

## ANALIZA POJAVE NESTABILNOSTI KOD DVOFAZNOG STRUJANJA U POROZNOJ SREDINI

Nenad JAĆIMOVIĆ<sup>1</sup>, Takashi HOSODA<sup>2</sup>, Marko IVETIĆ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

<sup>2</sup>Kyoto University, Kyoto, Japan

### REZIME

U radu se modelira dvofazno tečenje vode i vazduha u krupnozrnoj poroznoj sredini gde je, pri određenim brzinama vazduha, osmotrena pojava nestabilnog tečenja. Najpre, sprovedena je linearna analiza stabilnosti zapreminski osrednjenih jednačina, koja je pokazala da osnovni stabilizirajući faktor predstavljaju kapilarne sile, dok inercijalne sile promovišu nestabilnost pri tečenju. Korišćenjem dva najčešće korišćena konstitutivna modela za funkcionalnu zavisnost kapilarnog pritiska i zasićenosti porozne sredine, utvrđeno je se pojava nestabilnosti može očekivati kod materijala reprezentativne krupnoće zrna veće od 2 mm. Kod manje krupnoće, pokazano je da do nestabilnog tečenja ne može da dođe, bez obzira na nametnutu brzinu vazdušne faze. U okviru rada, razvijen je i numerički model za rešavanje dvofaznog tečenja rešavanjem kompletnih dinamičkih jednačina za obe faze (voda i vazduh), a koji je primenjen za simulaciju objavljenih laboratorijskih eksperimenata iz literature. Model uspešno reprodukuje pojavu nestabilnog tečenja.

**Ključne reči:** dvofazno strujanje, porozna sredina

### 1. UVOD

Utiskivanje vazduha (prema nekim autorima vazdušno raspršivanje) predstavlja jednu od tehnologija za remedijaciju akvifera, kontaminiranih pre svega isparljivim ugljovodonicima [1, 2]. Ukratko, metoda se zasniva na procesu prelaska zagađenja iz vode u vazdušnu struju tokom utiskivanja i konvektivnog transporta ka nezasićenoj zoni. Pored toga, pojedini istraživači predložu utiskivanje vazduha kao meru za sprečavanje širenja zagađenja podzemnom vodom [3], ili u cilju poboljšanja stabilnosti tla.

U prethodnom periodu, veliki broj eksperimentalnih istraživanja (kako laboratorijskih, tako i „in situ“) je objavljen u literaturi [npr. 4, 5, 6, 7], sa ciljem da se razjasne mehanizmi dvofaznog tečenja nakon utiskivanja vazduha u prethodno zasićenu sredinu. U tom smislu, pionirska istraživanja su sprovedena od strane *Ji et al.* (1993), gde je u sud od pleksiglasa, ispunjen staklenim kuglicama određenog prečnika, utiskivan vazduh u dno suda, a zatim vizuelno osmatrana distribucija vazduha između dna i slobodnog nivoa vode. Utvrđeno je da na raspored gasovite faze značajno utiče prečnik zrna, heterogenost sredine, kao i nametnuti protok vazduha. Prilikom opita u krupnijem materijalu (staklene kuglice prečnika 4 mm), i pri protoku vazduha većem od 10 L/min, osmotrena je pojava nestabilnog tečenja koja se manifestovala kao pravilno periodično pulsiranje shematski prikazano na slici 1. Isti fenomen u eksperimentima sa prirodnim materijalima su izvestili i drugi autori.

Sličan fenomen je razmatran u literaturi i kod poroznih reaktora (npr. reaktori za oksidaciju) koji se koriste u hemijskoj industriji, gde je za razliku od razmatranog problema, paralelan tok vode i gasa u reaktorima usmeren na dole [8, 9]. *Grosser et al.* (1988) su u ovom slučaju analitički došli do određenih zaključaka vezanih za ulogu inercije kod nastajanja pulsirajućeg toka.

