UDK: 551.491.56
Originalni naučni rad

VERTIKALNI BUNAR U EKSTREMNO PROPUSNIM POROZNIM SREDINAMA SA SLOBODNIM NIVOOM

Emina HADŽIĆ
Građevinski fakultet u Sarajevu

REZIME

U radu je naglašena opravdanost ispunjenja uvjeta relativno malih sniženja, da bi se problem definiranja početne izdašnosti bunara u ekstremno propusnim poroznim sredinama sa slobodnim nivoom, velike moćnosti, mogao svesti na matematski znatno jednostavniji, problem definiranja početne izdašnosti bunara u izdanima pod pritiskom, za iste hidrogeološke uvjete, te da bi se zadovoljio uvjet filtracione stabilnosti bunara.

Ključne reči: porozna sredina, slobodna izdan, vertikalni bunar, relativno sniženje, filtraciona stabilnost

1. UVOD

Strujanje vode u poroznim sredinama prema bunaru koji kaptira izdan sa slobodnim nivoom je prostorno, pri čemu je, sa približavanjem bunaru, sve izraženija vertikalna komponenta strujanja. Naime, zbog izrazite trodimenzionalnosti strujanja u zoni bunara, u izdanima sa slobodnim nivoom, praktično ne vrijede polazne hipoteze korištene pri izvođenju osnovnih jednačina strujanja podzemnih voda.

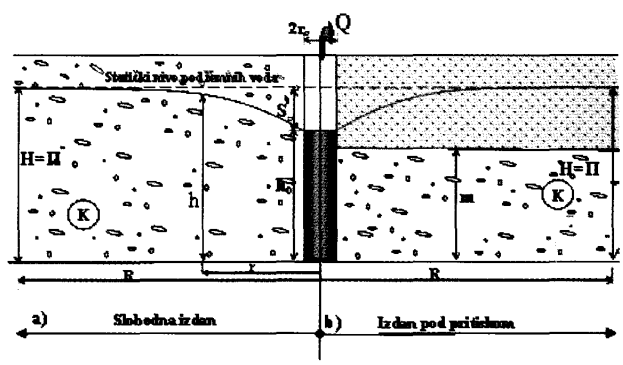
Da bi se ovakav tip strujanja matematski opisao, neophodno je uvesti odgovarajuće pretpostavke i uproštenja hidrogeoloških uvjeta tako da se strujanje može promatrati kao ravansko, odnosno radijalno.

2. STACIONARNO STRUJANJE KA VERTIKALNOM BUNARU

Polazeći od Darcy-evog zakona, prvo matematičko rješenje stacionarnog strujanja ka vertikalnom bunaru, dao je J. Dupuit. Dupuit je uveo važnu pretpostavku da je unutar konusa depresije, potencijal konstantan kroz bilo koji vertikalni presjek izdani, i da se može predstaviti visinom vode. Pretpostavljajući mali pad i postepeno promjenljivo kretanje, pretpostavio je da su ekvipotencijalne linije vertikalne, a da je brzina predstavljena samo svojom horizontalnom komponentom, konstantnom duž svake vertikale.

U tom smislu, diferencijalna jednačina stacionarnog strujanja ka vertikalnom bunaru[1], za radijalni tok pod pritiskom, po Dupuit-u, ima slijedeći oblik:

$$Q_r = 2\pi\, r\, h\, K \frac{dh}{dr} \tag{1}$$



Slika 1. Shematski prikaz izdani sa slobodnim nivoom i izdani pod pritiskom

Integrirajući jednačinu (1) u granicama od r do R i od h do H, (slika 1-b), za H-h=s, dobija se:

$$Q_r \int_r^R \frac{dr}{r} = 2\pi K \int_h^H h\,dh \tag{2}$$

[1] Uz uvjete: da je podina horizontalna i vodonepropusna, da je vodonosna sredina homogena i beskonačnog prostiranja, da je strujanje laminarno, te da se zanemaruje infiltracija.

konačni oblik fundamentalne jednačine stacionarnog strujanja ka bunaru u izdanima pod pritiskom:

$$s = \frac{Q}{2\pi Km} ln \frac{R}{r} \tag{3}$$

Odnosno, izraz za početnu izdašnost usamljenog savršenog bunara u izdanima pod pritiskom, (pri čemu su granice integraljenja od h_o do H i od r_o do R, i S=H-h_o):

$$Q_r = 2\pi\, Km \frac{H - h_o}{ln \frac{R}{r_o}} = 2\pi\, Km \frac{S}{ln \frac{R}{r_o}} \tag{4}$$

