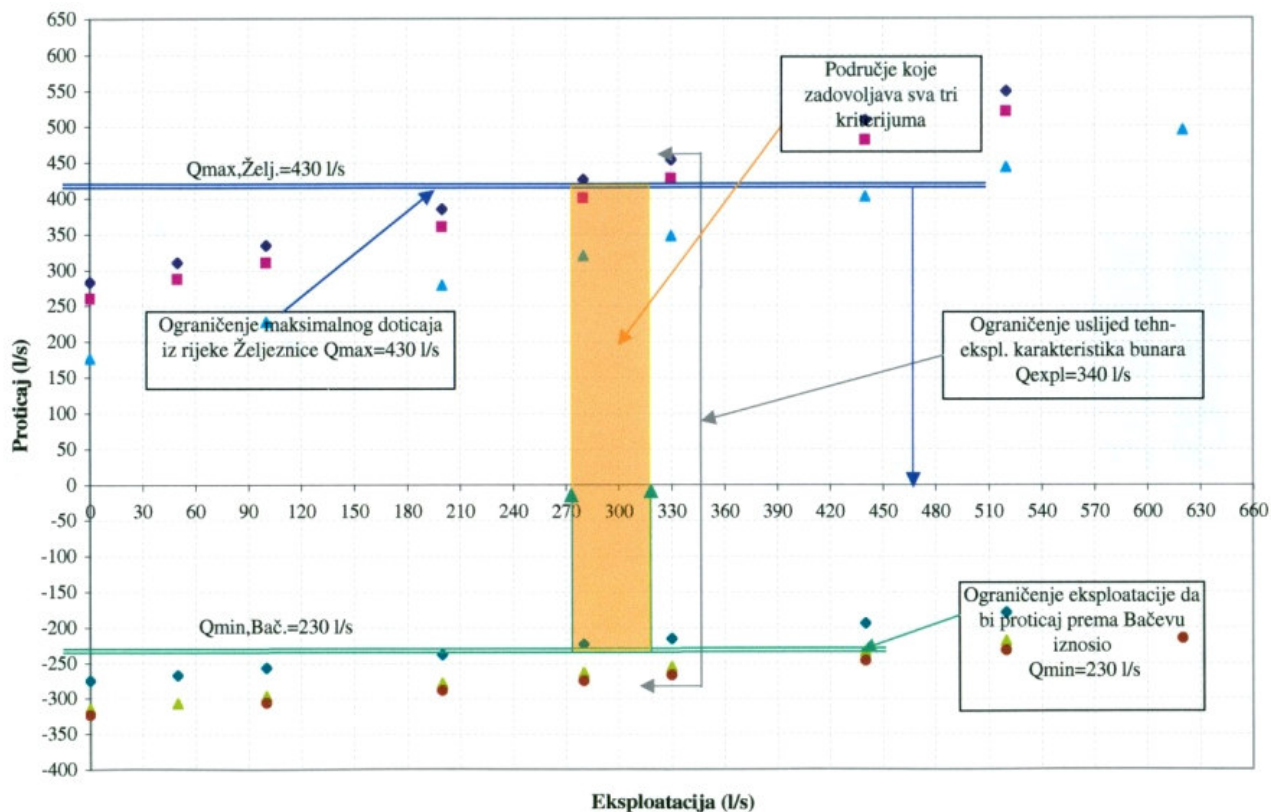
Sokolovića treba ograničiti na količinu od 280-310 l/s. Crpljenje u periodu srednjih voda rijeke Željeznice treba ograničiti na količinu od 330 l/s, dok se u period velikih voda može crpiti do 520 l/s. Što bi u konačnici značilo da se pojedinačni kapacitet bunara kreće od 70-130 l/s. Međutim analizirajući ograničenja koja su nastala uslijed izvedbe bunara, te analizirajući filtracionu stabilnost prifilterske zone i kaptažne sposobnosti bunara, te izostavljajući dobijene rezultate po kriterijim Sichardt-a i Abramova-a, po kojima su dobijane visoke vrijednosti dozvoljenih brzina i proticaja, došlo se do slijedećih rezultata: za bunar BSK-2, preporučeni eksploatacioni kapacitet iznosi od 60 do 89 l/s, za bunar BSK-3, od 54 do 96 l/s, za bunar BSK-4, od 88 do 118 l/s, a za bunar BSK-5, od 66 do 110 l/s.

Uvažavajući prethodna ograničenja, rezultate dobijene matematskim modeliranjem tečenja podzemnih voda metodom konačnih volumena, te rezultate provedenih analiza, izvršena je višekriterijumska optimizacija tri raznorodna kriterijuma. Kompromisno rješenje koje zadovoljava sva tri postavljena kriterijuma, iste težine, dalo je optimalne količine koje bi se trebale crpiti sa prostora izvorišta u Sokolovićima, uz napomenu da su one vezane za usvojene pretpostavke i granične uvjete sa kojima se ušlo u proračun (slika 8).