Cilj ovog rada je da se analizira slučaj utiskivanja vazduha u zasićenu sredinu, u kojoj vladaju hidrostatički uslovi pre nametnutog toka vazduha, kako bi se primenom analitičkih i numeričkih alata došlo do određenih zaključaka u vezi sa nastajanjem osmotrene nestabilnosti.

## 2. TEORIJSKA RAZMATRANJA

### 2.1 Osnovne jednačine dvofaznog strujanja u poroznoj sredini

Pod pretpostavkom nestišljivosti za obe faze, zanemarujući transfer mase između faza i nakon osrednjavanja po elementarnoj zapremini, jednačine kontinuiteta i dinamička jednačina se mogu pisati u sledećem obliku [10]:

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha_p V_{pi}) = 0 \quad (p = a, w) \quad (1)$$

$$\alpha_p \frac{\partial V_{pj}}{\partial t} + \alpha_p V_{pi} \frac{\partial V_{pj}}{\partial x_i} = -\alpha_p g_j - \frac{\alpha_p}{\rho_p} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_p V_{pi} \frac{\partial V_{pj}}{\partial x_i} \right) - \frac{R_{pj}}{\rho_p} \quad (2)$$

gde indeks  $p$  označava fazu ( $a$  – vazduh,  $w$  – voda),  $x_i$  označava koordinatni pravac,  $t$  vreme,  $\rho$  predstavlja gustinu pojedine faze,  $\alpha$  zapreminski udeo pojedine faze,  $V_i$  komponentu vektora brzine,  $p$  je pritisak i  $\nu$  viskoznost. Pored toga, neophodno je da bude ispunjen uslov:

$$\alpha_a + \alpha_w = \phi \quad (3)$$

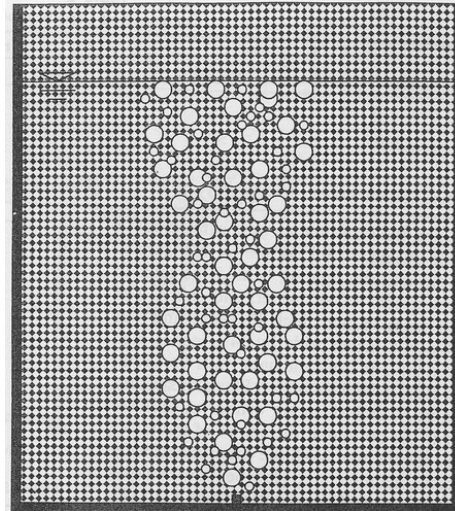
gde je  $\phi$  poroznost sredine.

Poslednji član u jednačini (2) predstavlja otpor sredine, odnosno razmenu količine kretanja između faza. Pri malim vrednostima brzina, odnosno Rejnoldovog broja, ovaj član je linearna funkcija brzine (Darsijev zakon), dok se kod većih brzina obično opisuje kvadratnom funkcijom brzine. Formalno, ovaj član je rezultat osrednjavanja osnovne jednačine i prelaza sa mikro razmere (razmera pora sredine) na makro razmeru jedinične zapremine. Obzirom na neodređenost strukture pora sredine, jedini način da se utvrdi ova funkcionalna zavisnost jeste eksperiment. Obzirom na brzinu kretanja mehurića vazduha u krupnozrnoj sredini, pokazalo se da Darsijev zakon u ovom slučaju ne važi. Na primer, *Corapcioglu et al.* (2004) su u svojim istraživanjima brzine kretanja vazdušnih mehurića u zasićenoj poroznoj sredini koristili Ergunov izraz u kome figuriše kvadratni član brzine, i koji je pomnožen korekcionim koeficijentom kako bi se dobilo slaganje sa eksperimentalnim rezultatima [11].

U ovom radu je takođe korišćen Ergun-ov izraz, gde je uključen i efekat relativne propusnosti za strujanje u nezasićenoj sredini:

$$\frac{R_{pj}}{\rho_p} = \frac{\alpha_p}{k_{pr}} \left[ \frac{150 \nu_p (1-\phi)^2}{\phi^3 d^2} + \frac{1.75(1-\phi)}{\phi^3 d} \right] |V_p| V_{pj} \quad (4)$$

gde je  $d$  reprezentativna veličina zrna sredine, a  $k_{pr}$  koeficijent relativne propusnosti, koji je funkcija zasićenosti sredine.