Ukoliko se diferencijalna jednačina (1) integrira u granicama od r do R i od h do H, za slučaj izdani sa slobodnim nivoom, (slika 1-a), dobija se konačni oblik fundamentalne jednačine stacionarnog strujanja ka bunaru, gdje je:

$$h = \sqrt{H^2 - \frac{Q_r}{\pi K} ln \frac{R}{r}} \tag{5}$$

Ukoliko se sniženje nivoa podzemne vode izrazi u obliku s=H-h, jednačina 5 se može napisati:

$$s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q_r}{\pi K} ln \frac{R}{r}} \tag{5-a}$$

Jednačine (3) i (5), odnosno (5-a), opisuju položaj depresione krive na udaljenju r od osovine bunara, za slučaj strujanja u izdanima pod pritiskom i u izdanima sa slobodnim nivoom, respektivno. Vidljivo je da u uvjetima strujanja sa slobodnim nivoom, sniženje pijezometarske plohe nije linearno ovisno sa proticajem bunara, kao što je to slučaj u izdanima pod pritiskom.

Početna izdašnost usamljenog savršenog bunara u izdani sa slobodnim nivoom[2], (pri čemu su granice integraljenja od h_o do H i od r_o do R) može se napisati kao:

$$Q_r = \pi K \frac{H^2 - h_o^2}{ln \frac{R}{r_o}} \tag{6}$$

3. EKSTREMNO PROPUSNE POROZNE SREDINE

Poroznost se obično izražava procentima, i to kao odnos zapremine šupljina i ukupne zapremine stijene ili koeficijentom poroznosti kao odnos zapremine pora i zapremine čvrste mineralne materije. Kako je poznato sveukupne šupljine, bez obzira na njihovu povezanost, veličinu i oblik čine ukupnu poroznost, dok aktivnu poroznost čine međusobno povezane.

Porozne sredine se veoma često klasificiraju prema vodopropusnosti stijena i stijenskih masa koje ih grade. O propusnoati ima smisla govoriti ukoliko stijena ili stijenska masa može, da u sebi akumulira i pod dejstvom spoljašnjih i unutarnjih sila propušta vodu, ili pak neki drugi fluid. Tako se razlikuju:

- izrazito (ekstremno) vodopropusne (K $\geq 1{,}0\text{x}10^{-3}$ m/s)
- dobrovodopropusne ($1{,}0\text{x}10^{-3}$ m/s >K>$1{,}0\text{x}10^{-5}$ m/s)
- slabovodopropusne ($1{,}0\text{x}10^{-5}$ m/s>K>$1{,}0\text{x}10^{-7}$ m/s)
- vodoneopropusne (K<$1{,}0\text{x}10^{-7}$ m/s).

U tabeli 1 data je podjela tla ovisno o koeficijentu filtracije po preporuci ruskih autora V. I. Aravina i S. N. Numerova.

Tabela 1. Podjela tla prema koeficijentu filtracije

N^0	KARAKTERISTIKE TLA	Koeficijent filtracije (K) (m/s)
1.	Krupan šljunak sa oblucima	1×10^{-3} i više
2.	Krupan šljunak sa primjesama pjeska	$(1\text{-}2) \times 10^{-3}$
3.	Krupnozrni pijesak	$(1\text{-}5) \times 10^{-4}$
4.	Sitnozrni i prašinasti pijesak	$(1\text{-}5) \times 10^{-5}$
5.	Pjeskovita glina	$(0.1\text{-}2) \times 10^{-5}$
6.	Čvrsto zbijeni pjeskoviti materijal	$(1\text{-}5) \times 10^{-6}$
7.	Pjeskoviti humusni materijal sa velikim primjesama gline	1×10^{-6} i manje
8.	Čista glina	1×10^{-8} i manje

[2] Prema dokazu Čarni-a, primjenom hipoteze Dupuit-a na strujanje u izdanima sa slobodnim nivoom, dobijaju se dovoljno tačne vrijednosti za proticaj bez obzira na činjenicu što su kod izvođenja zanemarene vertikalne komponente brzine.