Za razmatrana hidrološka stanja, usvojena pojednostavljena i granične uvjete sa kojima se ušlo u proračun, optimalne crpljenje količine vode, po tri navedena kriterijuma, trebale bi izositi od 270 do 320 l/s vode (slika 8). Eksploatacija podzemne vode u ovoj količini, uz načinjene pretpostavke i pojednostavljena, prema analiziranim kriterijima, može se smatrati kao eksploatacija optimalnih količina vode.

6. ZAKLJUČCI

U radu je napravljena analiza i reinterpretacija dosadašnjih istraživanja na prostoru izvorišta Sokolovići, koja je dala polazne, neophodne podatke i informacije za primjenu matematičkog modela. Primjenom metode konačnih volumena za strujanje podzemne vode u kvazistacionarnim uvjetima, simulirane su različite eksploatacione količine sa izvorišta Sokolovići sa ciljem utvrđivanja glavnih pravaca prihranjivanja, kao i količina koje sa granica modela dotječu, odnosno otječu iz razmatranog područja, za zadate uvjete.



Slika 8. Grafički prikaz kriterija za definiranje optimalnih eksploatacionih količina vode

Obzirom da postoje i drugi ograničavajući faktori, da bi se definirale optimalne količine vode koje se mogu zahvatiti sa nekog izvorišta, koji proističu iz kaptažne sposobnosti bunara, filtracione stabilnosti pribunarske zone, karakteristika vodonosnika, upravljačkih ograničenja i sl. u radu je izvršena višekriterijska optimizacija.

Obrada i analiza dobijenih rezultata, pokazala je, između ostalog, da je dominantno prihranjivanje iz pravca rijeke Željeznice. Rezultati provedene analize pokazali su također, da su karakteristike vodonosnika, kao i uvjeti koji vladaju na granicama modela, ograničavajuća, ali ne i jedina odlučujuća komponenta u definiranju optimalne izdašnosti nekog izvorišta.

LITERATURA

[1] Babac, D., Dimkić, M.: Hidrodinamička istraživanja izvorišta podzemnih voda-Knjiga 2, Institut za vodoprivredu "Jaroslav Černi", Beograd, 1989.

[2] Busuladžić, H. (2009): Konvencionalne metode prečišćavanja voda za piće, Vodoprivreda, 237-239

[3] Boreli, M., i dr.: Bilans podzemnih voda, Seminar, Jugoslovenski Komitet za međunarodnu hidrološku deceniju, Beograd, 1968.

[4] Demirdžić, I., Muzaferija, i.: Introduction to Computational Fluid Dynamics, University of Sarajevo, Sarajevo, 1997.

[5] Đurić, D. i drugi (2012): Hidrodinamička analiza proširenja izvorišta 'Petrovaradinska ada', Vodoprivreda, 258-260, s. 265-272

[6] Hadžić, E.: Prilog optimizaciji eksploatacionih količina izvorišta Sokolovići, Građevinski fakultet Sarajevo, Magistarski rad, 2001.

[7] Hadžić, E. (2007): Vertikalni bunar u ekstremno propusnim poroznim sredinama sa slobodnim nivoom, Vodoprivreda, N^o 228, s.143-148

- [8] Jovanović, B., D. Ljubisavljević, Lj. Rajaković (2011): Uklanjanje arsena iz vode adsorpcijom na nekonvencionalnim materijalima, *Vodoprivreda*, 252-254, s. 127-150
- [9] Kaluđerović, D. (2012): Prilog kalibraciji i i oceni parametara matematičkih modela podzemnih voda, *Vodoprivreda*, 258-260, s.233-240
- [10] Ljubisavljević, D, V. Rajaković-Ognjanović (2012): Uklanjanje nitrata iz vode za piće primenom biološke denitrifikacije, *Vodoprivreda*, 258-260, s.163-169
- [11] Majkić-Durusun, B. i drugi (2012): Uticaj opadanja nivoa podzemnih voda na procese starenja vodozahvatnih objekata, *Vodoprivreda*, 258-260, s.181-189
- [12] Milanović, S. i drugi (2012): Formiranje 3D modela karstnih kanala u zoni isticanja vrela kao podloga za zahvatanje podzemnih voda u karstu, *Vodoprivreda*, 258-260, s. 160-174
- [13] Pušić, M. i drugi (2012): Analiza uticaja nekih hidrogeoloških parametara na početni kapacitet bunara sa horizontalnim drenovima, *Vodoprivreda*, 258-260, s.175-181

DEFINING OPTIMAL EXPLOITATION FROM SOKOLOVIĆI GROUNDWATER SOURCE

by

Emina HADŽIĆ
Faculty of Civil Engineering, Sarajevo

Summary

After processing and analyzing the results of hydrogeological and hydrological research of sources of Sarajevsko polje, in this paper are given the ground water mathematical modeling of the source zone Sokolovići, in order to define the optimal water exploitation. The optimal solution is selected based on the three criteria: the provision of river inflow in amount of that will not exceed the natural infiltration in accordance with the appropriate geometry and boundary

conditions; ensuring at least minimum required flow to downstream groundwater source, in quantities that exploitation of Sokolovići water well will not compromise, and preservation of filtration stability of wells in the Sokolovići area.

Key words: optimal yield, water well, mathematical modeling, finite volume, filtration stability

Redigovano 12.07.2013.