Slika 1: Shematski prikaz nestabilnog strujanja tokom laboratorijskog opita (*Ji et al.*, 1993)

Dinamičke jednačine (3) su kuplovane i kroz kapilarni pritisak, za koji je pretpostavljeno da zavisi samo od sadržaja pojedinih faza, odnosno zasićenosti:

$$P_c = P_a - P_w = f(\alpha_a) \quad (5)$$

gde je  $P_c$  kapilarni pritisak, a  $f$  empirijska zavisnost.

### 2.2 1D analiza stabilnosti

U ovom delu će se opisati jednodimenzionalna (u vertikalnom pravcu) analiza stabilnosti dvofaznog tečenja u poroznoj sredini. U tom slučaju, jednačine (1) i (2) se svode samo na vertikalni pravac:

$$\frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_3} (\alpha_p V_{p3}) = 0 \quad (p = a, w) \quad (6)$$

$$\alpha_p \frac{\partial V_{p3}}{\partial t} + \alpha_p V_{p3} \frac{\partial V_{p3}}{\partial x_3} = -\alpha_p g - \frac{\alpha_p}{\rho_p} \frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{R_{p3}}{\rho_p} \quad (7)$$

gde je  $x_3$  vertikalna koordinata, usmerena na gore.

Može se pretpostaviti ustaljeno, uniformno strujanje vazduha i razmatrati uslov pod kojim dolazi do razvoja nestabilnosti. Ustaljeno i uniformno strujanje vazduha u prethodno zasićenoj sredini, podrazumeva da je brzina vode jednaka nuli, pa se takvo takvo strujanje može opisati sledećim skupom jednačina:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{w3} &= 0 \\ \frac{d}{dx_3} (\bar{\alpha}_a \bar{V}_{a3}) &= 0 \\ 0 &= -\frac{\bar{\alpha}_a}{\rho_a} \frac{d\bar{P}_a}{dx_3} - \bar{\alpha}_a g - \frac{\bar{R}_{a3}}{\rho_a} \end{aligned} \quad (8)$$

gde figurišu oznake veličina za ustaljeno i uniformno strujanje.

Sada se može zadati fluktuacija osnovnih veličina oko ustaljenog stanja kao:

$$\begin{aligned} \alpha_p(x_3, t) &= \bar{\alpha}_p + \alpha'_p(x_3, t) \\ V_{p3}(x_3, t) &= \bar{V}_{p3} + V'_p(x_3, t) \\ P_p(x_3, t) &= \bar{P}_p + P'_p(x_3, t) \end{aligned} \quad (9)$$

Zamenom izraza (9) u osnovne jednačine (1) i (2) i nakon linearizacije, po dve jednačine kontinuiteta i dinamičke jednačine se mogu svesti na jednu, i to u funkciji fluktuacija sadržaja vode u jediničnoj zapremini:

$$A \frac{\partial a'_w}{\partial t} + B \frac{\partial a'_w}{\partial x_3} + C \frac{\partial^2 a'_w}{\partial t^2} + D \frac{\partial^2 a'_w}{\partial t \partial x_3} + E \frac{\partial^2 a'_w}{\partial x_3^2} = 0 \quad (10)$$

gde su koeficijenti A-E funkcije veličina za ustaljeno i uniformno strujanje, a koje se daju u Prilogu. Fluktuacije se mogu zadati u sinusnom obliku:

$$\alpha'_w = \bar{\alpha} \exp[i(\chi x_3 - \omega t)] \quad (11)$$

gde  $i$  predstavlja  $\sqrt{-1}$ .