4. IZDAŠNOST BUNARA U EKSTREMNO PROPUSNIM POROZNIM SREDINAMA SA SLOBODNIM NIVOOM

Ukoliko se analiziraju ekstremno propusne porozne sredine velike moćnosti, pri čemu su koeficijenti filtracije reda K $\geq 1{,}0\text{x}10^{-3}$ m/s, tada se izraz (6) može napisati:

$$Q_r = \pi K \frac{H^2 - h_o^2}{\ln \frac{R}{r_o}} = \frac{\pi \cdot K \cdot (H - h_o) \cdot (H + h_o)}{\ln \frac{R}{r_o}} \tag{7}$$

Odnosno, zamjenom $H\text{-}h_o\text{=}S$, te sređivanjem izraza (7), dobija se:

$$Q_r = \frac{\pi \cdot K \cdot S \cdot (H + h_o)}{ln \frac{R}{r_o}} = \frac{\pi \cdot K \cdot S \cdot \left(1 + \frac{h_o}{H}\right) \cdot H}{ln \frac{R}{r_o}} =$$

$$= \frac{\pi \cdot K \cdot S \cdot H \cdot \left(\frac{H + h_o}{H}\right)}{ln \frac{R}{r_o}} = \frac{\pi \cdot K \cdot S \cdot H \cdot \left(\frac{2H - S}{H}\right)}{ln \frac{R}{r_o}} =$$

$$= \frac{\pi \cdot K \cdot S \cdot H \cdot \left(2 - \frac{S}{H}\right)}{ln \frac{R}{r_o}} = \frac{2\pi \cdot K \cdot S \cdot H \cdot \left(1 - \frac{S}{2H}\right)}{ln \frac{R}{r_o}} \tag{8}$$

Ako je S malo, a H dovoljno veliko u odnosu na S, (što je realno ispunjeno u slučaju strujanja u ekstremno propusnim poroznim sredinama velike moćnosti[3]), tada relativno sniženje S/2H→0, pa se jednačina (8) može napisati:

$$Q_r = \frac{2\pi \cdot K \cdot H \cdot S}{ln \frac{R}{r_o}} \tag{9}$$

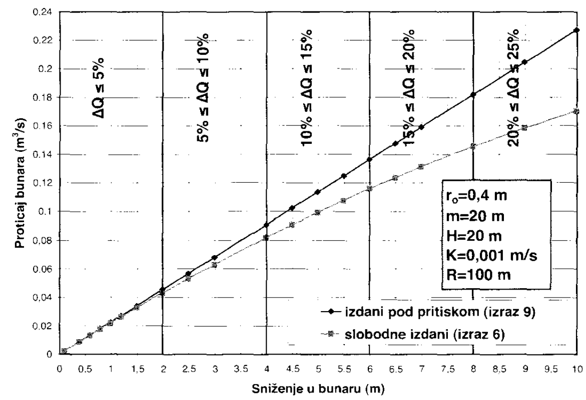
Gdje su:

Q_r – izdašnost/proticaj bunara (m^3/s)
H – nivo vode u odnosu na podinu/moćnost izdani (m)
h_o - nivo u bunaru u odnosu na podinu (m)
S - depresija u bunaru, S=H-h_o (m)
r_o - poluprečnik bunara (m)

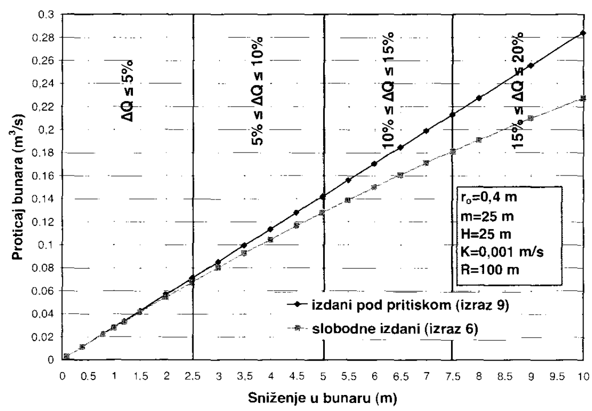
Prema tome, izraz za izdašnost vertikalnog bunara u izdani sa slobodnim nivoom, velike propusnosti zrnaste sredine i male bunarske depresije, ima isti oblik kao i izraz za izdašnost vertikalnog bunara u izdanima pod pritiskom.