Ukoliko se postavi uslov da imaginarni deo kompleksne frekvencije  $\omega$  je jednak nuli, i uzimajući u obzir činjenicu da je kod ustaljenog strujanja brzina vode jednaka nuli, izraz (10) se svodi na uslov:

$$A^2 E - ABD + BC^2 = 0 \quad (12)$$

ili, zamenom odgovarajućih izraza za koeficijente (Prilog):

$$\frac{\rho_a}{\alpha_a} \bar{V}_{a3}^2 + F^2 \left( \frac{\rho_a}{\alpha_a} + \frac{\rho_w}{\alpha_w} \right) + \left( \frac{\partial \bar{P}_c}{\partial \alpha_w} \right) - 2F \frac{\rho_a}{\alpha_a} \bar{V}_{a3} = 0 \quad (13)$$

gde je  $F = B/A$ .

Analizom izvedenog izraza (13) može se zaključiti da su prva dva člana uvek pozitivna i izazivaju nestabilnost, dok se druga dva člana tome „suprotstavljaju”. Napominje se da je treći član u (13), u kome figuriše kapilarni pritisak, uvek negativan. Drugim rečima, značaj pojedinih članova u ovom izrazu određuje nastanak nestabilnog strujanja.

Ukoliko izraz sa leve strane označimo sa  $\Omega$ , njegova vrednost se za poznate parametre sredine i nametnuti protok gasovite faze, može sračunati. Pozitivne vrednosti  $\Omega$  označavaju rast fluktuacija i nestabilno strujanje, pri čemu brzina strujanja koja zadovoljava uslov (13) predstavlja kritičnu brzinu.

Proračun izraza (13) je sproveden za materijal iz gore pomenutih opita (Ji et al., 1993), i to za zrna prečnika 0,75 mm i 4 mm kako je prikazano u Tabeli 1. Kao što se može videti, za funkcionalnu zavisnost kapilarni pritisak – sadržaj vazduha, najpre je korišćen model van Genuchten-a [12]:

$$P_c = \frac{\rho_w g}{\alpha_{aw}} (S_w^{-1/m} - 1)^{1/n} \quad (14)$$

$$k_{wr} = S_w^{1/2} \left[ 1 - (1 - S_w^{1/m})^m \right]^2 \quad (15)$$

$$k_{wa} = (1 - S_w)^{1/2} \left[ 1 - S_w^{1/m} \right]^{2m} \quad (16)$$

gde  $\alpha_{aw}$  i  $m = 1 - 1/n$  predstavljaju parametre modela (Tabela 1),  $S_w$  relativna zasićenost sredine, dok su  $k_{wr}$  i  $k_{ar}$  koeficijenti relativne propusnosti za vodu i vazduh, respektivno.

Na osnovu slike 2, može se zaključiti da za sredinu prečnika zrna 0,75mm strujanje je uvek stabilno, bez obzira na nametnu brzinu stranja gasovite faze. Međutim, u slučaju prečnika 4 mm, nestabilnost se javlja pri pornoj brzini vazduha od 0,15 m/s, što je u skladu sa eksperimentalnim podacima.

U cilju određivanja reprezentativne veličine prečnika zrna pri kome može da dođe do pojave nestabilnosti, isti

postupak je sproveden za prečnike 2 mm i 3 mm, za koje su parametri takodje dati u Tabeli 1. Rezultati su prikazani na slici 3, i to tako da se vidi značaj pojedinih članova u jednačini (13). Može se videti da su drugi i treći član dominantni. Sa povećanjem prečnika zrna, kritična brzina se smanjuje, što je i očekivano obzirom na manji značaj kapilarnosti kod krupnijeg materijala. Značaj kapilarnosti se lako uočava, ukoliko se ukloni ovaj član iz (13), i kada strujanje postaje uvek nestabilno.

Tabela 1: Parametri korišćeni u analizi stabilnosti za pojedine materijale

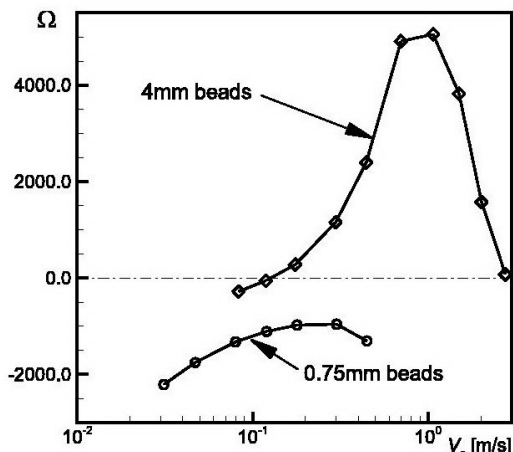
Parametar / prečnik	0,75mm	2,0mm	3,0mm	4,0mm	Jedinice
poroznost	0,35	0,35	0,35	0,35	[-]
$n$	23,6	23,0	23,0	22,0	[-]
$\alpha_{gw}$	5,99	16,0	23,0	150,0	[m <sup>-1</sup> ]
$P_d$	0,15	0,055	0,037	0,028	[m]
$\lambda$	9	9	9	9	[-]

Jasno je da oblik kapilarne krive utiče na rezultate analize. Zbog toga je identičan postupak sproveden i za drugačiju funkcionalnu zavisnost, koja se takođe često koristi u literaturi [13]:

$$P_c = P_d S_w^{-1/\lambda} \tag{17}$$

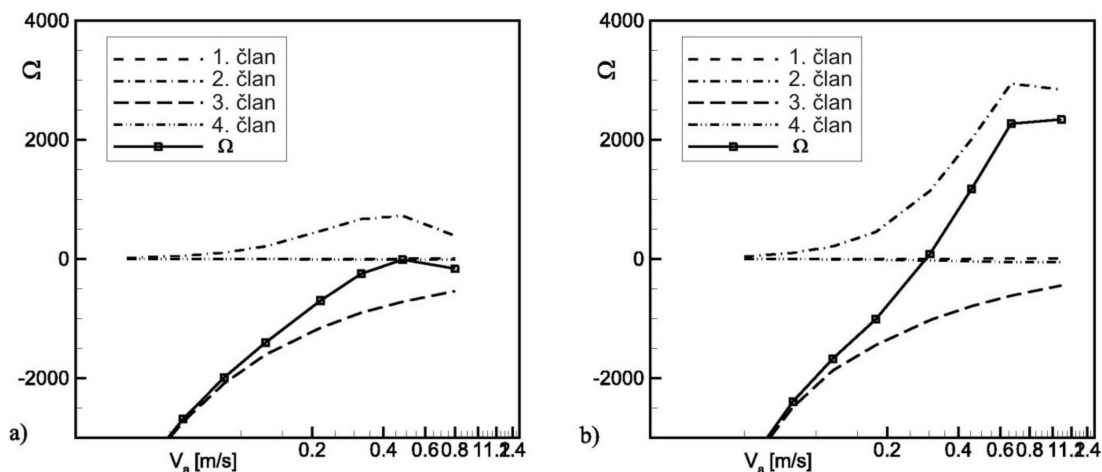
gde je  $P_d$  pritisak ulaska vazduha, dok je  $\lambda$  index raspodele pora. Poznato je da ovaj model (Brooks and Corey) daje bolje rezultate kod krupnozrnih, dok se *van Genuchten*-ov model preporučuje za sitnozrne

materijale. Najznačajnija razlika između ova dva modela se ogleda upravo kod stepena zasićenja blizu jedan.

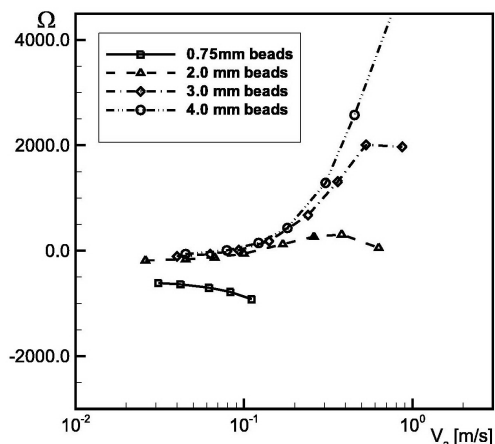


Slika 2: Dijagram vrednosti funkcije  $\Omega$  u zavisnosti od nametnute brzine gasovite faze