5. IZDAŠNOST BUNARA U IZDANI SA SLOBODNIM NIVOOM I IZDANI POD PRITISKOM

Razlike izdašnosti bunara (ΔQ), koje se javljaju kao posljedica računanja istog preko jednačine (9) umjesto jednačine (6), u ekstremno propusnim poroznim sredinama sa slobodnim nivoom, ovise od moćnosti izdani (H), uz ostale iste pretpostavljene hidrauličke i hidrogeološke uvjete. Na slikama 3, 4 i 5 prikazana je ovisnost izdašnosti bunara i sniženja u bunaru za H=20, 25 i 30 m, za izdani pod pritiskom i za izdani sa slobodnim nivoom.

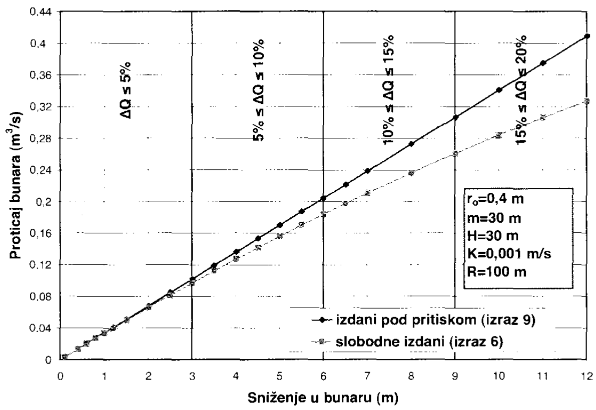


Slika 2. Veza sniženja S i izdašnosti Q_r prema jednačinama (6) i (9), za H=20 m



Slika 3. Veza sniženja S i izdašnosti Q_r prema jednačinama (6) i (9), za H=25 m

[3] U radu su analizirane izdani sa slobodnim nivoom podzemne vode, u kojima se nivo vode u odnosu na podinu kreće od 20 do 30 m.

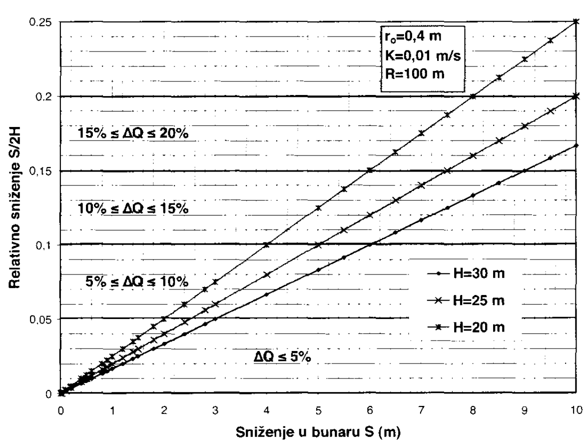


Slika 4. Veza sniženja S i izdašnosti Q_r prema jednačinama (6) i (9), za H=30 m

Uočljivo je da sa povećanjem izdašnosti bunara i sa povećanjem depresije u bunaru raste razlika izdašnosti (ΔQ). Ukoliko se razmatra ista vrijednost sniženja za različito H, tada je uočljivo da ΔQ raste sa opadanjem H, i obratno. Generalno se može potvrditi dokaz iz prethodnog poglavlja, da se u slučaju ekstremno propusnih poroznih sredina velike moćnosti, (za analizirane vrijednosti H, odnosno za pretpostavljene hidrauličke i hidrogeološke uvjete), izdašnost bunara u izdanima sa slobodnim nivoom (jednačina 9), može računati preko izraza za izdašnost bunara u izdanima pod pritiskom (jednačina 6), i to sa tačnošću preko 95%.

6. VEZA KRITERIJA RELATIVNO MALIH SNIŽENJA I RAZLIKE IZDAŠNOSTI BUNARA

Odnos depresije u bunaru (S) i relativnog sniženja (S/2H), za H=20, 25 i 30 m, prikazan je na slici 6.