Parametri modela  $P_d$  i  $\lambda$  za razmatrane materijale su određeni tako da se kapilarne krive što bolje poklapaju sa prethodno korišćenim modelom (Tabela 1). Tako određeni parametri su iskorišćeni za određivanje funkcije  $\Omega$ . Rezultati su prikazani na slici 4, gde se može videti da su dobijene nešto niže vrednosti kritičnih brzina. Međutim, generalni zaključak ostaje isti; nestabilno tečenje se može očekivati isključivo za reprezentativne prečnike zrna veće od 2 mm.



Slika 3: Dijagrami vrednosti pojedinih članova funkcije  $\Omega$  u zavisnosti od nametnute brzine gasovite faze: a) 2.0 mm prečnik zrna, b) 3 mm prečnik zrna.



Slika 4: Dijagrami vrednosti funkcije  $\Omega$  u slučaju korišćenja Brooks-Corey krive kapilarnog pritiska

### 3. NUMERIČKI MODELI I REZULTATI SIMULACIJE

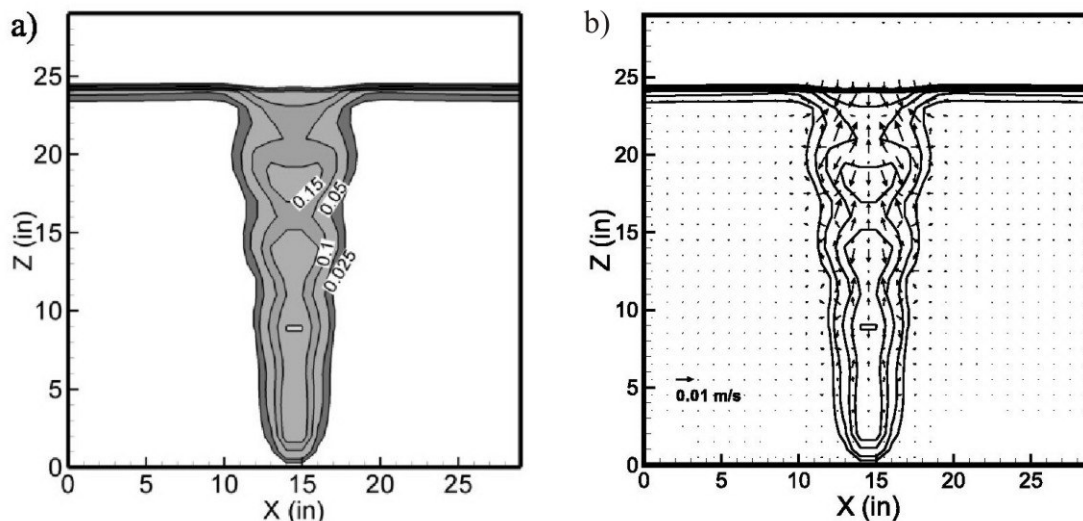
Imajući u vidu rezultate gore prikazane analize, jasno je da primena modela zasnovanog na Darsijevom zakonu, nije adekvatna za simulaciju opisanih eksperimenata. Zbog toga je ovde razvijen numerički model koji rešava kompletne jednačine (1)..(4). Model je zasnovan na metodi konačnih zapremina, tako da su vektorske veličine definisane na stranicama, dok su skalarnе veličine definisane u centru kontrolne zapremine. Za računanje vrednosti pritisaka i brzina u svakom vremenskom koraku, korišćen je HSMAC (Highly

Simplified Marker And Cell) metod, gde je primenjena Adams-Bashforth shema za vremensku integraciju konvektivnih i viskoznih članova u dinamičkim jednačinama. Sama HSMAC shema je u određenoj meri korigovana, kako bi se primenila na dvofazni problem strujanja [10]. Za diskretizaciju konvektivnih članova korišćena je shema trećeg reda tačnosti, uz primenu TVD (Total Variation Diminishing) limitera [10], kako bi se umanjio efekat numeričke difuzije i numeričkih oscilacija.

Model je primenjen za simulaciju eksperimenta sa uniformnom krupnoćom zrna prečnika 4 mm, koji se nalazi u sudu visine 88 cm, širine 73 cm i debljine 2,5 cm, dok je nivo vode na početku eksperimenta bio na 61cm od dna suda. U sredinu dna suda je utiskivan vazduh protokom 10 L/min.

Domen je disretizovan kockama stranice 2,5 cm, te se simulacija može smatrati ravanskom. Parametri sredine, korišćeni u simulaciji, su uzeti iz Tabele 1.

Modelom je dobijeno strujanje koje kvalitativno odgovara opisu iz eksperimenata (*Ji et al.*, 1993), kao što je prikazano na slici 5 za jedan vremenski presek. Na žalost, kvantitativno poređenje nije bilo moguće usled nedostupnosti odgovarajućih podataka. Ipak, model potvrđuje ulogu inercijalnih članova u osnovnim jednačinama. Naime, opisano strujanje nije bilo moguće simulirati ukoliko se uklone inercijalni članovi u jednačinama (2), što potvrđuje ulogu inercije u inicijalizaciji nestabilnosti.



Slika 5: Numerički model: a) raspored gasovite faze u jednom vremenskom preseku, b) vektori Darsijeve brzine vode za isti vremenski presek

#### 4. ZAKLJUČAK

U radu se prikazuje analiza pojave nestabilnosti kod dvofaznog strujanja vode i vazduha u poroznoj sredini. Nestabilnost se manifestuje kroz pulsirajuće strujanje vazduha konstantne frekvencije. Primenom analize stabilnosti u vertikalnom pravcu, utvrđeno je da je nastanak nestabilnosti određen značajem inercijalnih i kapilarnih efekata, pri čemu inercija promovira, dok se kapilarnost suprotstavlja nestabilnosti. Utvrđeno je da se nestabilnost kod strujanja može javiti isključivo kod reprezentativnog prečnika zrna većeg od 2 mm, što odgovara krupnom peskovitom i šljunkovitom materijalu. Kod sitnijeg materijala, do nestabilnog tečenja ne dolazi bez obzira na intenzitet protoka vazduha.

U okviru prikazanih istraživanja, razvijen je i numerički model za simulaciju dvofaznog strujanja u krupnijim materijalima, van zone važenja Darsijevog zakona. Numerička simulacija je potvrdila ulogu inercije kod inicijalizacije nestabilnosti, pri čemu je dobijeno kvalitativno slaganje rezultata simulacije sa osmotrenim strujanjem tokom eksperimenta.

#### 5. PRILOG

U nastavku se daju izvedeni izrazi za koeficijente u jednačini (12).

$$A = -\frac{1}{\alpha_w^2} \left( \frac{\partial R_{w3}}{\partial V_{w3}} \right) - \frac{1}{\alpha_a^2} \left( \frac{\partial R_{a3}}{\partial V_{a3}} \right)$$

$$B = \frac{1}{\alpha_w} \left( \frac{\partial R_{w3}}{\partial \alpha_w} \right) - \frac{1}{\alpha_a} \left( \frac{\partial R_{a3}}{\partial \alpha_a} \right) - \frac{\bar{R}_{w3}}{\alpha_w} - \frac{\bar{R}_{a3}}{\alpha_a} - \frac{\bar{V}_{w3}}{\alpha_w^2} \left( \frac{\partial R_{w3}}{\partial V_{w3}} \right) - \frac{\bar{V}_{a3}}{\alpha_a^2} \left( \frac{\partial R_{a3}}{\partial V_{a3}} \right)$$

$$C = \frac{\rho_w}{\alpha_w} + \frac{\rho_a}{\alpha_a}$$

$$D = 2 \left( \bar{V}_{w3} \frac{\rho_w}{\alpha_w} + \bar{V}_{a3} \frac{\rho_a}{\alpha_a} \right)$$

$$E = \bar{V}_{w3}^2 \frac{\rho_w}{\alpha_w} + \bar{V}_{a3}^2 \frac{\rho_a}{\alpha_a} + \left( \frac{\partial P_c}{\partial \alpha_w} \right)$$