Slika 5. Veza sniženja u bunaru S i relativnog sniženja S/2H, za različito H

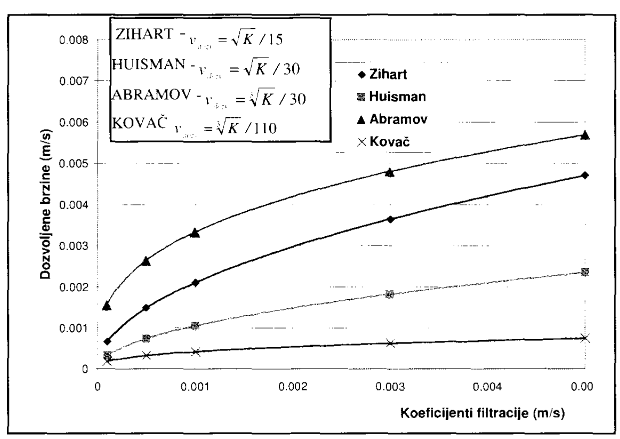
Ukoliko se analizira vrijednost relativnog sniženja (S/2H), za uvjet kada razlika izdašnosti $\Delta Q \to 0$, odnosno kada je, $\Delta Q \leq 5\%$, tada se može usvojiti granična vrijednost relativnog sniženja, S/2H=0,05, koja zadovoljava postavljeni uvjet.

Naime, za analizirane slučajeve, do vrijednosti relativnog sniženja $S/2H \leq 0{,}05$, izdašnost bunara u izdanima sa slobodnim nivoom, može se računati preko izraza za izdašnost bunara u izdanima pod pritiskom, pri čemu je procenat greške manji od 5%.

7. ANALIZA FILTRACIONE STABILNOSTI BUNARA I VEZA SA KRITERIJEM RELATIVNOG SNIŽENJA

Ukoliko se zadržimo na manjim vrijednostima sniženja S, gdje je uočeno jako dobro slaganje izdašnosti bunara računatih po jednačinama 6 i 9, ($\Delta Q \to 0$, odnosno $\Delta Q \leq 5\%$), tada je interesantno provjeriti mogućnost uspostavljanja veze između vrijednosti relativnog sniženja ($S/2H \leq 0{,}05$), i kriterija za očuvanje filtracione stabilnosti prifiltarske zone bunara.

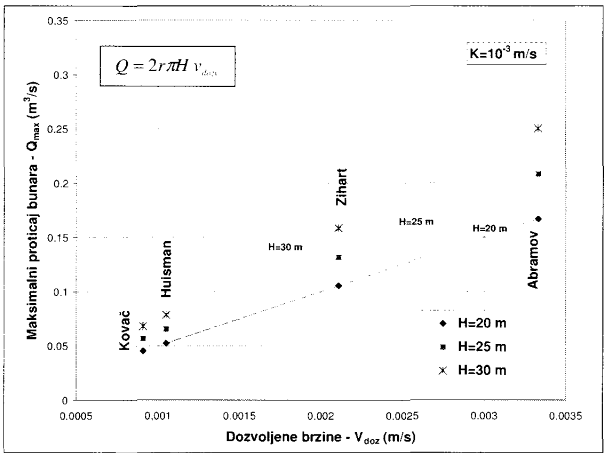
Kao kriteriji za očuvanje filtracione stabilnosti prifiltarske zone, za pretpostavljene uvjete, analizirani su kriterij dozvoljenih ulaznih brzina i kriterij obezbjeđenja laminarnog režima strujanja. Kako kriteriji nisu u međusobnoj saglasnosti, a obzirom na činjenicu da se radi o poroznoj sredini velike izdašnosti ($K \geq 10^{-3}$ m/s), kao mjerodavan, usvojen je kriterij dozvoljenih ulaznih brzina u bunarsku (filtarsku) konstrukciju.



Slika 6. Dozvoljene brzine preko kriterijuma Ziharta, Huismana, Abramova i Kovača

Tako je slikom 6, predstavljena promjena dozvoljenih ulaznih brzina računatih preko kriterijuma Zihart-a, Huisman-a, Abramova i Kovač-a, za različite koeficijente filtracije.

Uočljivo je da postoji veliki rastur u vrijednostima dozvoljenih brzina, računatih preko izraza pomenutih autora. Da bi se sagledalo kakav utjecaj uočena činjenica ima na izdašnost bunara, načinjen je dijagram ovisnosti maksimalnih izdašnosti i dozvoljenih brzina, slika 7, (za K=10^{-3} m/s).