#### LITERATURA

- [1] Johnson, R. L., P. C. Johnson, D. B. McWorther, R. E. Hinche, I. Goodman, (1993), *An overview of in situ air sparging*, Ground Water Monit. Rem., (4), 127-135.
- [2] Marley, M.C., D.J. Hazebrouch, and M.T. Walsh, (1992), *The application of in-situ air sparging as an innovative soils and groundwater remediation technology*, Ground Water Monit. Rev., 12 (2), 137-145.
- [3] Dror I., B. Berkowitz and S. M. Gorelick, (2004), *Effects of air injection on flow through porous media: Observations and analyses of laboratory-scale processes*, Water Resour. Res., 40, W09203.
- [4] Ji, W., A. Dahmani, D.P. Ahlfeld, J.D. Lin, E. Hill, (1993), *Laboratory study of air sparging: Air flow visualization*, Ground Water Monit. Rem., 13 (4), 115-126.
- [5] Semer, R., J.A. Adams, K.R. Reddy, (1998), *An experimental investigation of air flow patterns in saturated soils during air sparging*, Geotech. Geol. Eng., 16, 59-75.
- [6] Marulanda, C., P.J. Culligan, J.T. Germaine, (2000), *Centrifuge modeling of air sparging – a study of air flow through saturated porous media*, J. Hazard. Mater., 72, 179-215.
- [7] Lundegard, P.D. i D. LaBrecque, (1995), *Air sparging in a sandy aquifer: Actual versus apparent radius of influence*, J. Contam. Hydrol., 19(1), 1-27.
- [8] Saez, A. E. i R. G. Carbonell, (1985), *Hydrodynamic Parameters for Gas-Liquid Cocurrent Flow in Packed Beds*, AIChE J., 31(1), 52-62.
- [9] Grosser K., R. G. Carbonell, S. Sundaresan, (1988), *Onset of Pulsing in Two-Phase Cocurrent Downflow through a Packed Bed*, AIChE J., 34(11), 1850-1860.
- [10] Jaćimović, N., (2007), *Numerical modeling of multiphase flows in porous media and its application in hydraulic engineering*, PhD thesis, Kyoto University, Kyoto, Japan.
- [11] Corapcioglu, M. Y., A. Cihan, and M. Drazenovic, (2004), *Rise velocity of an air bubble in porous media: Theoretical studies*, Water Resour. Res., 40, W04214, doi:10.1029/2003WR002618.
- [12] Van Genuchten, M. T., (1980), *A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils*, Sci. Soc. Am. J., 44, 892-898.
- [13] Brooks, R. H., and A. T. Corey, (1964), *Hydraulic properties of porous media*, Hydrol. Paper No. 3, Colorado State University, Fort Collins.

## INSTABILITY ANALYSIS OF THE AIR-WATER FLOW IN POROUS MEDIUM

by

Nenad JAĆIMOVIĆ<sup>1</sup>, Takashi HOSODA<sup>2</sup>, Marko IVETIĆ<sup>1</sup>

Univerzitet u Beogradu, Građevinski faklutet  
Kyoto University, Kyoto, Japan

### Summary

The paper deals with modeling of two phase (water-air) flow in coarse porous medium, where, after reaching some air velocity, instability of the flow occurs. Firstly, a linear stability analysis has been conducted for one-dimensional macroscopic model, which revealed that capillary forces are a stability factor, while inertial forces promote instability. Utilizing the two most frequently applied constitutive models for capillarity-saturation relation it was found that instability may be expected in materials with representative grain size of 2

mm and greater. In the case of smaller grain size, instability can not occur, regardless of the imposed air flow rate. In addition, the paper presents a newly developed numerical model for the simulation of two phase flow in porous media, with the consideration of complete momentum equations. Applied on the data of reported laboratory experiments the model successfully reproduced the observed instability of the flow.

Key words: two phase flow, porous media

Redigovano 16.11.2009.