Slika 7. Odnos maksimalnih izdašnosti Q_{max} i dozvoljenih brzina za različite vrijednosti H

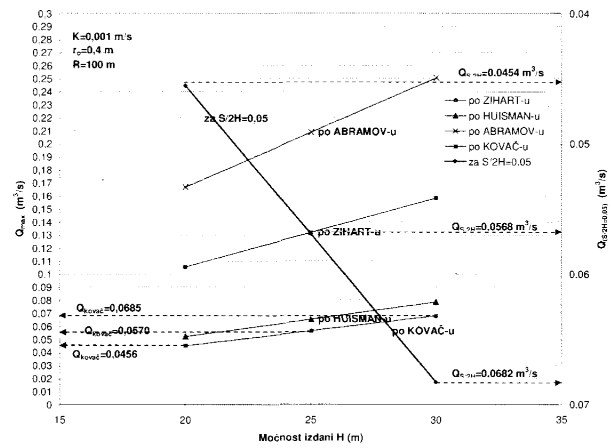
Sa dijagrama 7 je uočljivo da kriterij Kovača daje najmanje vrijednosti izdašnosti bunara, odnosno najniže vrijednosti dozvoljenih brzina.

8. VEZA KRITERIJA RELATIVNIH SNIŽENJA I FILTRACIONE STABILNOSTI BUNARA

Usporedba rezultata izdašnosti bunara računatih preko gore spomenutih kriterija i izdašnosti dobijene uz zadovoljenje uvjeta relativno malog sniženja (a po jednačini 9) tj. kada je S/2H =0,05, prikazana je dijagramom na slici 8.

Sa dijagrama 8 je vidljivo, da se za pretpostavljene hidrauličke uvjete, izdašnost bunara sračunata po kriteriju Kovača i izdašnost bunara sračunata indirektno preko kriterija relativno malih sniženja (za S=0,05x2xH) podudaraju preko 99,6%, što im sa aspekta očuvanja filtracione stabilnosti pribunarske zone daje isti značaj[4].

Naime, provedena analiza je pokazala da su, za ekstremno propusne porozne sredine (K=10^{-3} m/s) velike moćnosti (analizirano kada je: H=20, 25 i 30 m), kroz ispunjenje kriterija malih sniženja, tj. kada $S/2H \rightarrow 0$, odnosno kada je S/2H=0,05, zadovoljeni i kriteriji za obezbjeđenje filtracione stabilnosti bunara.



Slika 8. Odnos maksimalne izdašnosti bunara Q_{max} i izdašnosti dobijene za uvjet da je S/2H=0,05

LITERATURA

[1] Babac, D., Dimkić, M.: Hidrodinamička istraživanja izvorišta podzemnih voda-Knjiga 2, Institut za vodoprivredu "Jaroslav Černi", Beograd, 1989.

[2] Hadžić, E.: Bunari sa horizontalnim drenovima u ekstremno propusnim poroznim sredinama sa slobodnim nivoom, Građevinski fakultet Sarajevo, doktorska disertacija, 2006.

[3] Pušić, M.: Dinamika podzemnih voda, Univerzitet u Beogradu Rudarsko Geološki fakultet, 2000.

[4] Vuković, M., Soro, A.: Hidraulika bunara-Teorija i praksa, Građevinska knjiga Beograd, 1990.

[5] Milašinović, Z.: Upojni bunari u vodosnabdijevanju, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, 2004.

[6] Herman, B.: Artificial Recharge of Groundwater Systems, Design and Menagement, Hidraulic Design Handbook-Chapter 24, McGraw-Hill, New York, 1978.

[7] Johnson Division Uop.: Groundwater and Wells, Saint Paul Minnesota, 1972.

[4] Navedeno vrijedi samo za analizirane uvjete.

WATER WELL IN EXTREMELY POROUS AQUIFER WITH FREE WATER LEVEL

by

Emina HADŽIĆ
Faculty of Civil Engineering, Sarajevo

Summary

This paper justifies that fulfillment of requirements of relatively small drawdown enables conversion of problem-defining water well capacity in extremely porous aquifer with free water level into, mathematically far more simple, problem of defining water well capacity in artesian aquifer for the same hydrogeological conditions that fulfill filtration stability requirements of water well zone.

Key words: porous medium, phreatic aquifer, water well, relatively small drawdown, filtration stability

Redigovano 08.05.2007.